

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA AGRARIA ANTONIO NARRO

DIVISIÓN DE AGRONOMÍA

DEPARTAMENTO FORESTAL



Ecuación de Pressler para la Determinación de Volumen de Fuste en Árboles de
Pinus patula Schl. et. Cham.

Por:

SERGIO AROLDO TRUJILLO GÓMEZ

TESIS

Presentada como requisito parcial para obtener el título de:

INGENIERO FORESTAL

Saltillo, Coahuila, México

Junio, 2015

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA AGRARIA ANTONIO NARRO

DIVISIÓN DE AGRONOMÍA

DEPARTAMENTO FORESTAL

Ecuación de Pressler para la Determinación de Volumen de Fuste en Árboles de *Pinus patula* Schl. et. Cham.

Por:

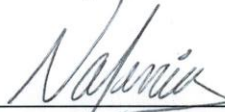
SERGIO AROLDO TRUJILLO GÓMEZ

TESIS

Presentada como requisito parcial para obtener el título de:

INGENIERO FORESTAL

Aprobada



M.C. Salvador Valencia Manzo

Asesor Principal



DEPARTAMENTO FORESTAL



Dr. Eladio Heriberto Cornejo Oviedo

Coasesor



Dr. Celestino Flores López

Coasesor



Dr. Leobardo Bañuelos Herrera

Coordinador de la División de Agronomía

Coordinación
División de Agronomía

Saltillo, Coahuila, México

Junio, 2015

DEDICATORIA

A mis padres

Enrique Trujillo Jiménez y María Rosario Gómez Pérez. Por darme un hogar de felicidad. Por brindarme el cariño y el amor incondicional en cualquier circunstancia de mi vida. Por el esfuerzo y sacrificio incansable que realizan por darme lo mejor. Por financiar económicamente mis estudios durante toda mi formación.

A mis hermanos

Antonio, Jorge Eleazar y Enrique. Por la amistad concedida, por aquellos momentos que hemos compartido. Por el infinito apoyo que me han otorgado. Soy un privilegiado de tener a unos hermanos como ustedes.

A mi cuñada

Deysi Magali Jiménez Álvarez, por ser parte de la familia, a quien aprecio muchísimo como a una hermana.

A mi sobrina

A la pequeña y hermosa Liliana Yanilen Trujillo Jiménez; llegaste en el momento exacto para fortalecer y enriquecer con alegría a toda la familia.

A mis abuelos

A Rafael Gómez quien ha sido un ejemplo de vida, por su bendición y sus oraciones. A Dolores Gómez (†), a la memoria de una grandiosa persona que con su amor y cariño nos cubrió. A la memoria de mis abuelos: Antonio Trujillo (†) y Rosario Jiménez (†) que no tuve la dicha de conocer.

A mis tíos (as)

Valentín Cruz, Julieta Gómez y Martha Gómez. Por el amor y cariño brindado. Por sus motivaciones y por los pequeños momentos que hemos convivido, pero que han sido de alegría.

A mis primos(as)

Josué Rafael, Marina Reyna, Vanessa Anahí, Claudia Dolores y Eduardo. Niños que son el futuro de la familia y que con esfuerzo se preparan para ser cada día mejores.

Al pueblo de los Estados Unidos Mexicanos

Por contribuir en la formación de nuevos profesionistas a través de sus impuestos. En especial dedico este trabajo a todas las personas de mi pequeño pueblo de San Felipe Jataté, Chiapas que me ha visto crecer y ser parte de mi desarrollo.

A una persona muy especial, que con su mirada logra desnudar mi alma y mi corazón.

AGRADECIMIENTOS

Primeramente agradezco a mi **Dios** por medio de Jesucristo, quien murió en la cruz del calvario; intercambiando su bendición por mi maldición, la enfermedad por su sanidad, su victoria por mí derrota. Por su amor inefable e incondicional, su infinita gracia, sabiduría y entendimiento. Por ser mi mejor amigo inseparable. A ti la gloria y honra por siempre.

A la familia Trujillo

A mis padres y hermanos por el apoyo motivacional y económico que ha sido inconmensurable; reconocimientos por haber invertido toda una vida en mí. Por lograr la unidad familiar que ha sido fundamental en el éxito de la familia por esto y por lo que me es imposible explicar con palabras.

A la Universidad Autónoma Agraria Antonio Narro

Por su espacio otorgado durante mi estancia y contribuir en la formación académica y social. Por darme la oportunidad de construir una etapa de mi vida, motivo por el que me siento orgulloso.

A mis asesores

Al M.C. Salvador Valencia Manzo, Agradezco notablemente por el tiempo, paciencia, consistencia, la oportunidad y apoyo para la realización y revisión de este trabajo. Así mismo por ofrecer sus conocimientos en mi formación.

Al Dr. Eladio H. Cornejo Oviedo, por el tiempo otorgado para la revisión y sugerencias durante la elaboración del trabajo.

Al Dr. Celestino Flores López, por sus sugerencias, comentarios y revisión de este trabajo.

A mis amigos

Al Ing. Roberto del Carmen García Cancino, por la orientación y darme la oportunidad de fortalecer mi formación durante mi estancia profesional. A mis amigos los ingenieros: Everildo José Felipe, Gustavo de Jesús Mérida Altuzar, Jonathan Uzziel Trujillo Solar, Oliver Pérez Roblero, Oliver Rodríguez Aguilar, Josue Agustin Lopez Samaguey y Santos Cruz Ortiz. Por compartir una amistad en momentos de alegría y tristeza, lo cual valoro y admiro infinitamente.

A mis compañeros de generación

Que tuve la oportunidad de conocer durante mi estancia y a lo largo de lo que va de mi vida. Porque me han brindado su apoyo que ha sido significativo.

Bienaventurado el
hombre que halla la sabiduría, y que obtiene la inteligencia;
Porque su ganancia es mejor que la ganancia de la plata, y
sus frutos más que el oro fino.
Salmos 3:13.

ÍNDICE DE CONTENIDO

	Página
ÍNDICE DE CUADROS	ii
ÍNDICE DE FIGURAS	iii
RESUMEN	iv
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1 Objetivos	5
1.2 Hipótesis	5
2. MATERIALES Y MÉTODOS	6
2.1 Cálculo de los tres diferentes tipos de volumen	6
2.1.1 Calculo del volumen real de fuste	6
2.1.2 Cálculo de volumen por la ecuación de Pressler	7
2.1.3 Cálculo de volumen con la ecuación de predicción	9
2.2 Análisis de datos	10
2.3 Criterios de comparación	10
3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	13
3.1 Análisis de la base datos	13
3.2 Comparación entre el volumen real, el volumen estimado con la ecuación de Pressler y el volumen de la ecuación de predicción	15
3.2.1 Comparación de medias entre el volumen real, el volumen de Pressler y la ecuación de predicción	17
3.2.2 Análisis de varianza en la comparación del volumen real con los volúmenes estimados con la ecuación de Pressler y la ecuación de predicción	18
3.2.3 Diferencia agregada de la ecuación de Pressler y la ecuación de predicción	20
3.3 Dispersión de residuales estudentizados de la ecuación de Pressler y la ecuación de predicción	22
4. CONCLUSIONES	25
5. RECOMENDACIONES	26
6. LITERATURA CITADA	27
APÉNDICE	30

ÍNDICE DE CUADROS

	Página
Cuadro 1. Forma en que se organizaron los datos de árboles de <i>Pinus patula</i> Schl. et. Cham. var. <i>longepedunculata</i> Look de Santiago Textitlán, Oaxaca	8
Cuadro 2. Análisis de la comparación del volumen real y el volumen de Pressler por categoría diamétrica, mediante la comparación de medias de t-Student para árboles de <i>Pinus patula</i> Schl. et. Cham. var. <i>longepedunculata</i> Look de Santiago, Textitlán, Oaxaca.	17
Cuadro 3. Probabilidades del valor de “F” de los análisis de varianza por categoría diamétrica, mediante un diseño de bloques completos al azar, para la comparación de volumen real, volumen con la ecuación de predicción y volumen calculado con la ecuación de Pressler en <i>Pinus patula</i> Schl. et. Cham. var. <i>longepedunculata</i> Look de Santiago, Textitlán, Oaxaca	19
Cuadro 4. Diferencia agregada por categoría diamétrica, en la comparación de volumen real, volumen calculado con la ecuación de predicción y volumen calculado con la ecuación de Pressler de árboles de <i>Pinus patula</i> Schl. et. Cham. var. <i>longepedunculata</i> Look de Santiago Textitlán, Oaxaca	21

ÍNDICE DE FIGURAS

	Página
Figura 1. Diagrama de dispersión de las variables diámetro normal y altura total de 134 árboles de <i>Pinus patula</i> Schl. et. Cham. var. <i>longepedunculata</i> Look de Santiago, Textitlán, Oaxaca.	13
Figura 2. Diagrama de dispersión de las variables diámetro normal y volumen real considerando la punta del fuste como un cono (VRc) y volumen real considerando la punta del fuste como un paraboloides (VRp) de 134 árboles de <i>Pinus patula</i> Schl. et. Cham. var. <i>longepedunculata</i> Look de Santiago, Textitlán, Oaxaca.	15
Figura 3. Diagrama de dispersión del volumen real y el volumen estimado con la fórmula de Pressler de 131 árboles (A) y por categoría diamétrica (B) de <i>Pinus patula</i> Schl. et. Cham. var. <i>longepedunculata</i> Look de Santiago, Textitlán, Oaxaca	16
Figura 4. Diagrama de dispersión del volumen real y el volumen estimado con la ecuación de predicción, de 131 árboles (Gráfica A) y por categoría diamétrica (Gráfica B) de <i>Pinus patula</i> Schl. et. Cham. var. <i>longepedunculata</i> Look de Santiago, Textitlán, Oaxaca.	16
Figura 5. Diagrama de dispersión del coeficiente de variación por categoría diamétrica, obtenidos en el análisis de varianza mediante un diseño de bloques completos al azar al comparar diferentes tipos de volumen de <i>Pinus patula</i> Schl. et. Cham. var. <i>longepedunculata</i> Look de Santiago Textitlán, Oaxaca.	20
Figura 6. Diagrama de dispersión de los residuales estudentizados, de la ecuación de Pressler en <i>Pinus patula</i> Schl. et. Cham. var. <i>longepedunculata</i> Look de Santiago Textitlán, Oaxaca.	23
Figura 7. Diagrama de dispersión de los residuales generados por la ecuación de predicción por diámetro normal de <i>Pinus patula</i> Schl. et. Cham. var. <i>longepedunculata</i> Look de Santiago Textitlán, Oaxaca.	24

RESUMEN

La propuesta de Pressler por ser una técnica más sencilla y fácil para obtener volumen de fuste en árboles, se hace imprescindible realizar la comparación con otras técnicas para conocer la precisión de la ecuación. El presente estudio tuvo como objetivo comparar la ecuación de Pressler con árboles de *Pinus patula* de Santiago Textitlán, Oaxaca. Se utilizó una base de datos de 134 árboles, se obtuvieron tres tipos de volumen: volumen real, volumen a partir de la ecuación de predicción de la especie y región y volumen obtenido con la ecuación de Pressler. El volumen real se obtuvo con los tipos dendrométricos más utilizados. Para la comparación de la ecuación de Pressler se utilizaron tres métodos de comparación: prueba de t-Student, análisis de varianza mediante un diseño de bloques completos al azar y la diferencia agregada. Así mismo se obtuvieron y se graficaron los residuales estudentizados. Los resultados indican que estadísticamente no hay diferencia entre volumen real, el volumen de la ecuación de Pressler y el volumen estimado con la ecuación de predicción.

Palabras clave: tipos dendrométricos, volumen real, volumen de Pressler y relascopeo.

Correo Electrónico; Sergio Aroldo Trujillo Gómez, sergio252692@gmail.com

1. INTRODUCCIÓN

En la ordenación de los bosques es importante realizar el inventario forestal maderable cuya información contenga las existencias reales de volumen y la calidad en que se encuentran, entre otros, para la preparación de un plan de aprovechamiento anual (CATIE, 2002). En México, la normatividad establece la elaboración y ejecución de los programas de manejo forestal maderable, describiendo las acciones y procedimientos que conduzcan a la ordenación, el cultivo, la conservación y el aprovechamiento de los recursos forestales (DOF, 2003).

