

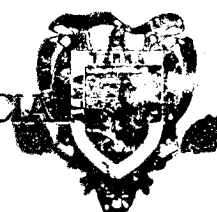
**SIMULACION DE LOS NIVELES FREATICOS EN UN
ACUIFERO DE MANTO LIBRE DENTRO DEL
VALLE DE SALTILLO**

JUAN ESTRADA AVALOS

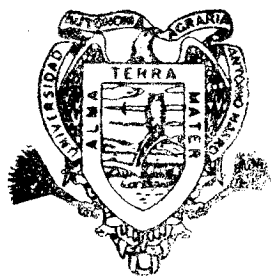
Universidad Autónoma Agraria
"ANTONIO NARRO"

T E S I S

**PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL
PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS
EN RIEGO Y DRENAJE**



BIBLIOTECA



**Universidad Autónoma Agraria
Antonio Narro**

**PROGRAMA DE GRADUADOS
Buenavista, Saltillo, Coah.
DICIEMBRE DE 1991**

TESIS ELABORADA BAJO LA SUPERVISION DEL COMITE PARTICULAR
DE ASESORIA Y APROBADA COMO REQUISITO PARCIAL PARA OPTAR

AL GRADO DE:

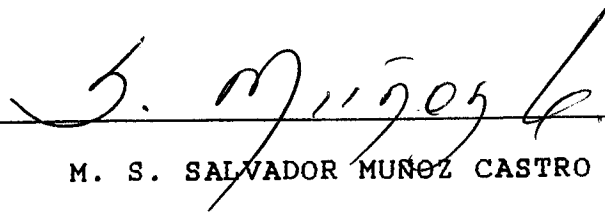
Universidad Autónoma Agraria
"ANTONIO HERRERO"

MAESTRO EN CIENCIAS EN:


RIEGO Y DRENAJE

COMITE PARTICULAR:

PRESIDENTE:

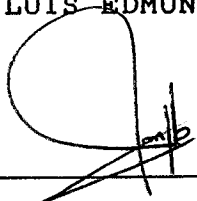

M. S. SALVADOR MUÑOZ CASTRO

VOCAL:


M. C. JAVIER DE JESUS CORTES BRACHO

VOCAL:


M. C. LUIS EDMUNDO RAMIREZ RAMOS


Dr. JOSE MANUEL FERNANDEZ BRONDO

SUBDIRECTOR DE POSTGRADO

BUENAVISTA, SALTILLO, COAHUILA, MEXICO

DICIEMBRE DE 1991

A G R A D E C I M I E N T O S

A LA UNIVERSIDAD AUTONOMA AGRARIA ANTONIO NARRO, AL INSTITUTO NACIONAL DE INVESTIGACIONES FORESTALES Y AGROPECUARIAS Y AL CONSEJO NACIONAL DE CIENCIA Y TECNOLOGIA POR SU DECIDIDO APOYO INSTITUCIONAL A LA SUPERACION ACADEMICA DE CADA UNO DE SUS MIEMBROS.

DR. SALVADOR MUNOZ CASTRO, POR SUS CONSEJOS Y APORTACIONES AL PRESENTE TRABAJO, ADEMAS DE ESTIMULAR LA SUPERACION ACADEMICA DEL DEPARTAMENTO DE RIEGO Y DRENAJE.

AL M.C. LUIS EDMUNDO RAMIREZ RAMOS, POR TODO SU APOYO, TANTO PERSONAL COMO PROFESIONAL, QUE ME HA BRINDADO DESINTERESADAMENTE DURANTE MI ESTANCIA EN LA UNIVERSIDAD.

AL M.C. JAVIER DE JESUS CORTES BRACHO, POR SUS SUGERENCIAS Y APORTACIONES EN LA ELABORACION DE ESTE PROYECTO.

AL PERSONAL DE LA COMISION NACIONAL DEL AGUA CON SEDE EN LA CIUDAD DE SALTILLO COAHUILA QUE BRINDARON EL APOYO NECESARIO PARA LA REALIZACION DEL PRESENTE ESTUDIO.

A TODOS MIS COMPANEROS DE POSTGRADO QUE EN UNA U OTRA FORMA CONTRIBUYERON A LA REALIZACION DEL PRESENTE TRABAJO.

D E D I C A T O R I A

A LA MEMORIA DE MI PADRE RAMIRO ESTRADA, POR QUE AUN
SIGO APRENDIENDO DE SUS CONSEJOS.

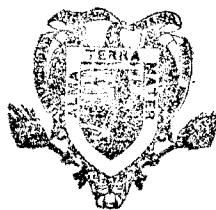
A MI ESPOSA ALICIA Y MI HIJA LIZETH, POR EL APOYO
QUE SIEMPRE ME HAN BRINDADO.

A MI MADRE ESTHER AVALOS, POR SU PREOCUPACION
CONSTANTE EN LA SUPERACION PERSONAL DE CADA UNO DE
SUS HIJOS.

A MIS HERMANOS; OLGA LETICIA, RAMIRO, MARIA ESTHER,
LUIS EDUARDO, JORGE HOMERO Y ROBERTO CLEMENTE, POR
TODOS LOS MOMENTOS QUE HEMOS COMPARTIDO.

Universidad Autónoma de Yucatán

"ANTONIO NARRO"



BIBLIOTECA

COMPENDIO

Simulación de los niveles freáticos en un acuífero de manto libre dentro del Valle de Saltillo.

POR

JUAN ESTRADA AVALOS

MAESTRIA

RIEGO Y DRENAJE

UNIVERSIDAD AUTONOMA AGRARIA ANTONIO NARRO
BUENAVISTA, SALTILLO, COAHUILA. DICIEMBRE 1991.

M.S. Salvador Muñoz Castro - Asesor -

Palabras Claves: Acuífero libre, modelo, simulación.

El objetivo del presente estudio fue el de simular los abatimientos freáticos en un acuífero de manto libre utilizando diferentes patrones de bombeo. Se seleccionó un modelo matemático para describir el flujo del agua subterránea. El modelo se resuelve por el método numérico de diferencias finitas, utilizando un programa computacional desarrollado por Prickett y colaboradores en 1987. En general, se presentó un buen grado de ajuste del modelo seleccionado, describiendo la forma y sentido de movimiento del agua dentro del acuífero. Los mayores abatimientos simulados se ubicaron en la ciudad de Saltillo, así como en el área existente entre ésta y la ciudad

de Arteaga; el modelo también reporta algunas celdas al sureste del Valle como "secas". Para la realización de simulaciones con un mayor grado de confianza se deberá ampliar el período de ajuste del modelo, lo que implica un mayor tiempo de observación y cuantificación de los parámetros del acuífero.

ABSTRACT

Simulate freatic level in a watertable acuífer in the Valley of Saltillo.

BY

JUAN ESTRADA AVALOS

MASTER IN SCIENCE

MAJOR: IRRIGATION AND DRAINAGE

UNIVERSIDAD AUTONOMA AGRARIA ANTONIO NARRO

BUENAVISTA, SALTILLO, COAHUILA. DECEMBER, 1991.

M.S. Salvador Muñoz Castro - Advisor -

Key words: watertable acuífer, model, simulation.

The objective of the present work was to simulate freatic level abattiment in a watertable acuífer using different pumping patterns. A mathematic model was selected to describe the flow of subterranean water. The model is resolved by the numerical method of finite differences, using a computer program developed by Pricket et al. in 1987. In general, a good degree of adjustment of the selected model was presented, describing the shape and direction of water movement in the acuífer. The largest abattiments simulated were located in Saltillo City, as well as in the area between Saltillo and Arteaga City. The model also reports some grids

as "dry" at the southeast of the valley. For the execution of simulations with greater degree of reliability, the adjustment period of the model must be increased, what implies more time of observation and quantification of the acuífer parameters.

INDICE DE CONTENIDO

INDICE DE CUADROS	xi
INDICE DE FIGURAS	xii
INTRODUCCION	1
REVISION DE LITERATURA	4
GENERALIDADES	4
DEFINICIONES BASICAS	5
TIPOS DE ACUIFEROS	6
MANEJO DE ACUIFEROS	7
FLUJO DE AGUA EN ACUIFEROS	9
ECUACIONES GOBERNANTES	10
MODELOS DE SIMULACION	13
MODELOS MATEMATICOS	14
METODO DE DIFERENCIAS FINITAS	16
SOLUCION EXPLICITA	21
SOLUCION IMPLICITA	21
PROCEDIMIENTO IMPLICITO DE DIRECCION ALTERNANTE ..	23
MATERIALES Y METODOS	29
DESCRIPCION DEL AREA DE ESTUDIO	29
LOCALIZACION Y CLIMA	29
GEOLOGIA	33
GEOLOGIA GENERAL	33
FISIOGRAFIA	34

ESTRATIGRAFIA	34
MODELO CONCEPTUAL	35
MODELO SELECCIONADO	37
INFORMACION UTILIZADA	42
DISCRETIZACION DEL ACUIFERO	44
ELEVACION PIEZOMETRICA	44
EXTRACCIONES	45
NIVEL DEL TERRENO Y LA ELEVACION DE LA PROFUNDIDAD LIMITE DE EVAPOTRANSPIRACION	46
BASAMENTO DEL ACUIFERO	46
AJUSTE DEL MODELO	48
PERIODO DE SIMULACION	49
RESULTADOS Y DISCUSION	50
CONCLUSIONES	62
RESUMEN	64
LITERATURA CITADA	66
APENDICE A	69
APENDICE B	72

INDICE DE CUADROS

CUADRO		PAGINA
3.1	ESTIMACION DEL PROMEDIO ANUAL DE LA PRECIPITACION PLUVIAL DENTRO DEL AREA DE ESTUDIO	32
4.1	ESTIMACION Y SIMULACION DEL VOLUMEN DE AGUA EXTRAIDO DEL ACUIFERO EN LOS PERIODOS DE 1974 A 1981 Y DE 1981 A 1991, RESPECTIVAMENTE	59
4.2	SIMULACION DEL VOLUMEN DE AGUA EXTRAIDO DEL ACUIFERO BAJO CINCO PATRONES DE BOMBEO	59