Ante la necesidad de obtener el volumen para la elaboración de los programas de manejo forestal maderable se recurre a distintas técnicas, las cuales difieren en costo y precisión. Entre ellas está la obtención del volumen de fustes mediante tipos dendrométricos, troceo simulado y ecuaciones de predicción (Romahn, 1994; Prodan *et al.*, 1997).

Romahn (2010) menciona que en el fuste de los árboles es normal el no encontrar a un tipo dendrométrico en toda la longitud del fuste para el cálculo del volumen; sin embargo si es posible identificar distintos tipos dendrométricos. Imaña (1998) Romahn (1994) y Wabo (2002) distinguen a las partes de los árboles que más se asemejan, realizando la estimación del volumen por secciones, así mismo mencionan que para el tocón se calcula con la fórmula del neiloide truncado, para la punta, el cono o paraboloides y para las trozas intermedias, el paraboloides truncado o el cilindro, de manera que el volumen total es obtenido de la suma de todas las secciones del fuste.

Con la estimación del volumen mediante tipos dendrométricos se obtiene una mayor precisión, pero no siempre es posible hacerlo, ya que se requiere derribar el arbolado. Aunado a todo esto el costo operativo es alto y aun cuando los bosques son relictos presentan un alto costo ecológico (Salas, 2002).

Salas (2002) menciona que la técnica del troceo simulado para la obtención de volumen, resuelve las desventajas del derribo de árboles y sobre todo reduce los costos operativos, esta técnica consiste en el uso de relascopio de Bitterlich. La técnica consiste en estimar los diámetros a distintas alturas del fuste mediante el relascopio de Bitterlich, aplicando los tipos dendrométricos en cada una de las secciones para estimar el volumen por secciones y con la suma de todas ellas se obtiene el volumen total del árbol y con una buena precisión.

López (2000) y Salas *et al.* (2005) recomiendan usar el relascopio para la estimación del volumen en árboles, sobre todo por la rapidez que se tiene para estimar el volumen.

Aun cuando la técnica es eficiente, existen factores que es importante considerar, Salas *et al.* (2005) mencionan que los costos son altos debido al relascopio; además, la capacitación que se requiere es mayor fundamentalmente para obtener datos correcto y la captura de datos en el terreno aumenta debido a que el instrumento es más complejo que el usar una forcípula para la medición de los diámetros.

Uno de los métodos más común en la estimación del volumen en fuste de árboles son las ecuaciones de predicción (Prodan *et al.*, 1997). En este caso el volumen se puede definir como una función dependiente que se encuentra estrechamente ligada a variables del árbol y las más usuales aquellas que son fáciles de medir (López, 2005). Las variables más comunes que se han utilizado para predecir el volumen son el diámetro normal y la altura, estas variables están estrechamente correlacionadas con el volumen (FAO, 1980; Tapia, 1998).

A partir de esta técnica los costos operativos son bajos al calcular el volumen, debido a que únicamente implica medir por lo general dos variables el diámetro y la altura. Sin embargo, para generar una ecuación de predicción de volumen, se requiere inicialmente de una muestra de árboles representativa del bosque, en la cual previamente se debe obtener el volumen real con los tipos dendrométricos o mediante el troceo simulado. Siendo el proceso para el ajuste mediante una regresión lineal o múltiple y seleccionando la ecuación de mejor ajuste con criterios estadísticos como el cuadrado medio del error, el índice de furnival y el error estándar de la media, entre otros estadísticos (Prodan *et al.*, 1997; Ramos *et al.*, 2014).

En las ecuaciones de predicción los modelos mayormente usados y que han presentado mejores ajustes son la de Schumacher-Hall, Logarítmica generalizada, la variable combinada y la de Spurr (Barrena *et al.*, 1983; Prodan *et al.*, 1997; Fernández *et al.*, 2011; Ramos *et al.*, 2014).

Maximilian Robert Pressler postuló en 1865 una forma más sencilla que los métodos antes mencionado para obtener el volumen del fuste en árboles, debido a que implica únicamente medir el diámetro normal y la altura a la que se encuentra la mitad del diámetro normal (Romahn, 1999).

Romahn (1999) explica matemáticamente que la ecuación de Pressler puede aplicarse a las siguientes formas geométricas que presente el fuste de los árboles: neiloide, paraboloides o cono. Demostrando que sea cual sea la forma que adopte el fuste está dado por la siguiente ecuación:

$$V_p = \frac{2}{3} * g * P$$

Dónde:

V_p = Volumen de Pressler (m^3)

g = Área de la sección transversal a 1.3 m de altura (m^2)

P = Altura de Pressler = $h + 1.3 + 0.65$ (m)

h = Distancia entre la sección transversal a 1.3 m de altura y la sección con diámetro igual a la mitad del diámetro normal (m).

Molina (1997) menciona que por mucho tiempo la ecuación de Pressler no fue utilizada debido a la dificultad para medir la altura a la que se encuentra la mitad del diámetro normal; la ecuación ha sido poco usada y en la literatura forestal es poco conocida. Romahn (1999) señala que el invento del relascopio de Bitterlich contribuyó a facilitar el uso de la ecuación en la estimación del volumen.

En la literatura forestal se encuentra distintos autores que hacen uso de la ecuación de Pressler, por ejemplo Cornejo *et al.* (2009) en *Pinus greggii* Engelm. var. *greggii* en Arteaga, Coahuila; Kumar *et al.* (2012) en *Grewia oppositifolia*, *Toona ciliata*, *Celtis australis* y *Bauhinia retusa* en Srinagar, Himalaya y Rashid *et al.* (2014) en *Fraxinus floribunda* en Garhwal Himalaya. Mientras que López (2000) describe la metodología para la medición y cálculo del volumen usando el relascopio de Bitterlich. Por otra parte, Pece *et al.* (2002) y Garrido *et al.* (2013) realizaron ajuste de ecuaciones con base en el volumen estimado con la ecuación de Pressler para la generación y validación de tablas de volumen.

Romahn (1999) y López (2000) señalan que para el cálculo del volumen del fuste de los árboles no se pueden considerar como un único cuerpo geométrico ya que el fuste presenta irregularidades a lo largo del mismo. Además mencionan que uno de los problemas que se enfrenta al utilizar este método para la predicción de volumen es la obstrucción por ramas, por lo que señala que no es válida la aplicación de este método en especies de árboles con abundantes ramas.

Se ha visto que la ecuación de Pressler facilita la obtención del volumen de árboles en pie. Aun cuando en la literatura existen trabajos que han hecho uso de la ecuación. No obstante, Armendáriz *et al.* (2003) señala que para dar confianza al uso de las ecuaciones de predicción de volumen, se realiza la validación. Mientras tanto,

en la comparación de la ecuación de Pressler poco es lo que se encuentra. Silva (1978), Molina (1997) y Mendes (2010) validan la ecuación de Pressler, a pesar de que realizan la comparación con el volumen real, el volumen de Pressler es considerado como una variable independiente ajustado a un modelo lineal que predice el volumen real.

En el proceso de validación de una ecuación se han considerado tamaños de muestra muy variables. Moret *et al.* (1998), Armendáriz *et al.* (2003) y Machado *et al.* (2003) utilizaron de 15 a 39 árboles para validar ecuaciones de predicción. Estos árboles son considerados una nueva muestra y que no fueron utilizados para el ajuste de las ecuaciones. Se obtiene el volumen real y el volumen de la ecuación de predicción y se comparan ambos volúmenes.

En la comparación de los tipos de volumen deben utilizarse medidas de precisión y de sesgo de las estimaciones. Prodan *et al.* (1997) proponen usar la raíz cuadrada del error medio cuadrático, el error medio absoluto, la desviación estándar de los residuales y la diferencia agregada.

Así mismo existen otros criterios de comparación de los volúmenes ampliamente utilizados. Snedecor y Cochran (1971) mencionan la distribución t-Student para la comparación de medias entre poblaciones, siendo esta la técnica de mayor robustez estadística. Armendáriz *et al.* (2003) utiliza la comparación de medias de t-Student para la validación de una tabla de volumen. En algunos casos también podría usarse la prueba F del análisis de varianza propuesto por Fisher (Montgomery, 2008), que es una extensión de la prueba t-Student para comparar diversas medias de tratamientos en un solo proceso. La prueba de F es la de mayor relevancia en diseño de experimentos dado que el análisis de la variabilidad se hace comparando varianzas (Gutiérrez y De la Vara, 2008). Así, Armendáriz *et al.* (2003) mediante un diseño de experimento, de bloques completos al azar comparan el volumen real y entre la ecuación de predicción considerando a las categorías diamétricas como bloques y los tipos de volumen como los tratamientos.

Pinus patula var. *longepedunculata* Look se distribuye de manera natural en los estados de Oaxaca y Chiapas, aunque no claramente definido puede extenderse en Guatemala y Honduras. Se ha plantado y ha tenido éxito fuera de su área de distribución a través de los trópicos y zonas templadas desde 1940; incluyendo el Sur de África, India, América del Sur y Australia. Es uno de las especies más importantes para la producción de madera debido a que presenta un rápido crecimiento, un fuste largo, recto y libre de ramas, los incrementos van desde los 20 hasta los 37 m³/ha/año (Perry, 1991; Gillespie, 1992).

Con el propósito de comparar la ecuación de Pressler, se emplea una base datos de *Pinus patula* var. *longepedunculata* de Santiago Textitlán, Oaxaca, que se utilizó para generar una ecuación de predicción de volumen mediante la técnica de regresión (Silva, 2002).

1.1 Objetivos

Objetivo general

Comparar la ecuación de Pressler para estimar el volumen del fuste de árboles de *Pinus patula* de Santiago Textitlán, Oaxaca.

Objetivos específicos

- Determinar el volumen real del fuste de árboles de *Pinus patula* a través del uso de fórmulas de tipos dendrométricos.
- Determinar el volumen del fuste de árboles de *Pinus patula* a través de la fórmula de Pressler.
- Comparar el volumen del fuste de árboles de *Pinus patula* obtenida con la fórmula de Pressler, con el volumen real.
- Comparar el volumen del fuste de árboles de *Pinus patula* estimado con la ecuación de predicción de esta especie y región, con el volumen real.

1.2 Hipótesis

Las hipótesis nulas y alternas propuestas para este trabajo son:

Ho: No existen diferencias entre el volumen estimado con la fórmula de Pressler y el volumen real, para el fuste de árboles de *Pinus patula*.

Ha: Existen diferencias entre el volumen estimado con la fórmula de Pressler y el volumen real, para el fuste de árboles de *Pinus patula*.

Ho: No existen diferencias entre el volumen estimado con la ecuación de predicción y el volumen real, para el fuste de árboles de *Pinus patula*.

Ha: Existen diferencias entre el volumen estimado con la ecuación de predicción y el volumen real, para el fuste de árboles de *Pinus patula*.

2. MATERIALES Y MÉTODOS

El presente trabajo se realizó con una base de datos de 134 árboles de *Pinus patula* var. *longepedunculata* de Santiago Textitlán, Oaxaca apeados en el año 2002, en el predio de régimen comunal perteneciente a la Comunidad de Santiago Textitlán, Oaxaca.

Se seleccionaron árboles que no estuviesen enfermos o plagados; tratando de cubrir todas las categorías diamétricas presentes en el área. Antes de que los árboles fuesen derribados se midieron diámetros con corteza a la altura del suelo 0.0 m, a 0.30 m y a 1.30 m. Una vez derribado los árboles seleccionados, se midieron los diámetros a partir del 1.30 m cada dos metros hasta la punta del árbol. La información se utilizó para construir una ecuación de predicción de volumen (Silva, 2002).

De cada árbol se obtuvieron cuatro valores de volumen de fuste: a) el volumen real a través del cálculo con los tipos dendrométricos considerando la punta como un cono y b) considerando para la punta como un paraboloides, c) volumen estimado con la fórmula de Pressler y por último, c) el volumen estimado con la ecuación de predicción de volumen de *Pinus patula* var. *longepedunculata*, obtenida por Silva (2002).

2.1 Cálculo de los tres diferentes tipos de volumen

2.1.1 Cálculo del volumen real de fuste

Para obtener el volumen real del fuste, los datos se ordenaron por categoría diamétrica, en una hoja de cálculo, se obtuvo el volumen individual del tocón, de la punta y de cada troza, mediante el uso de fórmulas de cuerpos geométricos que mejor corresponda a cada parte del árbol. Usando la fórmula del neiloide truncado para el tocón, del cono y paraboloides para la punta y del paraboloides truncado para el resto de las trozas.

Para el tocón de cada uno de los árboles, se aplicó la fórmula del neiloide truncado:

$$V_{Tn} = \frac{L}{4} [S_0 + S_1 + \sqrt[3]{S_0 * S_1} (\sqrt[3]{S_0} + \sqrt[3]{S_1})]$$

Dónde:

V_{Tn} = Volumen del tocón

S_0 = Área de la base
 S_1 = Área de la parte superior
 L = Longitud del tocón

Para cada una de las trozas de los árboles derribados, se aplicó la fórmula de Smalian, que se usa para el paraboloides truncado:

$$V_{Tr} = \left(\frac{S_0 + S_1}{2} \right) * L$$

Dónde:

V_{Tr} = Volumen de la troza
 S_0 = Área seccional mayor de la troza
 S_1 = Área seccional menor de la troza
 L = Longitud de la troza

Para el cálculo de punta del árbol se aplicó la fórmula del cono:

$$V_{Pu} = \frac{S_0 * L}{3}$$

Dónde:

V_{Pu} = Volumen de la punta
 S_0 = Área seccional de la base
 L = Longitud de la troza que corresponde a la punta del árbol

La obtención del volumen real del fuste de cada árbol, se realizó mediante la sumatoria de cada una de las trozas, el volumen del tocón y el volumen de la punta. De igual forma la altura total del árbol se verificó con la sumatoria de las longitudes de cada troza, tocón y punta del árbol.

2.1.2 Cálculo de volumen por la ecuación de Pressler

Para obtener el volumen con la fórmula de Pressler se realizó lo siguiente:

La estimación del volumen del fuste mediante la fórmula propuesta por Pressler; establece que el volumen de un fuste, cualquiera que sea su tipo dendrométrico, es igual a dos tercios del área seccional del fuste a 1.3 m de altura, multiplicada por la distancia a la que se encuentra la mitad del diámetro normal sumada previamente 0.65 m (Romahn, 1999) y corresponde a la siguiente fórmula:

$$Vp = \frac{2}{3} * g * P$$

Dónde:

V_p = Volumen de Pressler (m^3)

g = Área de la sección transversal a 1.3 m de altura (m^2)

P = Altura de Pressler = $h + 1.3 + 0.65$ (m)

h = Distancia entre la sección transversal a 1.3 m de altura y la sección con diámetro igual a la mitad del diámetro normal (m).

Para la realización de este trabajo la dificultad radicó en conocer el valor de la altura de Pressler (P). Para estimarlo se realizó el siguiente procedimiento:

Teniendo la base datos ordenados como se muestra enseguida (Cuadro 1). Donde a cada árbol se le asignó un número de referencia, la altura en la que se encuentra los diámetros en la sección del árbol. De acuerdo al diámetro normal de cada árbol se le asignó la categoría diamétrica. Teniendo así mismo el diámetro a cada sección de 0 m, 0.30 m, 1.3 m y después a cada 2 m, hasta llegar a la punta del árbol.

Cuadro 1. Forma en que se organizaron los datos de árboles de *Pinus patula* Schl. et. Cham. var. *longepedunculata* Look de Santiago Textitlán, Oaxaca.

No. árbol	Altura	Categoría diamétrica	Diámetro normal
1	0	5	9.7
1	0.3	5	7.4
1	1.3	5	6.2
1	3.3	5	4.7
1	5.3	5	4.1
1	7.3	5	2.2
1	9.3	5	0.7
1	9.7	5	0

La fórmula de Pressler indica que debe conocerse la altura a la que se encuentra la mitad del diámetro normal a 1.3 m (altura de Pressler). En el trabajo realizado se desconoce la altura de Pressler, para ello se recurrió al cálculo del índice de ahusamiento en cada troza. El índice ahusamiento corresponde al cambio de valor del diámetro, por cada cambio de 1 m de longitud.

El procedimiento para la obtención de la altura de Pressler fue el siguiente:

- El diámetro de cada árbol a 1.3 se dividió entre dos. Posteriormente, se identificó en que troza se encontraba la mitad del diámetro normal. Calculando la diferencia entre la mitad del diámetro normal ($\frac{dn}{2}$) menos el diámetro menor de la troza.

- Teniendo identificada la troza donde se encuentra la mitad del diámetro normal, se calculó el índice de ahusamiento.

Para el cálculo del índice de ahusamiento se aplicó la siguiente fórmula:

$$IA = \frac{DM - Dm}{L}$$

Dónde:

IA = Índice de ahusamiento (cm/m)

DM = Diámetro mayor (cm)

Dm = Diámetro menor (cm)

L = Longitud de la troza (m)

- Teniendo el índice de ahusamiento y asumiendo que la proporción es constante en la disminución del diámetro por cada metro de altura en cada troza, se realizó una regla de tres simple, esto para conocer la longitud a la que se encuentra la diferencia entre la mitad del diámetro normal y el diámetro menor de la troza.

$$\begin{array}{l} 1\text{m} \text{-----} IA \\ A \text{-----} X \end{array}$$

Dónde:

IA = Índice de ahusamiento

A = Diferencia entre la mitad del diámetro normal y el diámetro menor de la troza (cm).

X = Longitud en la que se encuentra la diferencia entre la mitad del diámetro normal (m) y el diámetro menor de la troza (m).

- Finalmente, para obtener la altura de Pressler, se obtuvo a través de la resta de la altura a la que se encuentra el diámetro menor de la troza identificada, menos la longitud en la que se encuentra la diferencia entre el diámetro normal y el diámetro menor de la troza (X).

2.1.3 Cálculo de volumen con la ecuación de predicción

Para el volumen estimado con la ecuación de predicción de volumen, se utilizó la ecuación de predicción de volúmenes elaborada para dicha especie y región (Silva, 2002):

$$\text{Log } V = -4.203472 + 0.946655 \text{ Log } DN^2 h$$

Donde:

Log = Logaritmo base 10

V = Volumen total (m^3)

DN = Diámetro normal (cm)

h = Altura total del fuste (m)

Se obtuvieron volúmenes individuales de fuste de árboles con la ecuación anterior, utilizando el diámetro normal y la altura de cada uno de los árboles de la base de datos.

2.2 Análisis de datos

Obtenidos los tres tipos de volumen de fustes de cada árbol, se concentró los datos en una hoja de Excel, ordenados por categoría diamétrica para su posterior análisis en el programa SAS (9.1).

En un primer análisis de los datos se graficaron la relación entre diámetro y altura, y la relación entre diámetro y volumen, para ver la tendencia, dispersión y detectar observaciones ilógicas en ambas relaciones, tal como lo utiliza Díaz *et al.* (2009).

2.3 Criterios de comparación

Para realizar la comparación entre el volumen real de fuste de árboles y el volumen con la ecuación de Pressler, así como entre el volumen real y el volumen estimado con la ecuación de predicción, para determinar si existen diferencias estadísticamente significativas, se utilizaron tres diversos métodos para identificar si existen diferencias: a) comparación de medias a través de la prueba de t-Student, b) el análisis de varianza y c) la diferencia agregada.

Prueba de t-Student por categoría diamétrica

Se realizó la comparación de medias muestral por categoría diamétrica, entre el volumen de estimado con la ecuación de Pressler y el volumen real, así como también se realizó la comparación del volumen obtenido con la ecuación de predicción y el volumen real, para ello se utilizó la prueba de t-Student con el uso del paquete SAS (9.1), mediante el procedimiento PROC TTEST, para conocer si existían diferencias estadísticamente al comparar las medias muestrales de cada tipo de volumen. La fórmula para calcular el valor de t-Student es la siguiente:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

Donde:

t= Valor calculado por categoría diamétrica

\bar{x}_1 = Media muestral del volumen real

\bar{x}_2 =Media muestral del volumen estimado con la ecuación

s_1^2 =Varianza de los volúmenes real por categoría diamétrica

s_2^2 = Varianza de los volúmenes estimados con la ecuación

Análisis de varianza

El análisis de varianza se realizó mediante un diseño de bloques completos al azar con un $\alpha = 0.05$. Considerando las categorías diamétricas como bloques y los cuatro tipos de volumen considerado como tratamientos, como lo señala Moret *et al.* (1998), usando el procedimiento PROC ANOVA del paquete estadístico SAS (9.1).

Diferencia agregada

El estadístico de la diferencia agregada se obtuvo para conocer las diferencias entre el volumen real y el volumen de la ecuación de Pressler, así como también entre el volumen real y la ecuación de predicción. Se obtuvo la diferencia agregada por categoría diamétrica mediante la fórmula:

$$DA = \frac{\sum_{i=1}^i (v_i - \hat{v}_i)}{n}$$

Dónde:

DA = Diferencia agregada por categoría diamétrica

v_i = Volumen real unitario

\hat{v}_i = Volumen estimado (Con fórmula de Pressler y con ecuación de predicción respectivamente)

n = Número de árboles por categoría diamétrica

Para el cálculo del porcentaje que representa el sesgo por categoría diamétrica, se consideró el volumen real por categoría diamétrica como el 100%. Con base en lo anterior se obtuvo el porcentaje de sesgo por categoría diamétrica de la ecuación de Pressler, así mismo para la ecuación de predicción.

Residuales estudentizados

Los residuales estudentizados permite conocer los valores atípicos, estos son valores muy grandes o muy pequeños con respecto a los demás o a la mayoría de los residuales, en otras palabras son los valores más alejados de las observaciones (Hair *et al.*, 1999; De la Garza *et al.*, 2013).

Para conocer la respuesta de los residuales de cada una de las ecuaciones: ecuación de Pressler y la ecuación de predicción; se obtuvieron los residuales estudentizados de cada una de las ecuaciones usando regresión lineal, usando el procedimiento PROC REG del paquete estadístico SAS (9.1), para lo anterior, se consideró al volumen de Pressler como la variable independiente y el volumen real como la variable dependiente. De la misma manera se realizó para la obtención de los residuales de la ecuación de predicción, cambiando únicamente la variable independiente.

Las gráficas generadas se realizaron en el software SigmaPlot (Versión 12.0). Considerando un rango de ± 2.5 en la distribución de residuales. Se analizó la distribución de los residuales y los valores que no estaban dentro del umbral se consideraron valores atípicos.

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1 Análisis de la base datos

La relación entre el diámetro normal y la altura total de los árboles (Figura 1), permite ver que existe una clara tendencia lineal, a medida que aumenta una variable la otra también lo hace, pero entre más grandes sean los valores es mayor la dispersión de los puntos. También se puede notar que aún en la amplia dispersión, existe un árbol que no representa la tendencia general, ya que tiene un diámetro grande y altura mediana, lo que permite identificarlo como un dato no representativo. Por lo que, de la base de datos de 134 árboles, se eliminó el árbol que representa el punto antes señalado.