INDICE DE FIGURAS

FIGURA		PAGINA
2.1	DISCRETIZACION DE UN ACUIFERO CONFINADO PARA CONDICIONES NO ESTABLES. VISTA DE PERFIL (A) Y VISTA DE PLANTA (B)	18
2.2	FLUJO DEL AGUA A TRAVES DE DOS CELDAS ADYACENTES	24
3.1	REGIONES HIDROLOGICAS DE MEXICO Y LA UBICACION GEOGRAFICA DEL AREA DE ESTUDIO	30
3.2	COLUMNA ESTRATIGRAFICA COMPUESTA DEL NOR-ESTE DE MEXICO. TOMADA DE SARH (1981)	36
3.3	REPRESENTACION ESQUEMATICA DE LA DISCRETIZACION DE UN ACUIFERO CON FLUJO BIDIMENSIONAL	38
3.4	ENTRADAS Y SALIDAS DE FLUJOS DE AGUA POR NODO EN UN MEDIO DISCRETIZADO	38
3.5	VECTORES DE VOLUMENES DE NODO A NODO EN TERMINOS DE TASA DE FLUJO	39
3.6	MANEJO DE FRONTERAS PARA EL CASO DE ESPACIAMIENTO REGULAR DE LA MALLA	40
3.7	LIMITES REALES DEL ACUIFERO Y SU DISCRETIZACION	41
3.8	DIAGRAMA DE FLUJO DEL PROGRAMA PLASM	43
3.9	UBICACION GEOGRAFICA DE LOS PERFILES GEOELECTRICOS	47
4.1	ELEVACIONES CALCULADAS PARA LA SUPERFICIE DEL TERRENO	51
4.2	ELEVACIONES CALCULADAS CON OBSERVACIONES DE LOS PERFILES GEOELECTRICOS PARA LA DETERMINACION DEL BASAMENTO DEL ACUIFERO	53

4.3	REPRESENTACION DE LA LINEA 12 CON EL NIVEL PIEZOMETRICO OBSERVADO EN 1981 ASI COMO EL CALCULADO POR EL MODELO PARA ESTA MISMA FECHA	55
4.4	REPRESENTACION DE LA LINEA 13 DE LA MALLA CON EL NIVEL PIEZOMETRICO OBSERVADO EN 1981, ASI COMO EL ESTIMADO POR EL MODELO PARA ESTA MISMA FECHA	56
A.1	ELEVACIONES PIEZOMETRICAS ESTIMADAS PARA JUANIO DE 1974	70
A.2	ELEVACIONES PIEZOMETRICAS CALCULADAS PARA ABRIL DE 1981	71

INTRODUCCION

La sobreexplotación de los acuíferos se ve acentuada en los estados del centro y norte de México, ya que la recarga natural en esta porción del país no llega a satisfacer las necesidades de extracción provocando así un déficit en el balance recarga-extracción, trayendo consigo la consecuente disminución de las reservas de agua. En el estado de Baja California Norte la recarga natural del acuífero representa el 40 por ciento del total de la extracción, por lo que el restante 60 por ciento es tomado de la reserva existente; por otra parte, en la Costa de Hermosillo el abatimiento del nivel piezométrico es de aproximadamente un metro por año, con un volumen de extracción cercano a los 950 millones de metros cúbicos por año (SARH, 1977).

Una explotación irracional del agua del subsuelo origina serios daños en los acuíferos, tales como: intrusión salina en explotaciones cercanas a la costa; asentamiento de terrenos; abatimiento excesivo del agua a profundidades no deseadas por encontrarse elementos dañinos al hombre como lo es el arsénico, etc.

Bajo estas circunstancias se han establecido medidas legales como la declaración de zonas de veda además de la

implementación de técnicas para un uso eficiente del agua de riego; sin embargo, no se ha logrado hasta la fecha una explotación racional y planificada en la mayor parte de los acuíferos del país.

La explotación de los acuíferos, cuyo objetivo es el de satisfacer las necesidades de agua del ser humano, debe estar basada en el estudio sistematizado y el aprovechamiento planificado de las reservas de agua existentes en cada región de desarrollo, ya sea agrícola, urbano, industrial o la de sus interacciones.

Concretamente en el Valle de Saltillo Coahuila, se extraían en 1986 dos mil litros por segundo del acuífero granular, no siendo suficiente este gasto para satisfacer las necesidades de la población que se estimaba en 400 mil habitantes (SARH, 1986). En esta región el recurso de agua proveniente del subsuelo es de vital importancia en virtud de la escasez y poca cuantía de los escurrimientos superficiales.

En base a lo anterior, se desprende la importancia de realizar estudios geohidrológicos con determinada frecuencia, con el objeto de actualizar la información hidrológica y analizar la evolución que se tiene en una determinada área en explotación, conociéndose así los volúmenes aproximados de agua captados en forma natural, así como los extraídos por bombeo o manantiales.

Los objetivos que se persiguieron en el presente trabajo son los siguientes:

- 1) Realizar un análisis del acuífero de manto libre que permita determinar los efectos que provoca la explotación actual en un mediano plazo.
- 2) Ajustar un modelo matemático que permita simular el movimiento del agua subterránea.

REVISION DE LITERATURA

Generalidades

Estimaciones comparativas a nivel mundial han revelado que el recurso hídrico disponible en el subsuelo de los continentes es mucho mayor que el disponible sobre la superficie. Según una de dichas estimaciones más del 90 por ciento del agua dulce existente en la Tierra se encuentra bajo la superficie del terreno; otra de ellas indica que el volumen del agua almacenada en el subsuelo de nuestro planeta es unas 20 veces mayor que el agua dulce superficial; sin embargo, en las últimas décadas el uso de aguas subterráneas ha adquirido tal importancia que en muchas regiones es la fuente principal de agua para diversos propósitos, siendo mayor esta dependencia en las regiones áridas y semiáridas (Chavez, 1983).

En el Valle de Saltillo Coahuila, dentro del cual se localiza el área del presente estudio, se estimó una sobreexplotación superior a los siete millones de metros cúbicos por año en el acuífero granular, lo que origina un abatimiento promedio del nivel freático de 0.9 m/año (SARH, 1981).

De lo anterior se desprende la importancia del estudio de la dinámica del agua subterránea, la cual se ve afectada en

forma natural y artificial por el hombre. De acuerdo a Mijailov (1989) los principales propósitos de estos estudios son: la explotación de los yacimientos acuíferos, estimación de sus reservas y pronosticar sus regímenes durante la explotación, con la consecuente argumentación de medidas necesarias para un uso racional.

Definiciones Básicas

La palabra acuífero tiene sus raíces etimológicas del latín *agua* de agua y *ferre* que significa llevar. En sí, se han establecido numerosas definiciones del significado de un acuífero, pero se puede mencionar en forma práctica que un acuífero es una formación geológica que: contiene agua y permite el movimiento de cantidades suficientes de ésta, de tal forma que sea factible al hombre su explotación (Todd, 1973).

La contraparte al acuífero es el acuicludo, del latín *claudare* de encerrar, y que es definido por Bear y Verruijt (1987) como la formación geológica que puede contener agua (algunas veces en cantidades apreciables) pero es incapaz de transmitir volúmenes suficientes durante su explotación; para propósitos prácticos un acuicludo se considera impermeable. Asimismo definen al acuitardo como una formación intermedia entre un acuífero y un acuicludo, considerándolo semipermeable.

Tipos de Acuíferos

Galofre (1983) señala, que de acuerdo a las presiones hidroestáticas que sufre el agua contenida en los acuíferos, éstos se pueden clasificar en: acuíferos libres, no confinados o freáticos y en acuíferos confinados o a presión. Esta clasificación tiene gran trascendencia en la práctica.

Los acuíferos libres o freáticos son aquellos en los que la superficie del agua está en contacto directo con la presión atmosférica, además de estar limitados en su parte inferior por una formación impermeable o relativamente impermeable (Kazmann, 1975).

Para el caso del acuífero confinado, Bowen (1980) lo define como aquel que se encuentra entre dos capas impermeables o relativamente impermeables que no permiten el paso del agua en cantidades considerables a través de las mismas. Cuando un acuífero confinado es penetrado por un pozo profundo y la elevación de la superficie piezométrica sobrepasa el nivel del terreno, se le da el nombre de acuífero artesiano; el nombre se deriva de la ciudad de Artesia, en el norte de Francia, donde se perforaron los primeros pozos con estas características en el siglo XII de nuestra era.

Manejo de Acuíferos

Bear y Verruijt (1987) describen ampliamente los principales propósitos que tiene el acuífero, especialmente cuando éste constituye un recurso de agua. A continuación se señalan brevemente estos propósitos.

- 1) Almacenaje de agua. Esta es la más obvia función que tiene el acuífero. Cuando la recarga del acuífero se realiza anualmente por medio de la precipitación, se puede decir que es un recurso renovable. Además de la cantidad de agua que pueda extraerse de una formación acuífera, otro punto muy importante será la calidad de agua, la cual generalmente la da la formación geológica que la contenga.
- 2) Almacenaje de reserva. En el caso donde la recarga al sistema sea intermitente (regiones áridas y semiáridas) será necesario considerar una cierta reserva en el almacenaje.
- 3) Conducto de agua. Cuando se pueda realizar la recarga artificial del acuífero, el agua podrá ser introducida en un punto determinado y ser extraída en otro punto, o inclusive varios puntos distantes al punto de recarga.

4) Filtro. La formación geológica del acuífero puede servir como un filtro cuando se realiza la recarga artificial, removiendo gran parte de las partículas suspendidas en el agua.

Velazco (1981) señala que ante la creciente demanda de agua subterránea, el conocimiento en las técnicas de su explotación también se han incrementado, de tal forma que en la actualidad es posible planificar adecuadamente la explotación de un acuífero en base a su comportamiento.

Ante la imposibilidad de someter al acuífero a una serie de pruebas que pudieran definir su comportamiento bajo diferentes alternativas de operación, se hace necesaria la utilización de modelos que simulen el sistema real, dados los constantes cambios a los que está sujeto debido a la extracción de agua (Martínez, 1983).

Konikow y Mercer (1988) señalan que la utilización de estos modelos ha tenido un gran incremento en los últimos años, permitiendo el análisis del flujo de agua y el transporte de contaminantes en los acuíferos, además de las predicciones que puedan realizarse como respuesta a los cambios a los que son sometidos.

Los modelos de simulación representan, hasta ahora, la mejor herramienta para realizar un manejo adecuado de los

acuíferos, permitiendo planificar la explotación racional de los recursos hídricos del subsuelo.

Flujo de Agua en Acuíferos

Gavande, 1979; Kirkham y Powers, 1972 y Chow, 1964 asumen que el flujo del agua en los acuíferos está descrita por la ley de Darcy, derivada en 1886 de los resultados observados en laboratorio sobre una columna de arena; Darcy concluyó en sus estudios que el volumen de agua por unidad de tiempo es:

- 1) Proporcional al área por la cual atraviesa.
- 2) proporcional a la diferencia que existe entre las elevaciones del agua a la entrada y salida del medio poroso.
- 3) Inversamente proporcional a la longitud de recorrido.

La combinación de las anteriores conclusiones originan la ley de Darcy, que está descrita en la siguiente ecuación:

$$Q = K \cdot A \frac{(h_1 - h_2)}{L} \dots \dots \dots (1)$$

donde:

Q = volumen por unidad de área.

K = coeficiente de proporcionalidad que depende del medio poroso.

A = área de la sección.

h_1 y h_2 = carga hidráulica en la entrada y salida del medio.

L = longitud de recorrido.

Dado que la ley de Darcy se derivó en flujo laminar, ésta tiene sus restricciones cuando se trata de acuíferos con una permeabilidad secundaria considerable dado que se encuentran flujos turbulentos, aunque si esto ocurre a una pequeña escala, se toma por lo general una escala regional. y por lo tanto la ley de Darcy tiene validez (Konikow y Mercer, 1988).

Ecuaciones Gobernantes

Dentro del acuífero, es común asumir que las propiedades del agua, densidad y viscosidad son homogéneas, al igual que las condiciones isotermales. Considerando las anteriores asunciones es posible describir, en forma general, el flujo tridimensional para un fluido con una compresibilidad insignificante, contenido en un acuífero no homogéneo y anisotrópico basándose en la ley de Darcy y la ecuación de continuidad (Konikow y Mercer, 1988). La ecuación puede ser descrita como:

$$\frac{\partial}{\partial x} (Kx \frac{\partial h}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (Ky \frac{\partial h}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (Kz \frac{\partial h}{\partial z}) = Ss \frac{\partial h}{\partial t} \pm Q' \dots \dots \dots (2)$$

donde:

Kx, Ky y Kz = conductividad hidráulica en el eje X, Y y Z,
respectivamente en $L T^{-1}$

Ss = almacenamiento específico en L^{-1}

h = carga hidráulica en L

Q' = flujo de volumen por unidad del mismo (positivo
para extracciones, negativo para recarga) en T^{-1}

X, Y y Z = coordenadas geométricas en L.

t = tiempo en T.

Considerando que el medio se distribuye uniformemente en el eje de la Z, se puede tener el flujo bidimensional, el cual es menos riguroso en los datos requeridos, y por lo tanto la solución numérica de la ecuación será más fácil de alcanzar. La ecuación que resulta será:

$$\frac{\partial}{\partial x} (Kxb \frac{\partial h}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (Kyb \frac{\partial h}{\partial y}) = Ssb \frac{\partial h}{\partial t} \pm Q'/b \dots \dots \dots (3)$$

donde:

b = espesor saturado del acuífero en L

En un medio isotrópico las conductividades hidráulicas en los ejes X y Y serán iguales, por lo tanto:

$$K_x = K_y = K \dots\dots\dots (4)$$

Asimismo la transmisividad se puede definir como:

$$T = K * b \dots\dots\dots (5)$$

donde:

$$T = \text{transmisividad en } L^2 T^{-1}$$

Por otra parte, el coeficiente de almacenamiento se define como:

$$S = S_s * b \dots\dots\dots (6)$$

donde:

$$S = \text{coeficiente de almacenamiento en forma adimensional}$$

Sustituyendo las Ecuaciones 4, 5 y 6 en la Ecuación 3, se tiene:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} \pm Q \dots\dots\dots (7)$$

donde:

$$Q = \text{volumen de flujo por unidad de área en } LT^{-1}$$

La variable dependiente de la Ecuación 7 es la carga hidráulica (h), ya que se pueden conocer los demás términos de la ecuación, la cual describe el flujo bidimensional del agua

en un acuífero no homogéneo y anisotrópico.

Modelos de Simulación

Sahuquillo (1983) define al modelo de un acuífero como el conjunto de procedimientos que se deben realizar, ya sea en forma analítica, analógica o matemática, para simular su comportamiento, lo que permite conocer los abatimientos piezométricos, contaminación de las aguas, pronosticar asentamientos de los terrenos, etc. Señala también, que los diferentes tipos de modelos se clasifican de acuerdo a la forma de resolver la ecuación diferencial así como a la forma de describir al acuífero, estableciendo los siguientes conceptos:

Modelos analíticos. Estos modelos permiten una solución exacta de la ecuación diferencial por medio de funciones analíticas o tabuladas; por lo general, son utilizados en casos relativamente sencillos. Un método que resulta útil en algunos casos, es el de las imágenes.

Modelos Analógicos. Son aquellos que resuelve la ecuación diferencial de una forma indirecta, utilizando un fenómeno físico que tenga la misma ecuación diferencial del acuífero. Los modelos que destacan en esta clasificación son los de analogía eléctrica, ya sea los que utilizan papel conductor o aquellos más complicados que

requieren de resistencias y capacitancias.

Modelos matemáticos. Estos modelos utilizan los métodos numéricos para resolver la ecuación diferencial de flujo. El método más desarrollado es el de diferencias finitas, el cual discretiza el espacio del acuífero y el tiempo que dura la simulación.

La selección de cualquiera de los modelos dependerá básicamente de: los objetivos del estudio, la experiencia y preferencia del usuario, habilidad en la calibración del modelo, la complejidad del problema a ser resuelto, cantidad y calidad de datos históricos y disponibilidad del equipo de computo (McWorter y Sunada, 1977).

El modelaje de los acuíferos generalmente requiere de la combinación de la simulación y del manejo de los modelos. La simulación determina la conducta del acuífero, mientras que el manejo del modelo combina las consideraciones operacionales y económicas que provee un plan óptimo en el uso del agua (Lall y Santini, 1989).

Modelos Matemáticos

La ecuación del flujo de agua puede ser resuelta en forma analítica, o bien, mediante la aplicación de métodos numéricos. La solución analítica se aplica en aquellos casos

en que la geometría del acuífero es de forma regular y relativamente sencilla, considerándose condiciones homogéneas e isotrópicas del medio poroso. También puede aplicarse en casos muy sencillos de anisotropía y heterogeneidad, suponiendo una carga hidráulica invariable en todo el espacio de estudio para un determinado tiempo inicial ($t = 0$) (Pallares, 1978).

Cuando se tiene un acuífero con geometría irregular, heterogéneo y anisotrópico, se hace necesario la resolución de la ecuación de flujo por métodos numéricos ya que estos darán una solución más exacta que la solución analítica. Los métodos numéricos de mayor importancia son el de Diferencias Finitas y el del Elemento Finito. Cada uno de estos métodos puede incluir una variedad de subclases; sin embargo, son pocos los casos en que uno de ellos llega a ser superior al otro. El método del Elemento Finito requiere de un planteamiento matemático más elaborado que el de Diferencias Finitas (Bear y Verruijt, 1987 y McWorter y Sunada, 1977). Un método más reciente es el Elemento límite, teniendo la ventaja de que su precisión no está en función del tamaño del elemento; no obstante, la desventaja está dada cuando se asume que éste tiene propiedades constantes del medio. (Konikow y Mercer, 1988).

Método de diferencias finitas

Las ideas fundamentales del método de diferencias finitas fueron establecidas por los matemáticos Taylor y Lagrange en el siglo XVIII, siendo el primer método utilizado en la solución sistemática de ecuaciones diferenciales parciales (Bear y Verruijt, 1987).

El método consiste en sustituir las derivadas por cocientes de diferencias llamadas diferencias finitas, en las ecuaciones diferenciales permitiendo encontrar una solución aproximada a la ecuación diferencial (Fuentes y Martínez, 1986 y Luthe et al., 1980).

Con la sustitución de diferencias finitas, las variables continuas son reemplazadas con variables discretas que pueden definirse en mallas o nodos específicos del acuífero, de tal forma que la ecuación diferencial continua es sustituida por un número finito de ecuaciones que definen la carga hidráulica en puntos específicos; el conjunto de ecuaciones pueden resolverse directamente o bien por métodos iterativos de matrices (Konikov y Mercer, 1988).

Prickett y Lonquist (1971) mencionan que las ecuaciones de diferencias finitas se pueden derivar considerando un punto de vista físico de la ley de Darcy y el principio de la conservación de la materia, o bien, desde un punto de vista

matemático mediante un tratamiento convencional, que sustituye las aproximaciones de las diferencias finitas por las derivadas de la Ecuación 7.

A continuación se describe la derivación del método de diferencias finitas basándose en el desarrollo mostrado por McWhorter y Sunada (1977) y Fuentes y Martínez (1986).

El desarrollo matemático se realiza para el caso de flujo unidimensional en condiciones no estables, representado en la Figura 2.1a. Sobreponiendo un sistema de malla sobre el sistema real, (Figura 2.1b) se tiene para cada celda los valores de conductividad hidráulica (K_i), dimensión de la misma (Δy_i), espesor del acuífero (b_i) y el coeficiente de almacenamiento (S_i), debiéndose especificar la carga (h_i).