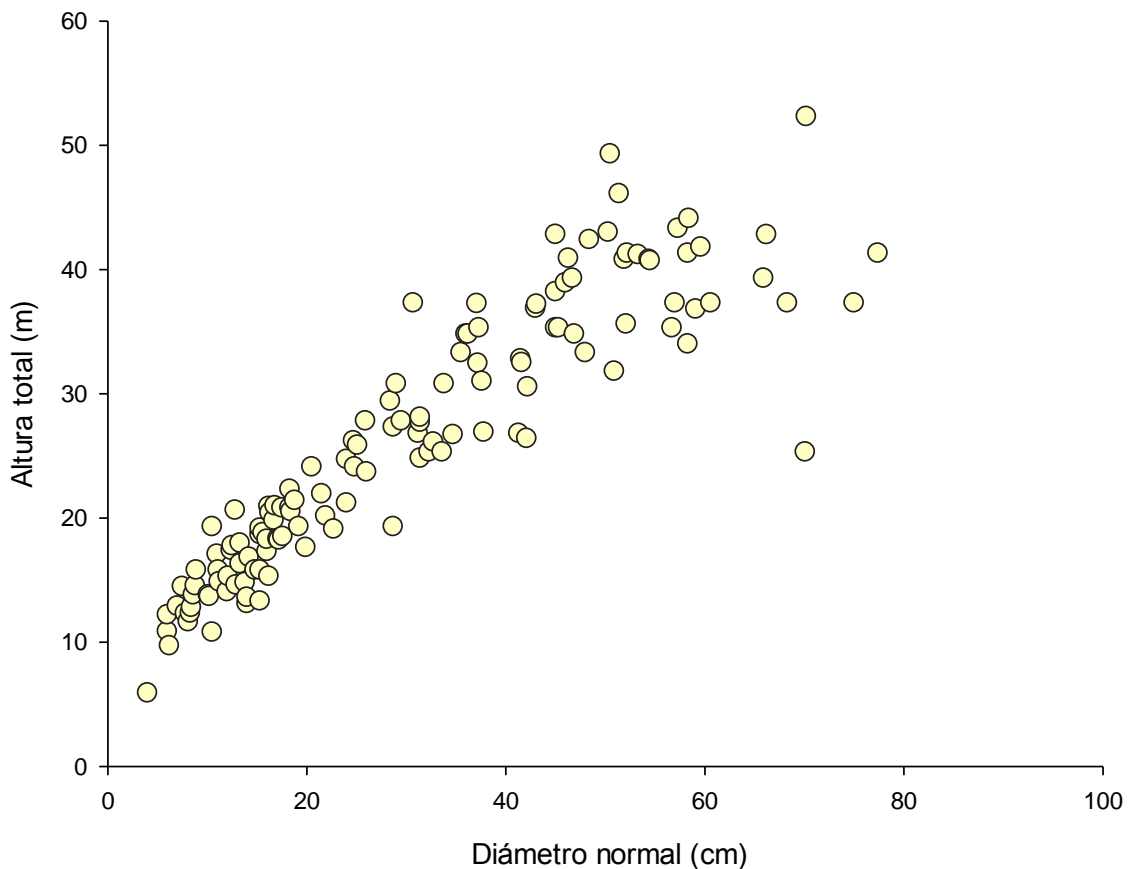


Figura 1. Diagrama de dispersión de las variables diámetro normal y altura total de 134 árboles de *Pinus patula* Schl. et. Cham. var. *longepedunculata* Look de Santiago, Textitlán, Oaxaca.

La tendencia que existe entre el diámetro y la altura y la variabilidad de los datos obtenida en *Pinus patula* var. *longepedunculata* en este estudio, es similar al que obtuvieron Trincado y Leal (2006) y Cancino (2006) en *Pinus radiata*, Díaz *et al.* (2009) en *Eucalyptus globulus*, Milena *et al.* (2013) en *Eucalyptus tereticornis*, mencionando que para dichas especies, la distribución de los árboles es de tipo lineal con forma de cóncava; debido a que a medida que el diámetro aumenta la altura de igual forma lo hace. Sin embargo, Cancino (2006) y Milena *et al.* (2013) mencionan que es posible ajustar una ecuación lineal, no obstante las ecuaciones no lineales se ajustan mejor a los datos debido a que la tendencia presenta una curva, esa forma se genera por el hecho de que el incremento en altura termina antes que el diámetro.

En este estudio se considera la eliminación de un árbol por estar fuera del área de la dispersión. Díaz *et al.* (2009) con 23,090 árboles de la especie de *Eucalyptus globulus* indica que los árboles que se presentan fuera de la dispersión general de los datos es necesario eliminarlos debido a que no representan a la población para un buen modelaje.

En el caso de la relación entre diámetro normal y volumen total real de los árboles (Figura 2), se observa una clara tendencia de que a medida que aumenta el diámetro normal, el volumen total real también aumenta, pero lo hace en forma exponencial. También se puede notar que en los diámetros mayores existe mayor dispersión de los valores de volumen, pero la dispersión es menor que en el caso de la altura total. Así mismo, se puede identificar el mismo árbol que se encuentra fuera de la dispersión general de los datos

Se aprecia que no existen diferencias entre los dos tipos de volúmenes reales, el primero considerando la punta como un cono (VRc) y el segundo considerando la punta como un paraboloides (VRp), ya que prácticamente se sobreponen un valor con otro (Figura 2), por lo que se asume que la diferencia entre ambos volúmenes es muy pequeña, casi insignificante. Por lo que, en los siguientes análisis para la comparación se utilizó únicamente el volumen del fuste total real considerando la punta como un cono.

Cancino (2006) menciona que en la construcción de funciones de volumen es necesario relacionarlo con variables fáciles de medir, entre las más importantes menciona que el diámetro normal, la altura y forma del fuste. Este mismo autor señala que la relación que existe entre el diámetro y el volumen es de tipo no lineal. Chauchard y Sbrancia (2005) ajustan ecuaciones para estimar el volumen individual de árboles de *Pinus radiata* resultado una ecuación de tipo exponencial la de mejor ajuste. Por lo que, la tendencia que presenta la base de datos de *Pinus patula* var.

longepedunculata es de tipo no lineal, a medida que aumenta el diámetro, el volumen incrementa de forma exponencial.

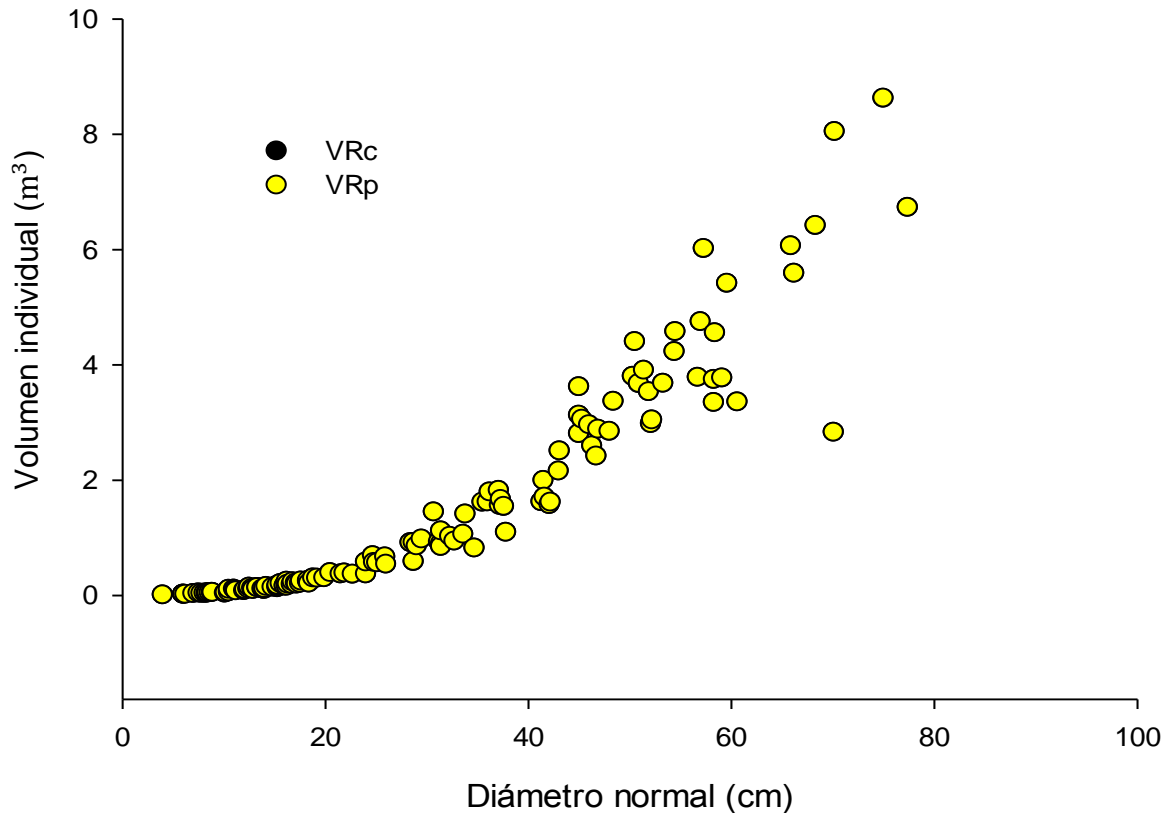


Figura 2. Diagrama de dispersión de las variables diámetro normal y volumen real considerando la punta del fuste como un cono (VRc) y volumen real considerando la punta del fuste como un paraboloides (VRp) de 134 árboles de *Pinus patula* Schl. et Cham. var. *longepedunculata* Look de Santiago, Textitlán, Oaxaca.

3.2 Comparación entre el volumen real, el volumen estimado con la ecuación de Pressler y el volumen de la ecuación de predicción

Es importante señalar que la forma del volumen de Pressler y el volumen real por volumen unitario y por categoría diamétrica (Figura 3, A, B) permite ver que la dispersión de ambos tipos de volumen presenta una tendencia exponencial. Así mismo se observa una diferencia que existe en el volumen de Pressler en relación al volumen real, comenzando desde la categoría diamétrica de 35 cm, donde inicia una ligera sobreestimación del volumen de Pressler en relación al volumen real, haciéndose esta diferencia mayor, a medida que la categoría diamétrica aumenta.

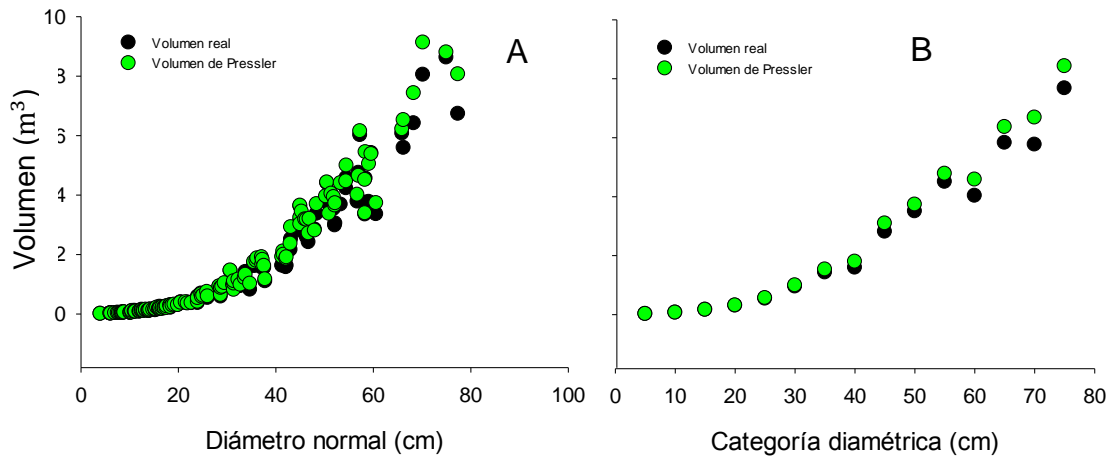


Figura 3. Diagrama de dispersión del volumen real y el volumen estimado con la fórmula de Pressler de 131 árboles individual (A) y por categoría diamétrica (B) de *Pinus patula* Schl. et. Cham. var. *longepedunculata* Look, de Santiago, Textitlán, Oaxaca.

En el caso de la comparación entre volúmenes obtenidos con la ecuación de predicción en relación al volumen real (Figura 4), se observa para los valores unitarios (A) un buen ajuste para la predicción de volumen y se distingue una mayor dispersión de los datos en los diámetros mayores a 40 cm. En la comparación por categoría diamétrica (B) se observa que la ecuación de predicción en las categorías mayores a 40 cm se concibe que hay tanto una ligera subestimación como una ligera sobreestimación del volumen real.

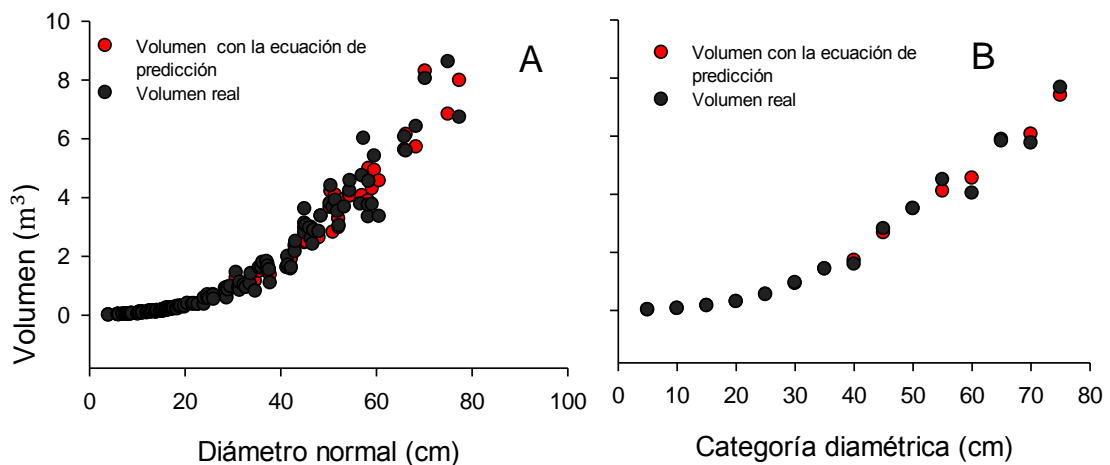


Figura 4. Diagrama de dispersión del volumen real y el volumen estimado con la ecuación de predicción, de 131 árboles individuales (A) y por categoría diamétrica (B) de *Pinus patula* Schl. et. Cham. var. *longepedunculata* Look, de Santiago, Textitlán, Oaxaca.