Realizando un balance de masa en la celda i , se establece que:

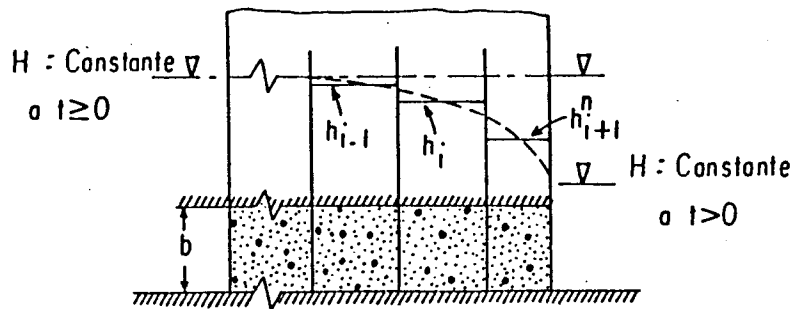
$$\frac{\Delta V_i}{\Delta t} = Q_{i-1 \rightarrow i} - Q_{i \rightarrow i+1} \dots \dots \dots (8)$$

donde:

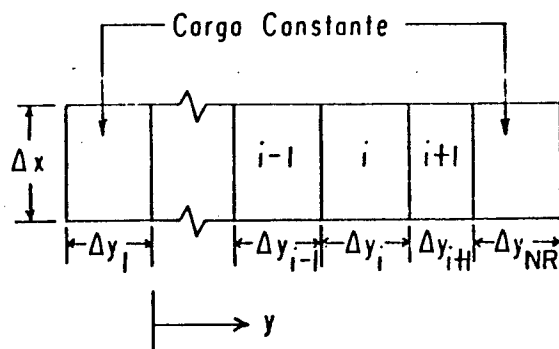
$Q_{i-1 \rightarrow i}$ = gasto que fluye de la celda $i-1$ hacia la celda i .

$Q_{i \rightarrow i+1}$ = gasto que fluye de la celda i hacia la celda $i+1$

$\Delta V_i / \Delta T$ = tasa de cambio en el almacenaje de la celda i .



a



b

Figura 2.1 Discretización de un acuífero confinado para condiciones no estables. Vista de perfil (a) y vista de planta (b).

Si se considera un acuífero isotrópico y homogéneo se tiene que:

$$\begin{aligned}
 K_1 &= K_2 = \dots\dots\dots = K_1 = K \\
 S_1 &= S_2 = \dots\dots\dots = S_1 = S \\
 b_1 &= b_2 = \dots\dots\dots = b_1 = b \\
 \Delta y_1 &= \Delta y_2 = \dots\dots\dots = \Delta y_1 = \Delta y
 \end{aligned}$$

donde: l representa el número de celda.

Así, el gasto que fluye de la celda $i-1$ hacia la celda i queda definido como:

$$Q_{i-1-i} = -KA \frac{(h_i^n + h_{i-1}^n)}{\Delta y} \dots\dots\dots (9)$$

El subíndice i representa el número de la celda y el superíndice n indica el tiempo seleccionado. El área A representa el producto de Δx por b , donde Δx toma un valor igual a la unidad, por lo que la Ecuación 9 queda de la siguiente manera:

$$Q_{i-1-i} = -T \frac{h_i^n - h_{i-1}^n}{\Delta y} \dots\dots\dots (10)$$

Asimismo, el gasto de la malla i hacia la malla $i+1$ será:

$$Q_{i \rightarrow i+1} = -T \frac{h_{i+1}^n - h_i^n}{\Delta y} \dots \dots \dots (11)$$

Por otra parte, la tasa de cambio de almacenamiento del agua en la celda i para el intervalo de tiempo Δt se define como:

$$\frac{\Delta V_i}{\Delta t} = S \Delta y \left[\frac{h_i^{t+\Delta t} - h_i^t}{\Delta t} \right] \dots \dots \dots (12)$$

Al sustituir las Ecuaciones 10, 11, y 12 en la Ecuación 8 se tiene:

$$\left[-T \frac{h_i^n - h_{i-1}^n}{\Delta y} \right] - \left[-T \frac{h_{i+1}^n - h_i^n}{\Delta y} \right] = S \Delta y \left[\frac{h_i^{t+\Delta t} - h_i^t}{\Delta t} \right]$$

reordenando se puede obtener:

$$h_{i+1}^n - 2h_i^n + h_{i-1}^n = \frac{S}{T} \frac{(\Delta y)^2}{\Delta t} (h_i^{t+\Delta t} - h_i^t) \dots \dots \dots (13)$$

Solución Explícita. Si en la Ecuación 13 se hace $n = t$, entonces se puede obtener una solución explícita, que al reordenarla se obtiene:

$$h_i^{t+\Delta t} = \frac{T\Delta t}{S(\Delta y)^2} [h_{i+1}^t + h_{i-1}^t] + h_i^t \left[1 - \frac{2T\Delta t}{S(\Delta y)^2}\right] \dots\dots\dots (14)$$

La Ecuación 14 puede ser resuelta para cada celda en un nuevo tiempo $(t+\Delta t)$. La solución depende de los valores conocidos de las cargas hidráulicas adyacentes a la celda en el período de tiempo t . La solución encontrada representa sólo una aproximación a la solución exacta.

Solución Implícita. La solución implícita se obtiene al sustituir el valor de n por $t+\Delta t$ en la Ecuación 13, obteniéndose:

$$h_{i+1}^{t+\Delta t} - 2h_i^{t+\Delta t} + h_{i-1}^{t+\Delta t} = \frac{S(\Delta y)^2}{T\Delta t} (h_i^{t+\Delta t} - h_i^t) \dots\dots\dots (15)$$

Si la Ecuación 15 se reordena y se colocan los términos conocidos hacia el lado derecho de la misma, se obtiene:

$$h_{i+1}^{t+\Delta t} - \left(2 + \frac{S(\Delta y)^2}{T+\Delta t}\right) h_i^{t+\Delta t} + h_{i-1}^{t+\Delta t} = -\frac{S(\Delta y)^2}{T+\Delta t} h_i^t \dots \dots \dots (16)$$

A diferencia de la solución explícita, la solución implícita depende de los valores de las cargas en las celdas adyacentes para un tiempo $t+\Delta t$. Al resolverse la Ecuación 16 se obtienen una serie de ecuaciones algebraicas que deberán resolverse simultáneamente.

La matriz resultante de las ecuaciones simultáneas se puede resolver siguiendo dos métodos básicos: el directo y el iterativo. Los métodos directos tienen dos principales desventajas: requieren de gran espacio en la memoria de la computadora para el almacenaje de las matrices, originando un mayor tiempo de computo y el error de redondeo resulta significativo ya que se realiza un gran número de operaciones aritméticas. Los métodos iterativos evitan o anulan la necesidad del almacenaje de grandes matrices, haciéndose más atractivos para problemas con muchas incógnitas. Se han desarrollado numerosos esquemas iterativos, sobresaliendo el procedimiento implícito de dirección alternante. La eficiencia de los métodos depende de la estimación inicial para encontrar una solución (Konikow y Mercer, 1988).

Procedimiento Implícito de Dirección Alternante.

Este procedimiento permite la reducción de un largo conjunto de ecuaciones simultáneas a un bajo número de pequeñas secuencias; dentro del proceso se involucra la solución implícita y la solución explícita para su resolución (Prickett y Lonquist, 1971).

Para el caso general de flujo bidimensional, las conductividades hidráulicas y coeficientes de almacenamiento son tratados como un valor promedio dentro de la malla que tiene dimensiones constantes. Cuando se tiene un acuífero libre, la ecuación no lineal es eficientemente linealizada, ya que el espesor del acuífero se considera constante para el incremento del tiempo Δt .

Considerando el esquema representado en el Figura 2.2 se tiene que el flujo de la malla $(i-1)$ a la malla (ij) puede ser calculado usando la ecuación de Darcy, a través del área $\Delta x_{i,j}$ de un espesor saturado $b^{*}_{i-1/2,j}$ que se encuentra localizado entre los límites de las mallas $(i-1,j)$ e (ij) . Dado que la conductividad hidráulica puede variar de una celda a otra, se utiliza el promedio de las mismas.

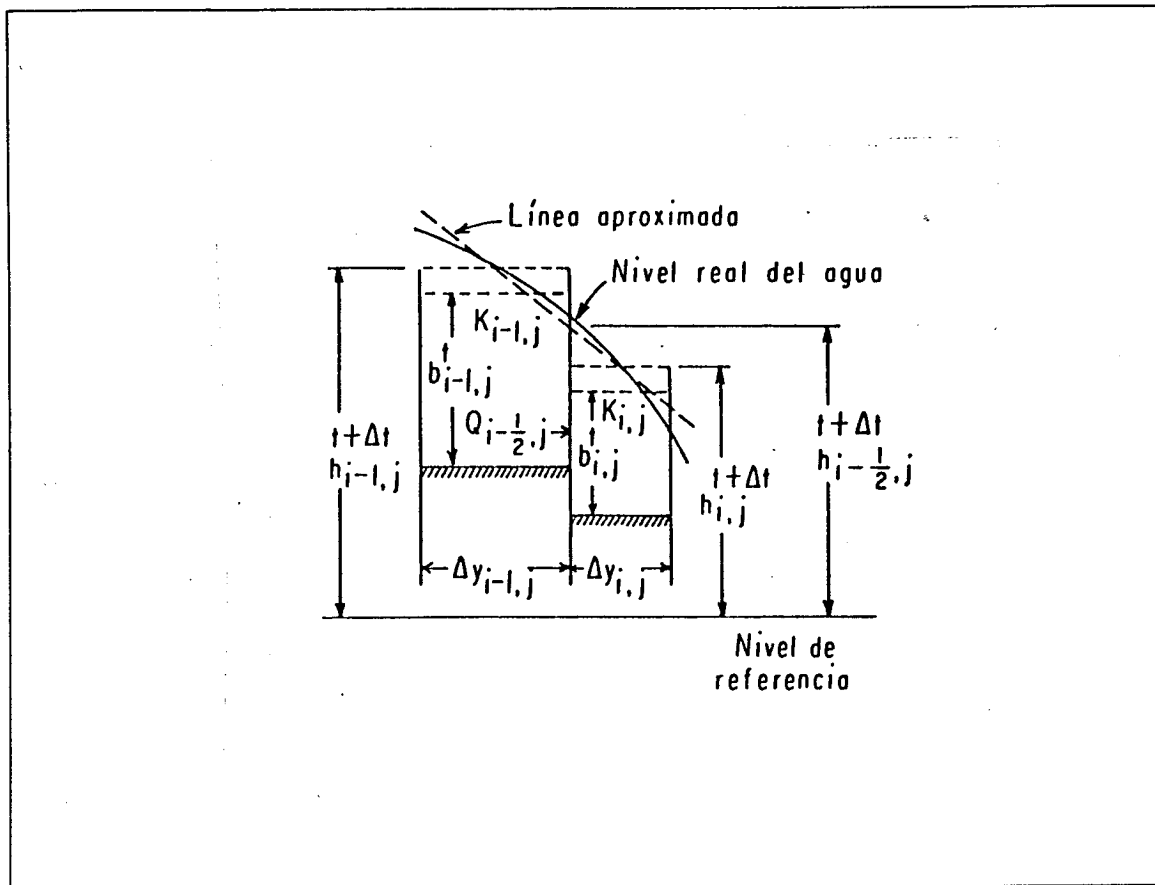


Figura 2.2 Flujo del agua a través de dos celdas adyacentes.

Así, el gasto puede calcularse de la siguiente manera:

$$Q_{i-1/2, j} = K_{i-1, j} \Delta x_{i-1, j} b_{i-1/2, j}^t \frac{(h_{i-1, j} - h_{i-1/2, j})^{t+\Delta t}}{\Delta y_{i-1, j}/2} \dots \dots (17)$$

también:

$$Q_{i-1/2, j} = K_{i, j} \Delta x_{i, j} b_{i-1/2, j}^t \frac{(h_{i-1/2, j} - h_{i, j})^{t+\Delta t}}{\Delta y_{i, j}/2} \dots \dots (18)$$

Eliminando el valor desconocido $h_{i-1/2,j}^{t+\Delta t}$ de las Ecuaciones 17 y 18, se obtiene:

$$Q_{i-1/2,j} = \left[\frac{\Delta y_{ij}}{2K_{ij}\Delta x_{ij}b_{i-1/2,j}^t} + \frac{\Delta y_{i-1,j}}{2K_{i-1,j}\Delta x_{i-1,j}b_{i-1/2,j}^t} \right]^{-1} (h_{i-1} - h_{ij})^{t+\Delta t}. \quad (19)$$

El término entre corchetes se puede substituir por el simbolo C_{ij}^t , así:

$$Q_{i-1/2,j} = C_{ij}^t (h_{i-1} - h_{ij})^{t+\Delta t} \dots \dots \dots (20)$$

En forma similar se obtiene $Q_{i+1/2,j}$:

$$Q_{i+1/2,j} = D_{ij}^t (h_{ij} - h_{i+1,j})^{t+\Delta t} \dots \dots \dots (21)$$

El término D_{ij}^t es idéntico al C_{ij}^t , cambiando únicamente los subíndices $i-1$ e $i-\frac{1}{2}$.

Por otra parte, $Q_{i,j-1/2}$ se define por:

$$Q_{i,j-1/2} = A_{ij}^t (h_{i,j-1} - h_{ij})^{t+\Delta t} \dots \dots \dots (22)$$

donde:

$$A_{ij}^t = \left[\frac{\Delta x_{ij}}{2K_{ij} \Delta y_{ij} b_{i,j-1/2}^t} + \frac{\Delta x_{i,j-1}}{2K_{i,j-1} \Delta y_{i,j-1} b_{i,j-1/2}^t} \right]^{-1}$$

finalmente:

$$Q_{i,j+1/2} = B_{ij}^t (h_{ij} - h_{i,j+1})^{t+\Delta t} \dots \dots \dots (23)$$

donde B_{ij}^t es idéntico a A_{ij}^t cambiando únicamente los subíndices $i-1$ e $i-1/2$ por $i+1$ e $i+1/2$.

La tasa de cambio en el almacenaje de agua para el nodo ij será:

$$\frac{\Delta V_{ij}}{\Delta t} = S_{ij} \Delta x_{ij} \Delta y_{ij} \left(\frac{h_{ij}^{t+\Delta t} - h_{ij}^t}{\Delta t} \right) + Q_{ij}^t$$

Si $E_{1j}^t = S_{1j} \Delta x_{1j} \Delta y_{1j} / \Delta t$ se tiene:

$$\frac{\Delta V_{ij}}{\Delta t} = E_{ij}^t (h_{ij}^{t+\Delta t} - h_{ij}^t) + Q_{ij}^t \dots \dots \dots (24)$$

donde Q_{ij} represente la extracción o recarga del nodo (ij).

Si se realiza un balance de masa en el nodo (ij) se tiene que las entradas (Ecuaciones 20 y 22) menos la suma de las salidas (Ecuaciones 21 y 23) deberán ser igual a la tasa de cambio en el almacenaje (Ecuación 24). Así se obtiene la ecuación:

$$A_{ij}^t h_{i,j-1}^{t+\Delta t} + B_{ij}^t h_{i,j+1}^{t+\Delta t} + C_{ij}^t h_{i-1,j}^{t+\Delta t} + D_{ij}^t h_{i+1,j}^{t+\Delta t} - (A_{ij} + B_{ij} + C_{ij} + D_{ij} + E_{ij}) h_{ij}^{t+\Delta t} - Q_{ij}^t - E_{ij}^t h_{ij}^t \dots \dots \dots (25)$$

Para el acuífero libre, el valor de $b_{i,j-1/2}^t$ representa el espesor saturado al comienzo del tiempo, considerándose constante para el intervalo Δt . De esta manera los coeficientes son conocidos al tiempo t .

Posteriormente, todas las ecuaciones resultantes en la dirección i (columnas), tienen su procesamiento columna por columna, resolviéndose por el esquema de la eliminación de

Gauss en la dirección j (líneas) para una línea individual, mientras todas las demás son mantenidas constantes. De esta forma se resuelven todas las ecuaciones línea por línea por medio de iteraciones; el proceso es repetido hasta llegar a la convergencia, completándose el cálculo para un incremento de tiempo dado. Las elevaciones piezométricas (h_{ij}) obtenidas son utilizadas como condición inicial para el próximo incremento de tiempo. Esta técnica es incondicionalmente estable sin tomar en cuenta el tamaño del incremento de tiempo (Prickett y Lonquist, 1971).

MATERIALES Y METODOS

Descripción del área de estudio

Localización y Clima.

El área de estudio recibe el nombre de "Valle de Saltillo-Ramos Arizpe" y se encuentra ubicado en la parte suroriental del estado de Coahuila, en la cuenca B de la región hidrológica 24 Bravo-Conchos de acuerdo a la Coordinación General de Servicios Nacionales de Estadística, Geografía e Informática (1982).

El Valle drena con dirección norte, constituyendo la cabecera del Arrollo de las Tranquitas, siendo éste uno de los afluentes que alimentan al Río Salinas, que a su vez drena hacia el oriente hasta unirse con el Río Pesquería dentro del estado de Nuevo León, para posteriormente unirse con el Río San Juan que desemboca en la Presa Marte R. Gómez ya en los límites de los estados de Tamaulipas y Nuevo León.

La superficie aproximada de estudio es de 304 km², localizada entre los paralelos 25°35' y 25°20' de latitud norte y los meridianos 101°05' y 100°50' de longitud al oeste del meridiano de Greenwich, Figura 3.1.

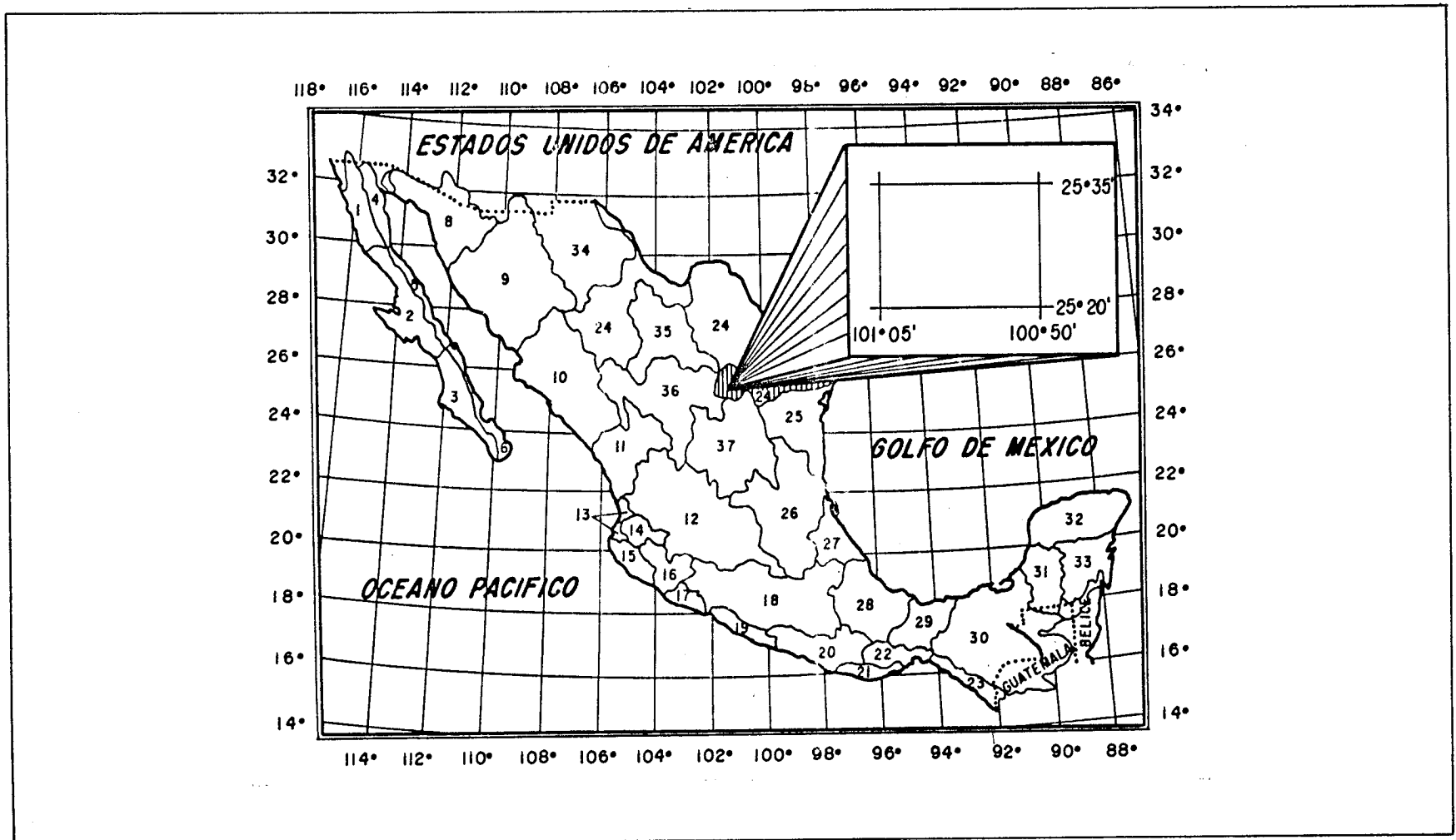


Figura 3.1 Regiones hidrológicas de México y la ubicación geográfica del área de estudio.