3.2.1 Comparación de medias entre el volumen real, el volumen de Pressler y la ecuación de predicción

Se observa gráficamente que el volumen obtenido con la ecuación de Pressler tiende a sobreestimar levemente el volumen real (Figura 3 A; B). Sin embargo, las diferencias que visualmente presenta la ecuación de Pressler en relación al volumen real, son tan pequeñas que la prueba de t-Student determina que estadísticamente no hay diferencia entre ambos tipos de volumen, dado que al realizar la prueba de comparación de medias en ninguna categoría diamétrica se obtuvo una probabilidad menor al valor crítico ($Pr>t < 0.05$) (Cuadro 2).

Cuadro 2. Análisis de la comparación del volumen real y el volumen de Pressler por categoría diamétrica, mediante la comparación de medias de t-Student para árboles de *Pinus patula* Schl. et. Cham. var. *longepedunculata* Look de Santiago, Textitlán, Oaxaca

CD	n	VR		VP		Ve		Comparación			
		\bar{x}	s	\bar{x}	s	\bar{x}	s	t	Pr>t	t	Pr>t
5	6	0.0212	0.012	0.0187	0.0105	0.0205	0.0106	-0.38	0.71	0.11	0.91
10	18	0.0688	0.0325	0.0648	0.0293	0.0659	0.0262	-0.39	0.70	0.3	0.77
15	24	0.1613	0.0409	0.161	0.0399	0.1662	0.0448	-0.02	0.98	-0.4	0.69
20	10	0.2991	0.0652	0.3081	0.0515	0.305	0.0565	0.34	0.74	-0.22	0.83
25	8	0.5417	0.1194	0.5614	0.1238	0.553	0.0966	0.32	0.75	-0.21	0.84
30	11	0.9528	0.2104	0.99	0.2097	0.9245	0.1582	0.41	0.68	0.36	0.72
35	10	1.4283	0.3615	1.5309	0.3627	1.4272	0.2879	0.63	0.53	0.01	0.99
40	7	1.5907	0.2669	1.7916	0.3145	1.7179	0.2325	1.29	0.22	-0.95	0.36
45	10	2.8093	0.4164	3.0869	0.3626	2.6686	0.2418	1.59	0.13	0.92	0.37
50	9	3.5028	0.5033	3.7309	0.4577	3.5052	0.5324	1.01	0.33	-0.01	0.99
55	6	4.5019	0.8508	4.7733	0.744	4.1064	0.3179	0.59	0.57	1.07	0.31
60	6	4.0287	0.8071	4.5783	0.8651	4.5532	0.4126	1.14	0.28	-1.42	0.19
65	2	5.8235	0.3351	6.3629	0.2176	5.8806	0.3713	1.91	0.22	-0.16	0.89
70	3	7.2277	1.1536	8.2758	1.2036	7.0105	1.8227	0.89	0.47	0.14	0.9
75	2	8.4241	0.5202	7.6732	1.3367	7.4076	0.8158	0.74	0.54	0.24	0.83

CD=Categoría Diamétrica; n=Tamaño de muestra; VR=Volumen real; VP=Volumen de Pressler; Ve=Volumen de la ecuación de predicción; \bar{x} = Media; s= Desviación estándar; t= valor de t-Student calculada; Pr>t= Probabilidad; vs= versus.

La ecuación de Pressler sobreestima, ligeramente, el volumen de los árboles en relación al volumen real, ello se debe, probablemente, a que la fórmula de Pressler considera al fuste de los árboles únicamente como una figura geométrica en todo lo

largo del fuste. Romahn (1994) menciona que los árboles no adoptan como una tal una forma geométrica por lo que es importante al estimar el volumen de un árbol considerar varios tipos dendrométricos a lo largo del fuste. Considerar que al determinar volumen de fuste mediante las formas geométricas como se ha realizado en este estudio el volumen considerado como real también es un volumen estimado, como lo señala Romahn (1994).

El buen ajuste de la ecuación de predicción con respecto al volumen real (Figura 4) también es ratificado en la prueba de “t-Student donde no se presentan diferencias estadísticas entre ambos tipos de volumen, para ninguna categoría diamétrica dado que al realizar la prueba de comparación de medias en ninguna categoría diamétrica se obtuvo una probabilidad menor al valor crítico ($P > t < 0.05$) (Cuadro 2).

El volumen estimado con la ecuación de Pressler sobreestima al volumen real a partir del diámetro de 40 cm. Sin embargo, al comparar la ecuación de Pressler con el volumen real de una plantación de teca (*Tectona grandis*) Mendes (2010), obtiene que el volumen de Pressler para los diámetros menores a 15 cm se acercan mejor al volumen real, mientras tanto para los diámetros de 15 a 20 cm la diferencia entre el volumen real no es significativo, sin embargo la tendencia es a subestimar el volumen de los árboles. Diferente a lo obtenido por Silva (1978) quien menciona, que la ecuación de Pressler tiende a sobreestimar el volumen en *Pinus taeda* L. de la región de Santa María, Viena, Brasil.

3.2.2 Análisis de varianza en la comparación del volumen real con los volúmenes estimados con la ecuación de Pressler y la ecuación de predicción

El análisis de varianza del diseño de bloques completos al azar (Cuadro 3 y Apéndice 2) los análisis indican que no existen diferencias estadísticas entre los tres tipos de volumen (volumen real, volumen estimado con ecuación de predicción y el volumen estimado con la ecuación de Pressler), ya que en ningún caso de las categorías diamétricas se presentó una probabilidad ($P < f$) inferior a 0.05.

Cuadro 3. Probabilidades del valor de F de los análisis de varianza por categoría diamétrica, mediante un diseño de bloques completos al azar, para la comparación de volumen real, volumen con la ecuación de predicción y volumen calculado con la ecuación de Pressler en *Pinus patula* Schl. et. Cham. var. *longepedunculata* Look, de Santiago, Textitlán, Oaxaca.

CD	n	C.V.	P>f
5	6	55.15	0.98
10	18	45.08	0.97
15	24	25.64	0.96
20	10	19.76	0.98
25	8	20.98	0.98
30	11	20.75	0.89
35	10	23.73	0.88
40	7	16.25	0.44
45	10	12.88	0.09
50	9	14.04	0.71
55	6	16.22	0.47
60	6	17.34	0.40
65	2	5.36	0.38
70	2	18.33	0.79
75	2	13.63	0.80

CD= Categoría diamétrica; n= Número de árboles; C.V.= Coeficiente de variación; P>F= Probabilidad.

Ante todo esto es importante hacer notar que el coeficiente de variación es muy alto en las categorías diamétricas de 5 y 10 cm (Figura 5), por lo que no serían confiables los análisis de varianza para ambas categorías diamétricas.

Se asume que el alto coeficiente de variación que se obtuvo en las categorías diamétricas de 5 y 10 cm en el análisis de varianza, se debe muy probablemente a la variabilidad de los datos en altura y sobre todo en volumen. Para las categorías de 5 y 10 cm se presentó un coeficiente de variación en altura de 27.21 y 15.64 %, respectivamente. La variabilidad en volumen se manifiesta en las mismas categorías diamétricas con valores aún más altos de 56.3 y 47.28 %, mientras que para las otras categorías el coeficiente de variación en volumen se encuentra en el rango de 5 a 25 %.

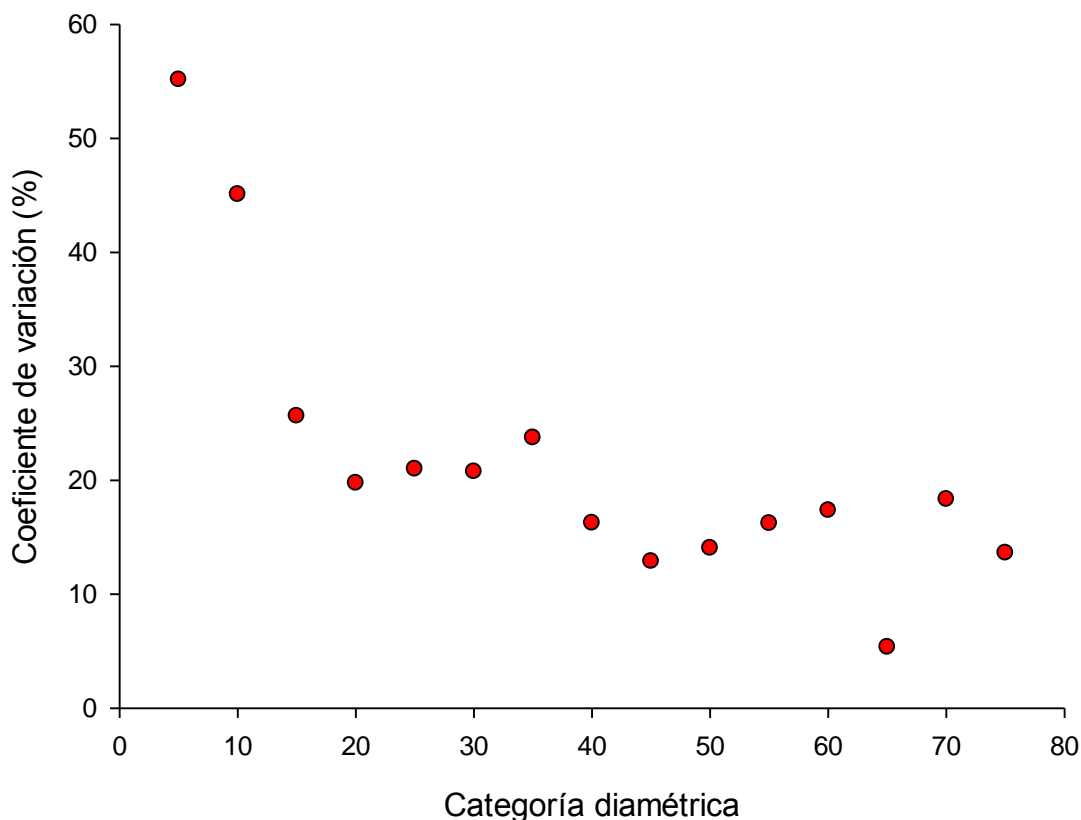


Figura 5. Diagrama de dispersión del coeficiente de variación por categoría diamétrica, obtenidos en el análisis de varianza mediante un diseño de bloques completos al azar al comparar diferentes tipos de volumen de *Pinus patula* Schl. et Cham. var. *longepedunculata* Look de Santiago Textitlán, Oaxaca.

3.2.3 Diferencia agregada de la ecuación de Pressler y la ecuación de predicción

A nivel general, considerando todos los árboles, en la ecuación de Pressler existe una diferencia de sobreestimación del 8.68% al volumen real. La ecuación de predicción presenta una subestimación del 0.3405 %.

El porcentaje de diferencia con relación al volumen real por categorías diamétricas de ambas ecuaciones (Cuadro 4). Es importante ver que la ecuación de Pressler presenta en las categorías diamétricas de 5, 40, 60 y 70 cm los valores más altos.

Para la ecuación de predicción las categorías diamétricas que presentan mayor sesgo son: 45, 70 y 75 cm.

Se ha visto que de forma general al comparar el volumen real y el volumen residual de las dos ecuaciones, la ecuación de Pressler presenta mayor diferencia. Sin embargo, al obtener las diferencias porcentuales por categorías diamétricas en la ecuación de predicción, los porcentajes de diferencia ocurren de forma similar a los obtenidos por la ecuación de Pressler y aún los valores más altos se encuentra en la ecuación de predicción de hasta 18.04% y para la ecuación de Pressler el valor más alto es de 14.5%.