Dentro de esta superficie se localizan las estaciones climatológicas de Saltillo, Ramos Arizpe y Arteaga, teniéndose en cada uno de ellos registros de precipitación en el período de 1961 a 1980; los datos de temperatura se tienen registrados en las estaciones de Saltillo y Ramos Arizpe, para el mismo período de observación. En el caso del registro de la evaporación, únicamente se cuenta con datos de la estación Saltillo. En base a los datos existentes de precipitación, se trazaron las áreas de influencia de cada estación climatológica mediante el método de Thiessen, descrito por Linsley et al. (1984). El factor de ponderación resultante para la estación de Saltillo fue de 0.5455, con un área de influencia aproximada a los 165.84 km², de los 304 km² totales del área de estudio; para la estación de Ramos Arizpe el factor fue de 0.2570 con un área aproximada de 78.11 km², y el factor de ponderación para la estación de Arteaga se calculó en 0.1975 con un área de influencia cercana a los 60.05 km². Con los factores de ponderación se estimó una precipitación promedio anual de 342 mm en la región estudiada, con una precipitación máxima de 527.7 mm en el año de 1968 y una mínima de 219.2 para el año de 1979, Cuadro 3.1.

Para el caso de la temperatura, los factores de ponderación resultaron en 0.7283 y 0.2717 para las estaciones de Saltillo y Ramos Arizpe respectivamente. La temperatura promedio anual resultó de 18.4°C, con una máxima de 19.2°C para el año de 1969 y una mínima de 17.2°C.

Cuadro 3.1 Estimacion del promedio anual de la precipitacion pluvial dentro del area de estudio.

PRECIPITACION PLUVIAL (mm)				
AÑO	SALTILLO F.P. = 0.5453	RAMOS ARIZPE F.P. = 0.257	ARTEAGA F.P. = 0.1975	AREA DE ESTUDIO
1961	369.2	170.0	245.0	293.5
1962	249.5	158.4	289.0	233.9
1963	356.0	217.2	403.0	329.6
1964	350.0	249.0	377.0	329.4
1965	384.0	263.0	456.5	367.2
1966	525.0	326.0	325.0	434.4
1967	597.5	331.5	590.0	527.7
1968	379.0	329.0	423.7	375.0
1969	328.0	144.5	344.0	284.0
1970	276.5	227.0	393.0	286.8
1971	505.5	378.0	378.6	447.7
1972	381.0	325.3	403.0	371.0
1973	532.6	332.0	297.6	434.6
1974	265.9	144.0	192.6	220.1
1975	457.2	271.5	352.9	383.5
1976	516.0	384.0	424.6	464.0
1977	276.0	135.0	214.0	227.6
1978	405.5	248.0	393.1	362.6
1979	187.5	163.0	379.7	219.2
1980	241.2	163.5	373.4	247.3
			PROMEDIO	342.0

El promedio anual de evaporación resultó de 1 946.4 mm en la estación Saltillo, con registros de 1961 a 1980, obteniéndose un valor máximo de 2 367.2 en el año de 1979 y un mínimo de 1 531.7 mm para el año de 1968.

En base a los datos climáticos anteriormente mostrados, y de acuerdo al sistema de clasificación climático de Köppen modificado por García (1973), el clima de la región se clasifica como BSokx'(e), que se describe como un clima seco, templado con verano cálido y con oscilaciones de 7 a 14°C de las temperaturas medias mensuales con respecto a la temperatura media anual.

Geología

Geología General

El Valle de Saltillo-Ramos Arizpe es el resultado de la interfase de dos provincias; la cuenca de Parras al oeste y el sector transversal de la Sierra Madre Oriental al este. Las mayores elevaciones de las sierras se tienen al oriente y sur del Valle, siendo menores hacia el oeste.

El área de estudio se encuentra sobre la formación Parras perteneciente al Cretácico Superior. Esta formación consiste de lutitas calcáreas que se presentan sumamente fracturadas, y que por lo general están cubiertas por material

aluvial del Terciario o del Cuaternario Reciente.

Fisiografía

El Valle constituye la cabecera de la cuenca del Río Salinas, con elevaciones que oscilan entre los 1 400 y 1 800 msnm, las mayores elevaciones se encuentran en las sierras hacia el oriente, pudiendo llegar a los 3 000 msnm de altura.

Los caracteres fisiográficos de la región pueden considerarse de tres diferentes tipos:

- 1) Al oriente y sur, la característica morfológica típica de la Sierra Madre Oriental a esta latitud; sierras y valles en forma paralela.
- 2) Dentro del Valle de Saltillo-Ramos Arizpe se aprecia una topografía relativamente suave.
- 3) Al poniente se tiene una topografía accidentada, debido a las formaciones rocosas que afloran en este lugar.

Estratigrafía

La región se constituye por un paquete sedimentario que va desde el Jurásico Superior hasta el Cretácico Superior, cubriendo a este último rocas sedimentarias del Terciario y Cuaternario reciente.

SARH (1981) señala la columna estratigráfica representativa del norte del país, mostrada en la Figura 3.2. El acuífero en estudio se desarrolla en la formación Parras. Teóricamente esta formación debería ser impermeable por su carácter limo-arcilloso. Sin embargo, hacia su parte superior se encuentra sumamente fracturada, propiciando el almacenamiento del agua. La formación Parras se encuentra constituida por lutitas calcáreas de color gris oscuro que intemperizan a verde amarillento. La parte no fracturada de las lutitas se considera como el basamento del acuífero en estudio.

Modelo Conceptual.

Para llevar a cabo los objetivos planteados en el presente estudio, se hace necesario establecer un modelo que simule, lo mejor posible, el comportamiento de los niveles piezométricos dentro del acuífero a cualquier tiempo establecido (t_n) a partir de un tiempo inicial (t_0). Para una mayor simplicidad en el análisis, se asume que el flujo de agua es en forma bidimensional en un medio no homogéneo y anisotrópico, debiendo resolver el modelo la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} \pm Q$$

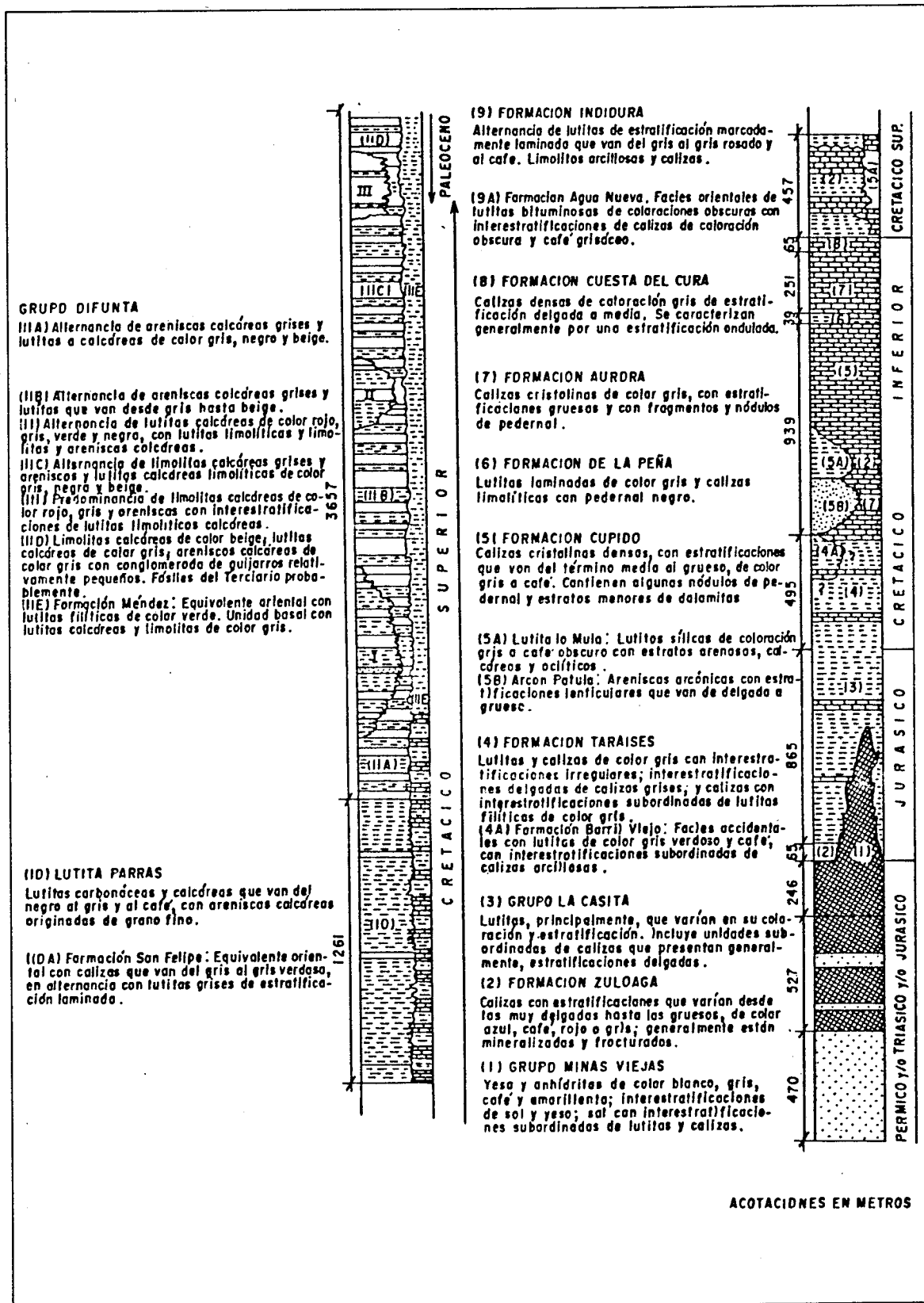


Figura 3.2 Columna estratigráfica compuesta del noreste de México. Tomada de SARH (1981).