Cuadro 4. Diferencia agregada por categoría diamétrica, en la comparación de volumen real, volumen calculado con la ecuación de predicción y volumen calculado con la ecuación de Pressler de árboles de *Pinus patula* Schl. et. Cham. var. *longepedunculata* Look de Santiago Textitlán, Oaxaca.

CD	n	VR	VP	Ve	DAP	DAe	DA	
							VR vs VP (%)	VR vs Ve (%)
5	6	0.02123	0.0187	0.0205	0.0024	0.0018	11.74	8.58
10	18	0.06884	0.0648	0.06592	0.0040	0.0011	5.84	1.67
15	24	0.16129	0.161	0.16624	0.0003	0.0052	0.16	3.14
20	10	0.29909	0.3081	0.30498	-0.0090	-0.0031	-3.01	-1.02
25	8	0.54171	0.5614	0.55303	-0.01965	-0.0083	-3.62	-1.50
30	11	0.95285	0.99	0.9245	-0.0371	-0.0655	-3.89	-7.08
35	10	1.42832	1.5309	1.42725	-0.1025	-0.1036	-7.17	-7.26
40	7	1.59071	1.7916	1.7179	-0.2008	-0.0736	-12.62	-4.28
45	10	2.8093	3.0869	2.6685	-0.2776	-0.4183	-9.88	-15.67
50	9	3.50276	3.7309	3.5051	-0.2281	-0.2257	-6.51	-6.43
55	6	4.5019	4.7733	4.1064	-0.2714	-0.6668	-6.02	-16.23
60	6	4.02867	4.5783	4.5531	-0.5496	-0.0252	-13.64	-0.55
65	2	5.82346	6.3629	5.8805	-0.5394	-0.4823	-9.26	-8.20
70	2	7.22769	8.2758	7.0105	-1.0481	-1.2653	-14.50	-18.04
75	2	7.67321	8.4241	7.4076	-0.7508	-1.0165	-9.7857	-13.72

CD=Categoría diamétrica; n=Número de árboles; VR=Promedio del volumen real; mVe=Promedio del volumen de la ecuación de predicción; VP= Promedio del volumen de Pressler; Ve=Promedio del volumen de la ecuación de predicción; DA= Diferencia agregada DAP=Diferencia agregada de la ecuación de Pressler; DAe= Diferencia agregada de la ecuación de predicción; vs =versus.

Prodan *et al.* (1997) proponen la diferencia agregada como la medida de sesgo, indicando si el valor está cercano a cero el modelo es insesgado, por otra parte si el

valor es diferente de cero el modelo es sesgado. Sin embargo, Imaña (1998) sugiere mediante el porcentaje de la desviación media de los residuales, considera un 10% de sesgo aceptable, para predecir el volumen mediante una ecuación de predicción.

Como ejemplos de trabajos realizados para validar ecuaciones se encuentra: Hernández (2013) al validar la ecuación de predicción de volumen de *Cedrela Odorata* en San José Chacalapa, Pochutla, Oaxaca. Considera el 10 % permisible y Pece *et al.* (2002) califican como aceptable al modelo de Schumacher y Hall en las especies de *Populus deltoides* y *Populus euroamericana* obteniendo las mayores desviaciones de hasta 8.6% en algunas categorías. Lo que indica que ambas ecuaciones tanto la de Pressler como la ecuación de predicción en algunas categorías diamétricas están fuera del sesgo permisible.

3.3 Dispersión de residuales estudentizados de la ecuación de Pressler y la ecuación de predicción

Los residuales estudentizados de la ecuación de Pressler presentan una distribución no uniforme (Figura 6). Considerando el ± 2.5 se observa que existen valores mayores y menores con respecto a la distribución de los demás residuales. Sin embargo, en los volúmenes mayores a 3 m³ es donde se encuentra mayor variabilidad de los residuales. Importante señalar que las distancias de los residuales con respecto a cero son diferentes; así mismo, se reduce el error en los valores menores de volumen y se hacen más grandes a medida que el valor de volumen aumenta. Lo anterior, se traduce que la ecuación de Pressler no predice correctamente el volumen en algunas observaciones debido a que los residuos son muy altos.

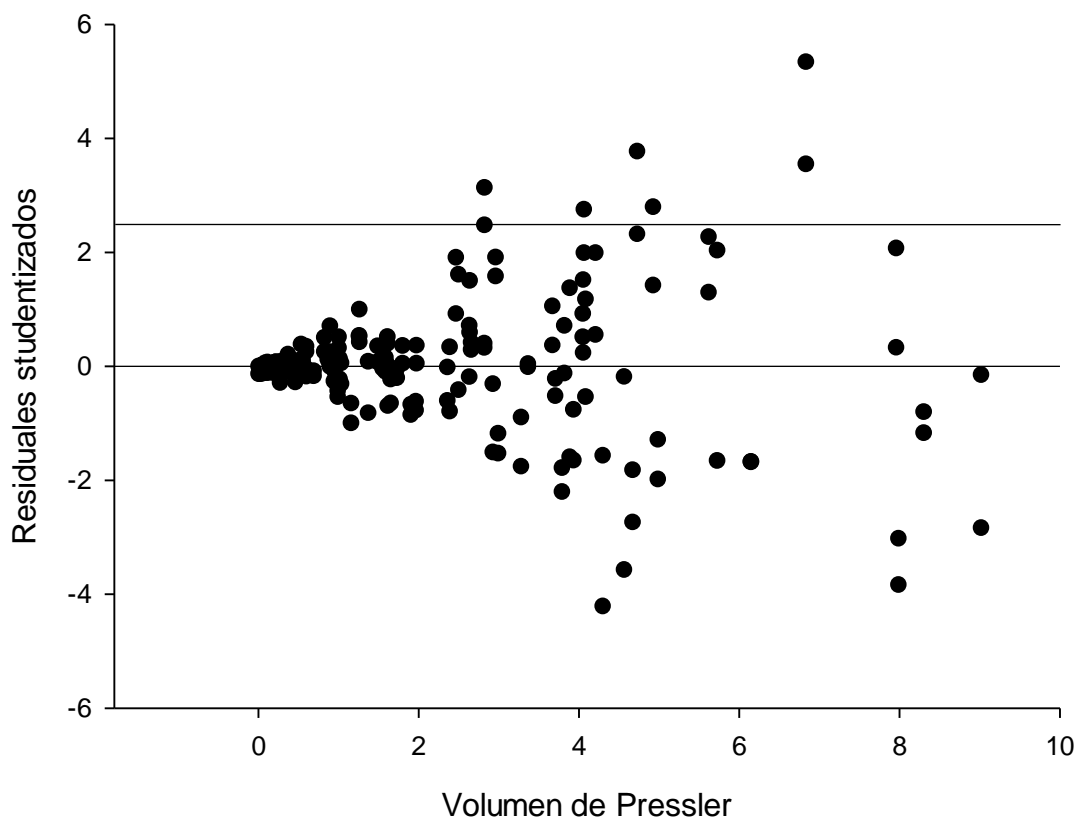


Figura 6. Diagrama de dispersión de los residuales estudentizados, de la ecuación de Pressler en *Pinus patula* Schl. et. Cham. var. *longepedunculata* Look de Santiago Textitlán, Oaxaca.

Los residuales estudentizados de la ecuación de predicción presentan también una distribución no uniforme y el error de predicción aumenta a medida que el valor de volumen es mayor (Figura 7). Se observa que existen valores mayores con respecto a la distribución de los demás residuales. Existen valores menores a 2.5, que de igual forma que en el caso de la ecuación de Pressler, el modelo de la ecuación de predicción no predice correctamente.

Los resultados indican que ambas ecuaciones tanto la ecuación de Pressler como la ecuación de predicción, presentan predicciones con observaciones atípicas, lo cual tanto la ecuación de Pressler como la ecuación de predicción presentan condiciones similares en la distribución de los residuales.

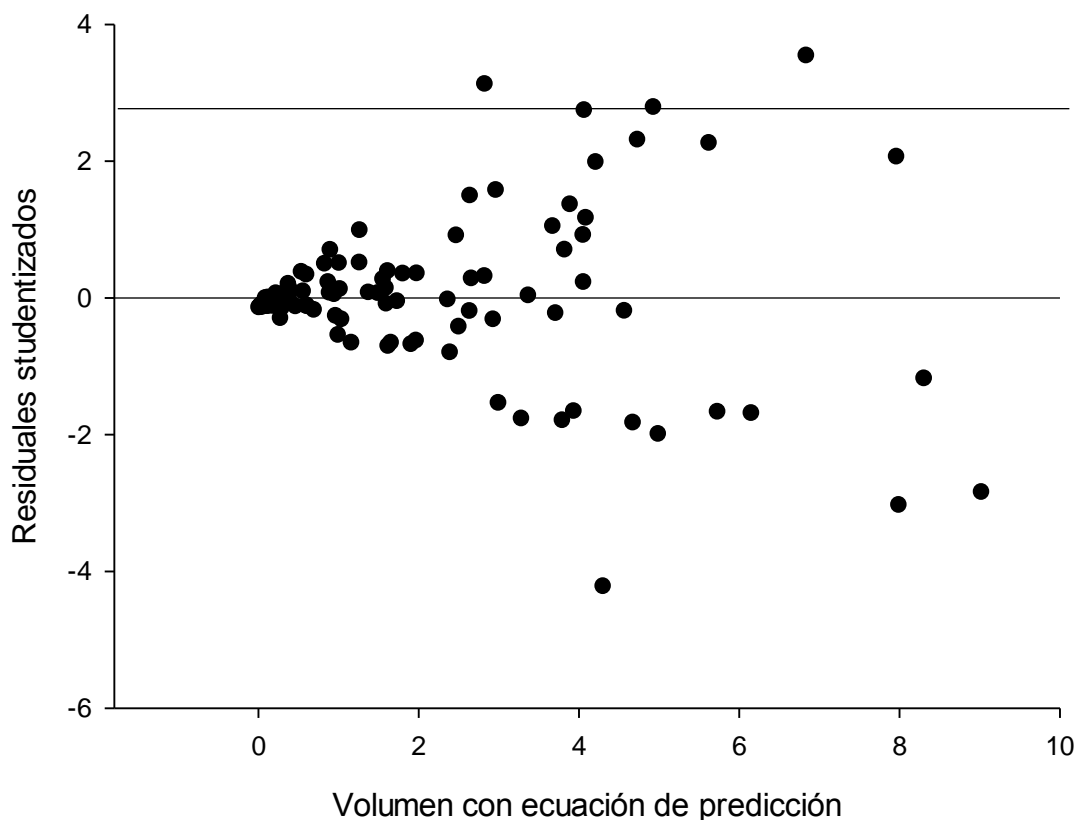


Figura 7. Diagrama de dispersión de los residuales generados por la ecuación de predicción por diámetro normal de *Pinus patula* Schl. et. Cham. var. *longepedunculata* Look de Santiago Textitlán, Oaxaca.

La medida principal del error de predicción del valor teórico es el residuo, Hair *et al.*, (1999) y De la Garza *et al.*, (2013) mencionan que una forma para identificar los valores atípicos es a través de los residuos basados en la *t* de Student para cada observación, la distribución debe ser uniforme manteniéndose dentro del umbral superior e inferior establecido; las observaciones que se encuentren fuera del umbral se consideran valores atípicos, estos son importantes porque son observaciones no representadas por la ecuación de regresión.

De la Cruz (2010) probó siete modelos para ajustar una ecuación que permitiera describir el crecimiento e incremento de cuatro variables dasométricas en *Pinus greggii* Engelm. entre ellas el de volumen. Los residuos estudentizados obtenidos del modelo logístico, muestran que mantiene una distribución uniforme sin valores atípicos. Lo que indica que la distribución deberá ser uniforme y no presentar valores fuera del umbral definido como aceptable.

4. CONCLUSIONES

No se encontraron diferencias estadísticas entre los tres tipos de volumen para el fuste árboles de *Pinus patula* var. *longepedunculata* de Santiago, Textitlán, Oaxaca.

La ecuación de Pressler para estimar el volumen de fuste en *Pinus patula* var. *longepedunculata* de Santiago, Textitlán, es tan confiable como la ecuación de predicción.

5. RECOMENDACIONES

- Dado que son pocos los estudios realizados de la ecuación de Pressler y no existe información suficiente para usar con confianza, es necesario realizar comparaciones en otras especies.
- En regiones y especies donde no se cuente con una ecuación de predicción de volumen y pueda obtenerse buena visibilidad del fuste de los árboles, podrá usarse la ecuación de Pressler, siempre y cuando exista compromiso de realizar posteriormente la comparación entre el volumen real y la ecuación de Pressler y definir a partir de ello su uso.
- Al estimar la altura de Pressler hacer uso del relascopio de Bitterlich para obtener mayor precisión.
- Al realizar estudios de comparación entre el volumen real y la ecuación de Pressler; es importante que el número de árboles sean uniformes en todas las categorías diamétricas, considerando como mínimo 10 árboles, para lograr una mejor comparación entre ellas.

6. LITERATURA CITADA

- Armendáriz O., R., A. Quiñones C., M. Cano R., P. Juárez T., H.O. Rubio A. y J. Rentería A. 2003. Tablas de volúmenes para *Pinus herrerae* y *Pinus duranguensis* en el ejido Monterde, municipio de Guazapares, Chihuahua. INIFAP-CIRNOC-Campo Experimental Madera-SAGARPA. Folleto Técnico No. 21. Chihuahua, México 20 p.
- Barrena A., V., J. Dance C. y D. Sáenz Y. 1983. Metodología para la selección de ecuaciones de volumen. Revista Forestal del Perú 13(2): 1-10.
- Cancino C., J. O 2006. Dendrometría básica. Serie de apoyo académico. Universidad de Concepción. Concepción, Chile. 163 p.
- CATIE (Centro Agronómico Tropical de Investigación y Enseñanza). 2002. Inventarios forestales para bosques latifoliados en América Central. Serie Técnica. Manual Técnico No. 50. Turrialba, Costa Rica. 278 p.
- Chauchard, L. y R. Sbrancia. 2005. Funciones de razón para la estimación de los volúmenes maderables de *Pino radiata* en el País Vasco. Investigación Agraria Sistemas de Recursos Forestales 14(2): 185-194.
- Cornejo O., E. H., E. Bucio Z., B. Gutiérrez V., S. Valencia M. y C. Flores L. 2009. Selección de árboles y conversión de un ensayo de procedencias a un rodal semillero. Revista Fitotecnia Mexicana 32(2):87-92.
- De la Cruz M., A. 2010. Estudio epidémico en una plantación de *Pinus greggii* Engelm. en El Caesa, Los Lirios, Arteaga, Coahuila. Tesis Profesional. Universidad Autónoma Agraria Antonio Narro. Saltillo, Coahuila. 68 p.
- De la Garza J., B. N. Morales S. y B. A. González C. 2013. Análisis estadístico multivariante. Mc Graw Hill. México. 712 p.
- Diario Oficial de la Federación (DOF). 2003. Ley General de Desarrollo Forestal Sustentable. Diario Oficial de la Federación. México, D.F. 79 p.
- Díaz R., C., F. Crecente C. y U. Diéguez A. 2009. Relación de altura-diámetro generalizado para masas de *Eucalyptus globulus*. Labill. En Galicia. En:

Castilla, J. y L. Ávila (Eds.). 5^o Congreso Forestal Español. Montes y Sociedad: saber qué hacer. España. Pp. 2-13

FAO (Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación). 1980. Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento. Con referencia especial a los trópicos. Vol. 1. Roma, Italia. 90 p.

Fernández, T. E., E. Fassola H. y M. García C. 2011. Ecuación de volumen total para *Populus deltoides* de plantaciones del Bajo Delta del Paraná. Revista de Investigaciones Agropecuarias 37(2): 172-179.

Garrido A., R., I. De Rojas M. y J. A. Bravo F. 2013. Nuevas ecuaciones de cubicación para pino silvestre en “aguas vertientes” (El Pinar, Segovia). En 5^o Congreso Forestal Español. Universidad Politécnica de Madrid. Madrid, España. Pp1-17.

Gillespie, A. Jr. 1992. *Pinus patula* Schiede and Deppe. Patula pine. New Orleans, LA: U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Southern Forest Experiment Station. 5 p.

Imaña, E. J. 1998. Dasometría práctica. Universidade de Brasília. Freiburg, Alemania. 117 p.

Gutiérrez, P. H. y R. De la Vara S. 2008. Análisis y diseño de experimentos. 2da ed. Mc Graw Hill. México. 545 p.

Hair, J. F., R. E. Anderson, R. L. Fatham, y W.C. Black. 1999. Análisis multivariante. 5ta ed. Pearson. Madrid, España. 799 p.

Hernández S., N. 2013. Tablas de volúmenes para cedro rojo (*Cedrela odorata* L.) en San José Chacalapa, Pochutla, Oaxaca. Tesis profesional. Universidad Autónoma Agraria Antonio Narro. Saltillo, Coahuila. 69 p.

Kumar, M., K. Anemsh., A. S. Mehraj y A.J. Raj. 2012. Structure and carbón stock potential in traditional agro forestry system of Garhwal Himalaya. Journal of Agricultural Technology 8(7): 2187-2200.

López P., C. 2000. Utilización del relascopio de Bitterlich para la cubicación de árboles. Universidad Politécnica de Madrid. Madrid, España. 8 p.

- López P., C. 2005. Metodología para la elaboración de tarifas de cubicación específicas para cada área o masa forestal objeto de un inventario por muestreo. En 4^o Congreso Forestal Español. Universidad Politécnica de Madrid. Madrid, España. Pp 1-7.
- Machado G., C., A. E. Pereira, y N. A. Ríos. 2003. Tabla de volumen para *Buchenavia capitata*, Vahl. Quebracho 10: 76-82.
- Mendes O., O. 2010. Verificação da acurácia do método de Pressler na estimativa do volume de árvores em pé. Tesis de licenciatura. Universidade Federal do Espírito Santo. Espírito Santo, Brasil. 33 p.
- Milena L., A., G. Trincado, A. Barrios y V. Nieto. 2013. Modelos regionales de altura-diámetro para plantaciones jóvenes de *Eucalyptus tereticornis* en la costa atlántica colombiana. Revista Bosque 34(2): 233-241.
- Molina D., G. 1997. Validación de la fórmula de Pressler para estimar volumen de árboles en pie. Tesis de licenciatura. Universidad Autónoma Chapingo. Texcoco, Estado de México. 49 p.
- Montgomery, D. C. 2008. Diseño y análisis de experimentos. 2da ed. Limusa Wiley. Arizona, E.U.A. 686 p.
- Moret A., Y., M. Jerez y A. Mora. 1998. Determinación de ecuaciones de volumen para poblaciones de teca (*Tectona grandis* L.) en la unidad experimental de la reserva forestal Caparo, estado Barinas-Venezuela. Revista Forestal Venezolana 42(1):41-50.
- Pece M., G., C. Gaillard D., M. J. De Galíndez. y N. A. De Ríos. 2002. Tabla de volumen de doble entrada para álamos de la zona de riego de Santiago del Estero, Argentina. Quebracho 9: 95-105.
- Perry, J. P. Jr. 1991. The pines of Mexico and America Central. Timber Press. Portland, Oregon, E.U.A. 231 p.
- Prodan M., R. Peters F. Cox y P. Real. 1997. Mensura forestal. IICA/GTZ. San José, Costa Rica. 586 p.
- Ramos U., J. A., J. J. García M., J. Hernández R., X. García C., J. C. Velarde R., H. J. Muñoz F. y G. G. García E. 2014. Ecuaciones y tablas de volumen para dos

especies de *Pinus* de la Sierra Purhépecha, Michoacán. Revista Mexicana de Ciencias Forestales 5(23): 92-109.

Rashid W. N., K. Naved Q. y P. Ahmad K. 2014. Growth performance, biomass production and carbon stock of 19- year old *Fraxinus floribunda* (ASH TREE) plantation in Kashmir Valley. Agriculture & Forestry 60(1):125-143.

Romahn de la V., C. F. 1999. Relascopeía. Una técnica de medición forestal. Universidad Autónoma Chapingo. Texcoco, Estado de México. 116 p.

Romahn de la V., C. F., H. Ramírez M. y J. L. Treviño G. 1994. Dendrometría. Universidad Autónoma Chapingo. Texcoco, Estado de México. 354 p.

Salas E., C. 2002. Ajuste y validación de ecuaciones de volumen para un relicto del bosque de Roble-Laurel-Lingue. Bosque 23(2):81-92.

Salas E, C., M. Reyes S. y C. Bassaber E. 2005. Medición de diámetros fustales con relascopeio y forcípula finlandesa; efectos en la estimación de volumen. Bosque 26(2):81-90.

Silva M., R. 2002. Predicción de volúmenes de fuste para *Pinus patula* Schl. et Cham. var. *longepedunculata* Loock en Santiago Textitlán, Oaxaca. Tesis profesional. Universidad Autónoma Agraria Antonio Narro. Saltillo, Coahuila. 61 p.

Silva J., A. 1978. Estimativa dos erros sistemáticos na cubagem de troncos pelo método de Hohenadl e Pressler. Revista Floresta 9(1):8-13.

Snedecor, G. W. y W. G. Cochran. 1971. Métodos estadísticos. Ed.Continental. México. 703 p.

Tapia, B., J. J. 1998. Ajuste de ecuaciones de volumen y funciones de ahusamiento para *Pinus teocote* Schl. et. Cham y *Pinus pseudostrabus* Lindl en el estado de Nuevo León. Tesis de Maestría. Facultad de Ciencias Forestales. Linares, Nuevo León, México. 118 p.

Trincado, C. y C. Leal D. 2006. Ecuaciones locales y generalizadas de altura-diámetro para pino radiata (*Pinus radiata*). Bosque 27(1):23-34.

Wabo, E. 2002. Cubicación y forma de árboles. Guía de clases. Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales. Buenos Aires, Argentina. 5 p.

APÉNDICE

Apéndice 1. Información de 134 árboles de *Pinus patula* Schl. et. Cham. var. *longepedunculata* Look de Santiago, Textitlán, Oaxaca. con volumen individual estimados con los tres diferentes métodos.

CD	DN	ht	hp	VRc	VRp	Ve	VP
5	4	5.9	4.41	0.0055	0.0055	0.0046	0.0042
5	6	10.85	7.30	0.0156	0.0157	0.0178	0.0150
5	6	12.2	9.30	0.0214	0.0214	0.0199	0.0188
5	6.2	9.7	6.35	0.0153	0.0153	0.0170	0.0141
5	7	12.9	9.30	0.0307	0.0308	0.0280	0.0255
5	7.5	14.47	11.18	0.0388	0.0389	0.0356	0.0348
10	7.8	12.3	9.45	0.0324	0.0324	0.0329	0.0322
10	8.1	11.64	9.66	0.0367	0.0368	0.0335	0.0354
10	8.3	12.33	8.85	0.0343	0.0344	0.0371	0.0343
10	8.4	12.79	10.40	0.0418	0.0421	0.0393	0.0408
10	8.6	13.8	10.48	0.0463	0.0464	0.0441	0.0431
10	8.8	14.54	11.45	0.0495	0.0495	0.0484	0.0491
10	8.9	15.8	11.51	0.0498	0.0499	0.0535	0.0505
10	10.1	13.8	8.00	0.0383	0.0383	0.0512	0.0392
10	10.2	13.68	7.70	0.0463	0.0463	0.0605	0.0455
10	10.5	10.8	8.27	0.0581	0.0584	0.0511	0.0515
10	10.5	19.3	14.97	0.1028	0.1034	0.0885	0.0902
10	11	17.07	13.30	0.1075	0.1078	0.0860	0.0884
10	11.1	15.8	11.66	0.0915	0.0915	0.0814	0.0794
10	11.2	14.85	11.04	0.0771	0.0772	0.0780	0.0768
10	12	14.05	9.48	0.0795	0.0796	0.0844	0.0764
10	12.1	15.3	11.35	0.0950	0.0954	0.0929	0.0920
10	12.4	17.4	13.10	0.1131	0.1131	0.1099	0.1107
10	12.5	17.75	15.42	0.1391	0.1392	0.1137	0.1315
15	12.8	20.62	14.05	0.1210	0.1210	0.1371	0.1261
15	12.9	14.6	11.05	0.1010	0.1013	0.1003	0.1019
15	13.3	16.3	11.67	0.1325	0.1325	0.1180	0.1141
15	13.3	17.97	14.47	0.1330	0.1344	0.1294	0.1400
15	13.8	14.8	10.57	0.1100	0.1100	0.1155	0.1119
15	14	13.1	9.01	0.1006	0.1007	0.1057	0.0992
15	14	13.6	11.30	0.1154	0.1168	0.1095	0.1226
15	14.2	16.84	12.95	0.1528	0.1531	0.1377	0.1436
15	14.8	15.8	11.72	0.1396	0.1396	0.1403	0.1419
15	15.3	13.3	9.46	0.1284	0.1287	0.1269	0.1239
15	15.3	15.8	11.88	0.1485	0.1485	0.1494	0.1536
15	15.3	18.67	12.80	0.1570	0.1571	0.1749	0.1669
15	15.3	19.17	12.97	0.1735	0.1737	0.1794	0.1649
15	15.6	18.8	15.87	0.2017	0.2021	0.1827	0.2105
15	16	17.3	11.97	0.1661	0.1663	0.1771	0.1691
15	16	18.28	12.07	0.1600	0.1601	0.1866	0.1705
15	16.2	15.3	11.22	0.1571	0.1580	0.1614	0.1631
15	16.2	20.92	15.68	0.2441	0.2444	0.2171	0.2244