En esta ecuación, la variable dependiente es la carga hidráulica (h) ya que los demás términos se pueden conocer. Dado que la ecuación no tiene una solución directa, se debe resolver por otros medios indirectos.

Modelo Seleccionado

Se utilizó el modelo matemático de diferencias finitas dada su simplicidad matemática y la exactitud aceptable que se puede lograr en la predicción de los niveles piezométricos.

La aproximación por el método de diferencias finitas requiere que el medio continuo sea sustituido por uno equivalente de elementos discretos. En la Figura 3.3 se muestra la manera en que el acuífero es subdividido por volúmenes de dimensiones $m\Delta x\Delta y$, donde m es el espesor promedio del acuífero en el área $\Delta x\Delta y$. Las longitudes finitas $\Delta x\Delta y$ deben ser pequeñas en comparación con todo el medio estudiado.

Las intersecciones de la malla son llamadas nodos y tienen como referencia una columna (i) y un línea (j), tal y como se muestra en la Figura 3.4. Las tasas de flujo Q_1 , Q_2 , Q_3 , y Q_4 representan el agua transferida de nodo a nodo de la malla. Q_5 representa la tasa de flujo tomada del volumen $m\Delta x\Delta y$ para un determinado incremento de tiempo Δt . Q_6 representa una tasa constante retirada del volumen $m\Delta x\Delta y$. El término Q_n se relaciona con salidas especiales de agua,

infiltración y efectos de evapotranspiración cuando el nivel freático está cercano a la superficie del terreno.

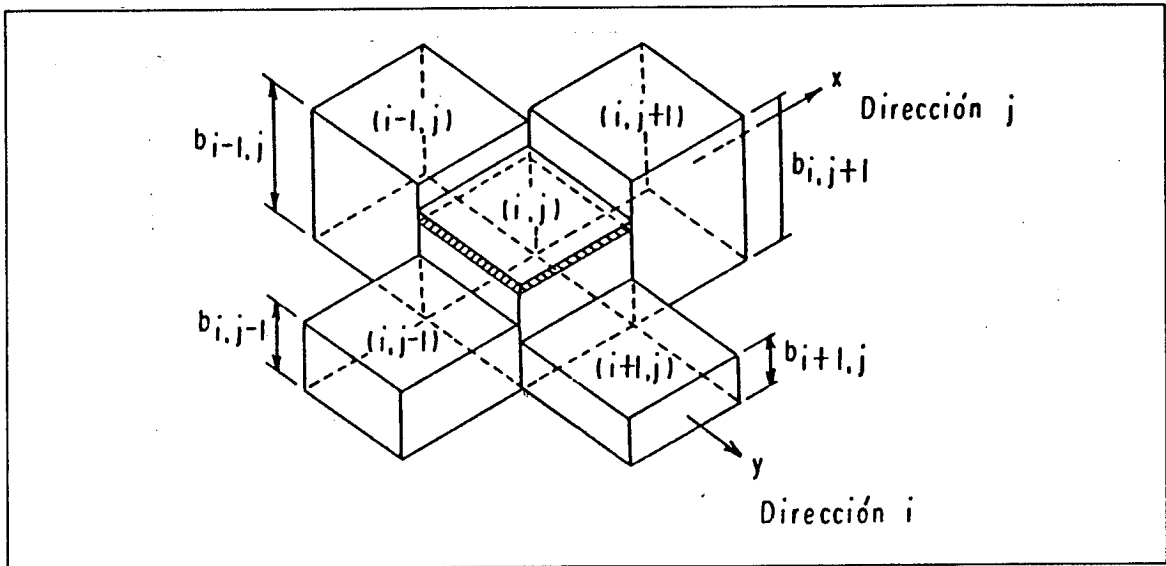


Figura 3.3 Representación esquemática de la discretización de un acuífero libre con flujo bidimensional.

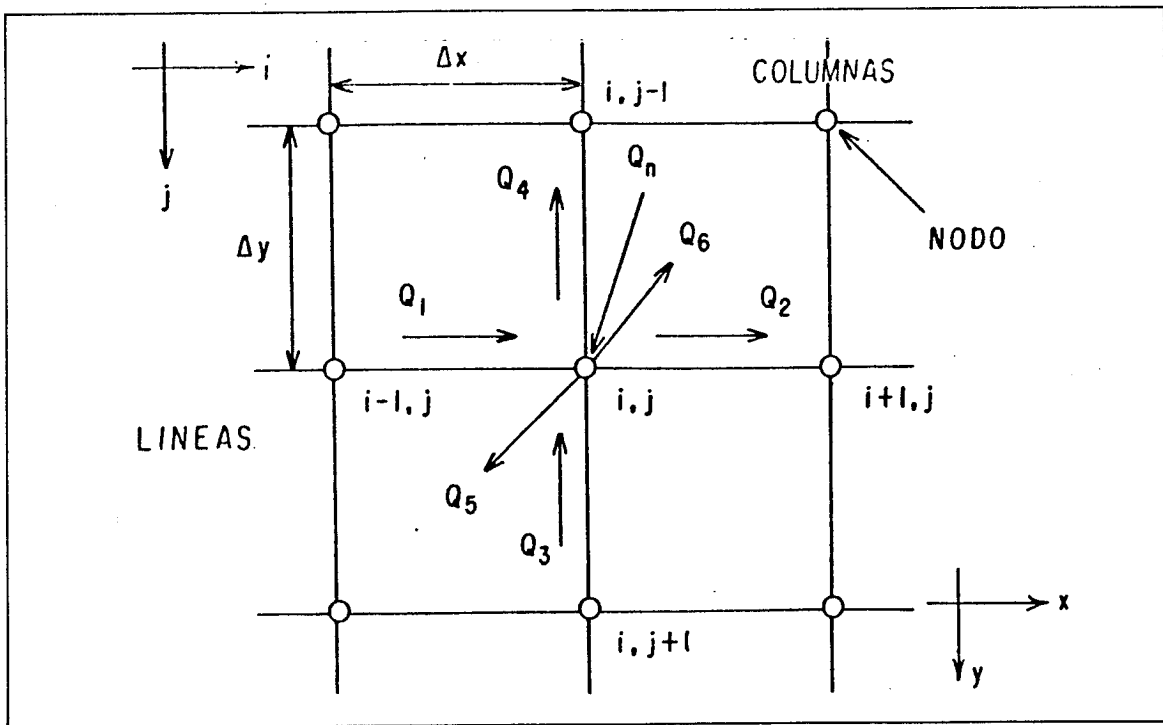


Figura 3.4 Entradas y salidas de flujos de agua por nodo en un medio discretizado.

El área que representan los términos Q_1 , Q_2 , Q_3 y Q_4 dentro del acuífero, se ilustra en la Figura 3.5a, b, c y d, respectivamente.

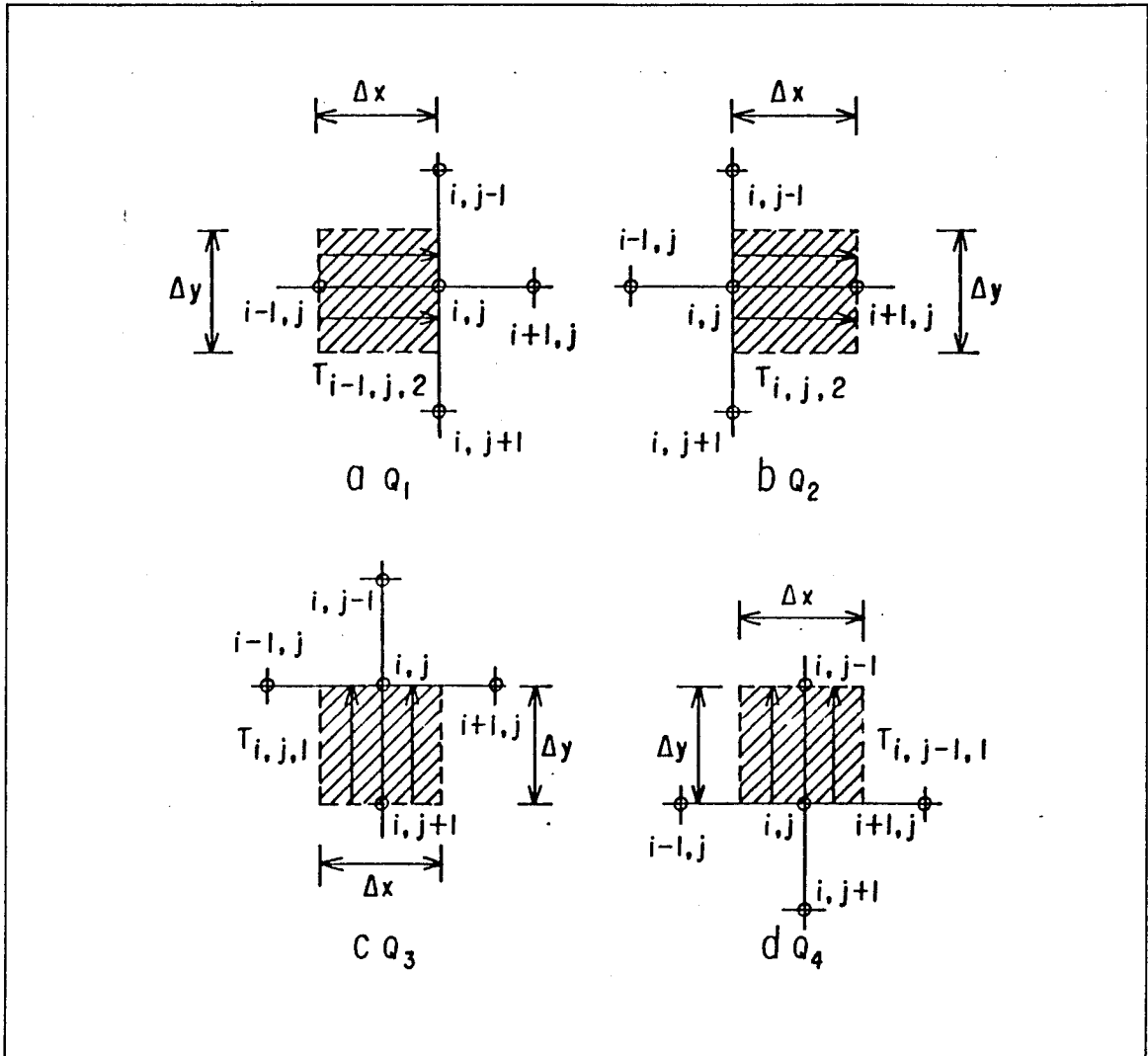


Figura 3.5 Vectores de volúmenes de nodo a nodo en términos de tasa de flujo.