15	16.3	20.4	13.25	0.1935	0.1935	0.2145	0.1934
15	16.7	19.8	11.26	0.1903	0.1905	0.2183	0.1740
15	16.8	20.97	14.90	0.2332	0.2333	0.2331	0.2298
15	17.1	18.3	14.13	0.2123	0.2144	0.2119	0.2262
15	17.2	18.2	11.78	0.1922	0.1922	0.2131	0.1925
15	17.5	20.8	11.84	0.2074	0.2074	0.2499	0.2003
20	17.6	18.5	15.18	0.2463	0.2467	0.2261	0.2568
20	18.3	20.8	15.53	0.2350	0.2355	0.2720	0.2922
20	18.3	22.3	16.01	0.2560	0.2562	0.2905	0.2837
20	18.4	20.5	12.35	0.2090	0.2091	0.2710	0.2305
20	18.8	21.4	14.90	0.2986	0.2986	0.2940	0.2878
20	19.2	19.3	15.47	0.2956	0.2975	0.2775	0.3111
20	19.9	17.62	13.68	0.3016	0.3020	0.2724	0.2971
20	20.5	24.1	16.45	0.3933	0.3934	0.3876	0.3762
20	21.5	21.94	15.58	0.3692	0.3692	0.3881	0.3927
20	21.9	20.15	13.40	0.3862	0.3862	0.3708	0.3529
25	22.7	19.1	13.18	0.3646	0.3649	0.3772	0.3733
25	24	21.2	12.74	0.3689	0.3692	0.4627	0.4040
25	24	24.7	16.83	0.5773	0.5774	0.5347	0.5273
25	24.7	26.2	19.89	0.6863	0.6864	0.5970	0.6562
25	24.8	24.1	17.40	0.5710	0.5711	0.5558	0.5813
25	25.1	25.85	18.05	0.5615	0.5615	0.6077	0.6169
25	25.9	27.8	20.49	0.6644	0.6660	0.6908	0.7424
25	26	23.7	16.01	0.5397	0.5398	0.5983	0.5897
30	28.4	29.4	21.35	0.9112	0.9120	0.8672	0.9292
30	28.7	19.3	14.17	0.5829	0.5850	0.5939	0.6392
30	28.7	27.3	19.65	0.9144	0.9152	0.8247	0.8753
30	29	30.8	19.92	0.8557	0.8568	0.9429	0.9056
30	29.5	27.8	21.98	0.9729	0.9756	0.8838	1.0310
30	30.7	37.3	28.95	1.4458	1.4470	1.2589	1.4609
30	31.2	26.8	18.32	0.9246	0.9247	0.9492	0.9671
30	31.4	24.8	15.02	0.8938	0.8950	0.8928	0.8090
30	31.4	27.7	19.16	0.8463	0.8463	0.9913	1.0225
30	31.4	28.1	20.61	1.1166	1.1168	1.0049	1.0978
30	32.3	25.3	20.44	1.0171	1.0212	0.9598	1.1520
35	32.73	26.1	16.86	0.9391	0.9391	1.0137	0.9821
35	33.6	25.3	19.77	1.0563	1.0582	1.0343	1.2069
35	33.8	30.8	21.37	1.4084	1.4086	1.2600	1.3174
35	34.7	26.7	15.46	0.8179	0.8181	1.1568	1.0155
35	35.5	33.3	25.74	1.6128	1.6140	1.4887	1.7412
35	36	34.8	25.62	1.6199	1.6202	1.5938	1.7826
35	36.2	34.8	26.59	1.7903	1.7927	1.6106	1.8691
35	37.1	37.25	25.84	1.8192	1.8194	1.7995	1.9090
35	37.2	32.45	22.33	1.5581	1.5582	1.5873	1.6649
35	37.3	35.3	24.33	1.6610	1.6621	1.7277	1.8200
40	37.6	30.99	21.20	1.5405	1.5407	1.5507	1.6178
40	37.8	26.9	14.88	1.0914	1.0916	1.3699	1.1615
40	41.3	26.8	20.80	1.6208	1.6226	1.6143	1.9157
40	41.5	32.8	22.65	1.9926	1.9927	1.9724	2.1009
40	41.6	32.5	21.30	1.7019	1.7020	1.9643	1.9889

40	42.1	26.4	19.31	1.5731	1.5734	1.6503	1.8527
40	42.2	30.55	19.76	1.6146	1.6149	1.9035	1.9033
45	43	36.88	23.74	2.1538	2.1539	2.3572	2.3610
45	43.1	37.2	29.34	2.5057	2.5061	2.3871	2.9167
45	45	35.3	27.78	3.1210	3.1248	2.4648	3.2331
45	45	38.2	29.84	2.8029	2.8030	2.6561	3.0149
45	45	42.82	33.69	3.6166	3.6167	2.9592	3.6411
45	45.3	35.3	31.36	3.0505	3.0542	2.4960	3.4398
45	46	38.92	28.06	2.9590	2.9593	2.8183	3.1807
45	46.3	40.9	27.58	2.5909	2.5913	2.9904	3.1688
45	46.7	39.3	23.10	2.4140	2.4147	2.9269	2.7120
45	46.9	34.8	27.14	2.8787	2.8797	2.6298	3.2009
50	48	33.3	22.55	2.8420	2.8430	2.6355	2.7988
50	48.4	42.4	29.43	3.3641	3.3646	3.3652	3.6899
50	50.3	43	29.20	3.7975	3.7978	3.6682	3.9544
50	50.5	49.3	32.47	4.3992	4.4006	4.2066	4.4226
50	50.9	31.8	24.19	3.6708	3.6752	2.8194	3.3693
50	51.4	46.1	28.60	3.9035	3.9036	4.0819	4.0462
50	51.9	40.8	27.22	3.5306	3.5307	3.7035	3.9302
50	52.1	35.6	25.00	2.9764	2.9771	3.2789	3.6449
50	52.2	41.3	25.43	3.0407	3.0409	3.7875	3.7214
55	53.3	41.2	28.91	3.6760	3.6770	3.9310	4.3966
55	54.4	40.8	28.12	4.2269	4.2269	4.0485	4.4585
55	54.5	40.7	31.43	4.5736	4.5741	4.0532	4.9895
55	56.7	35.3	23.16	3.7794	3.7801	3.8178	4.0075
55	57	37.3	26.65	4.7451	4.7461	4.0627	4.6444
55	57.3	43.3	35.08	6.0104	6.0140	4.7255	6.1432
60	58.3	34	18.37	3.3446	3.3447	3.8839	3.3841
60	58.3	41.3	24.68	3.7440	3.7447	4.6691	4.5076
60	58.4	44.1	29.80	4.5530	4.5531	4.9844	5.4377
60	59.1	36.8	26.91	3.7671	3.7689	4.2955	5.0405
60	59.6	41.8	28.24	5.4101	5.4111	4.9240	5.3738
60	60.6	37.3	18.73	3.3531	3.3544	4.5621	3.7262
65	65.9	39.3	26.66	6.0604	6.0617	5.6180	6.2090
65	66.2	42.8	27.75	5.5865	5.5865	6.1431	6.5168
70	68.3	37.3	29.75	6.4120	6.4141	5.7216	7.4247
70	70.1	25.3	12.93	2.8281	2.8316	4.1621	3.4928
70	70.2	52.3	34.72	8.0434	8.0435	8.2994	9.1269
75	75	37.3	29.20	8.6184	8.6227	6.8307	8.7919
75	77.4	41.3	25.03	6.7280	6.7287	7.9845	8.0563
80	78.2	40.3	25.85	8.0687	8.0736	7.9547	8.4862
85	84.6	39.3	27.34	8.9736	8.9744	9.0152	10.4895

CD=Categoría Diamétrica; DN=Diámetro normal; ht=Altura total; hp=Altura de Pressler; VRc=Volumen real considerando la punta como un cono; VRp=Volumen real considerando la punta como un paraboloide; Ve=Volumen estimado con la ecuación de predicción; VP; Volumen de Pressler.

Apéndice 2. Análisis de varianza, mediante un diseño de bloques completamente al azar en la comparación de los tipos de volumen de *Pinus patula* Schl. et. Cham. var. *longepedunculata* Look en Santiago Textitlán, Oaxaca.

CD	FV	gl	CM	F cal.	Pr>F	CV (%)
5	Tratamiento	3	0.00000841	0.070	0.977	55.146
	Error	20	0.00012697			
10	Tratamiento	3	0.00007883	0.090	0.968	45.084
	Error	68	0.00091619			
15	Tratamiento	3	0.00014671	0.080	0.968	25.638
	Error	92	0.00173674			
20	Tratamiento	3	0.00019282	0.050	0.983	19.757
	Error	36	0.00358143			
25	Tratamiento	3	0.00071965	0.050	0.983	20.986
	Error	28	0.0132993			
30	Tratamiento	3	0.00790915	0.200	0.895	20.748
	Error	40	0.03929157			
35	Tratamiento	3	0.02635059	0.220	0.881	23.726
	Error	36	0.1189924			
40	Tratamiento	3	0.06893712	0.930	0.440	16.246
	Error	24	0.07386142			
45	Tratamiento	3	0.30703538	2.290	0.095	12.885
	Error	36	0.13425497			
50	Tratamiento	3	0.11592263	0.460	0.710	14.041
	Error	32	0.2499622			
55	Tratamiento	3	0.45252118	0.860	0.478	16.221
	Error	20	0.52604262			
60	Tratamiento	3	0.5766212	1.040	0.397	17.341
	Error	20	0.55535873			

CD=Categoría Diamétrica; FV=Fuente de variación; gl=Grados de libertad; CM=Cuadrado medio; F cal= F calculada; Pr>F=Probabilidad; CV= Coeficiente de variación

Apéndice 3. Programas SAS para realizar la comparación de los tipos de volumen de *Pinus patula* Schl. et. Cham. var. *longepedunculata* Look en Santiago Textitlán, Oaxaca.

a) Análisis de varianza mediante un diseño de bloques completos al azar

C:\Users\Checo\Escritorio\tesis_4col

```
input na ht CD DN tipoV $vol;
```

```
if na=47 then delete;  
if tipoV='VRc' then delete;
```

```
proc print data=a;  
run;
```

```
proc sort data=a;  
by CD tipoV;
```

```
proc anova data=a;  
by CD;  
class tipoV;  
model vol = tipoV;  
means tipoV/tukey;  
run;
```

b) Comparación de medias mediante la prueba de t-Student

C:\Users\Checo\Escritorio\ tesis_4col

```
input na ht CD DN tipoV $vol;
```

```
if na=47 then delete;  
if tipoV='VRc' then delete;  
proc print data=a;  
run;
```

```
proc ttest data=a;  
by CD;  
class tipoV;  
var vol;  
run;
```

c) Residuales estudentizados

C:\Users\Checo\Escritorio\tesis_1col

```
options ps=50;
```

```
input na ht CD DN VRc VRp Ve VP;  
if na=47 then delete;
```

```
proc reg data=a all;
```

```
model VRp = VP;
```

```
run;
```