Las proyecciones horizontales de los vectores volumen de Q_1 , Q_2 y Q_3 son idénticas. Los vectores volumen Q_1 y Q_2 se extienden desde la profundidad promedio del basamento del acuífero hasta el nivel piezométrico del agua, teniendo dimen-

siones horizontales $\Delta x \Delta y$. Las tasas de flujo son centradas al nodo i, j .

La ecuación diferencial parcial del flujo de agua se resuelve para cada uno de los nodos dentro del acuífero, tomándose ciertas restricciones en aquellos que tengan condiciones frontera, tal y como se muestra en la Figura 3.6.

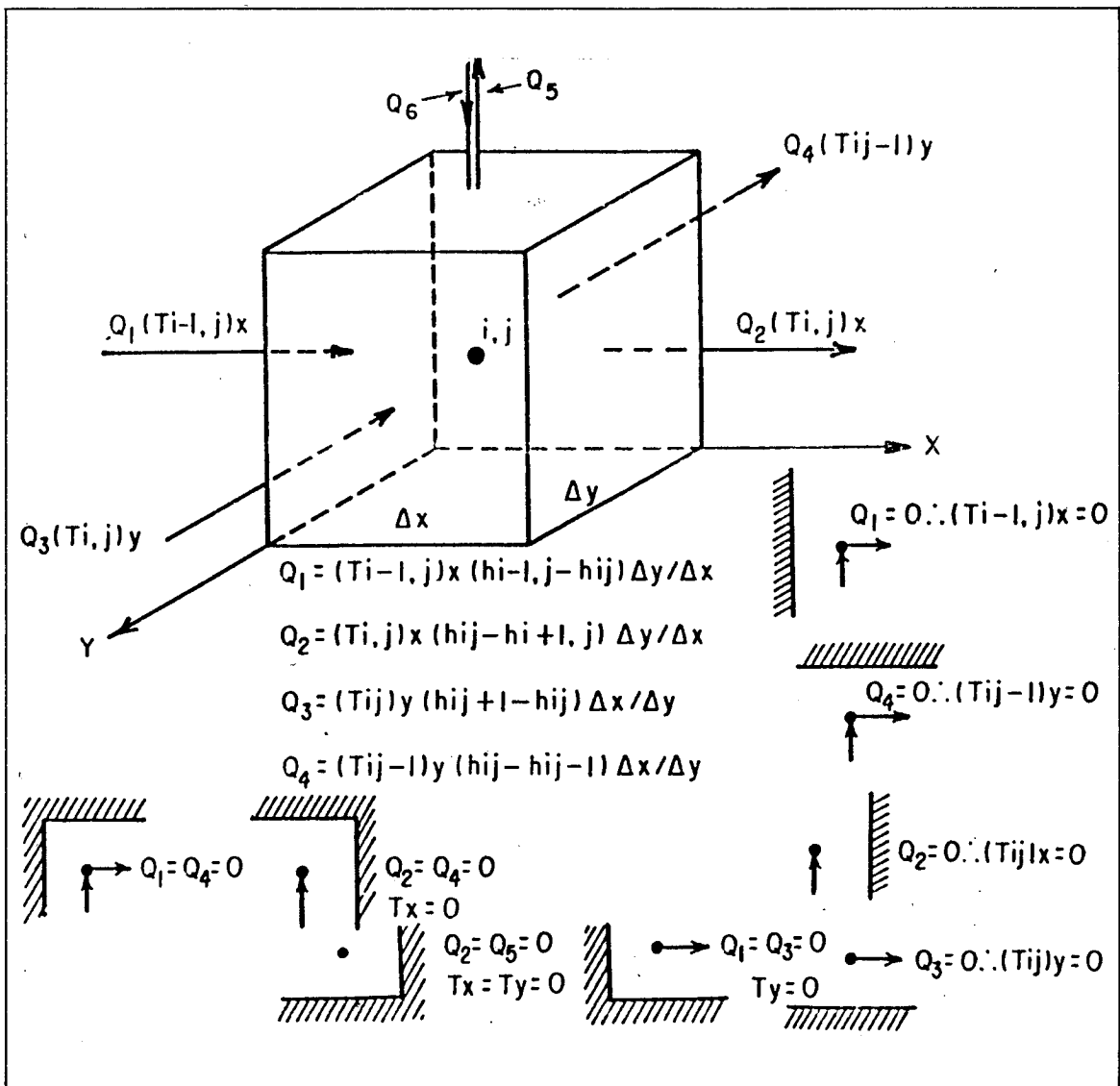


Figura 3.6 Manejo de fronteras para el caso de espaciamiento regular de la malla.

En el presente estudio se estableció un espaciamento regular de la malla, asumiéndose que los límites reales del acuífero coinciden con los límites de frontera establecidos, como se ilustra en la Figura 3.7.

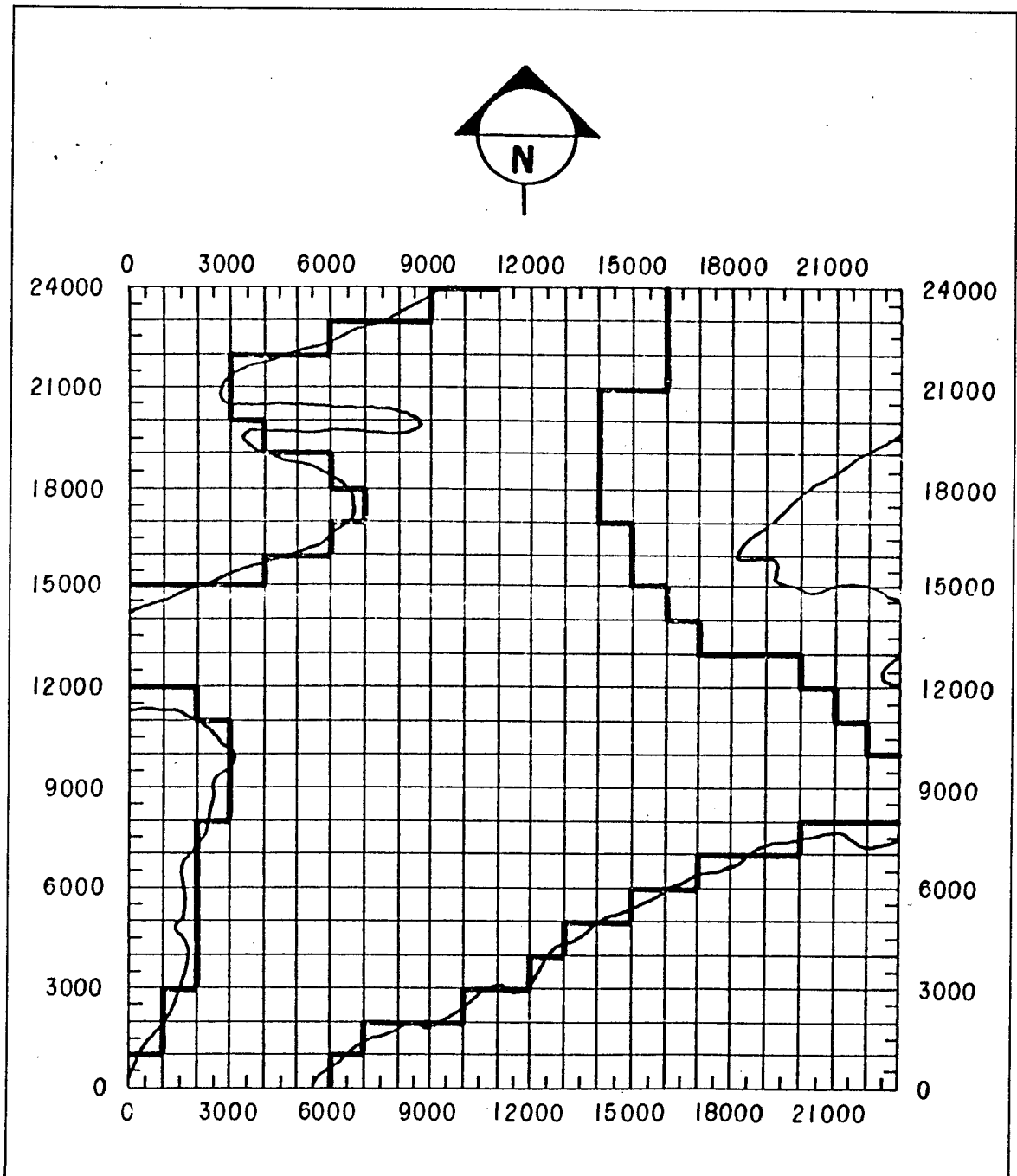


Figura 3.7 Límites reales del acuífero y su discretización.

La alimentación de datos al programa se puede hacer de forma iterativa o por medio de un archivo externo que puede ser procesado por el paquete computacional Norton Editor versión 1.3B. El programa recibe el nombre de PLASM, y su diagrama de flujo se muestra en la Figura 3.8.

Información utilizada.

Los datos requeridos para el modelo son:

- Tipo de acuífero (confinado o libre).
- Coordenadas i y j de cada nodo.
- Coeficiente de almacenamiento para cada nodo.
- Elevación piezométrica por nodo al inicio de la simulación (m).
- Bombeo por nodo (m/día).
- Coeficiente de infiltración (l/día).
- Elevación promedio del terreno para cada nodo (m).
- Elevación del terreno a la que es afectado el nivel piezométrico por la evapotranspiración (m).
- Elevación promedio del basamento del acuífero referido a cada nodo en particular (m).
- Conductividad hidráulica en la dirección i y j por nodo (m/día).

Todas las elevaciones se toman en base a un punto de referencia que puede ser la altura sobre el nivel del mar. En el presente estudio, el nivel de referencia es de 1 000 msnm.

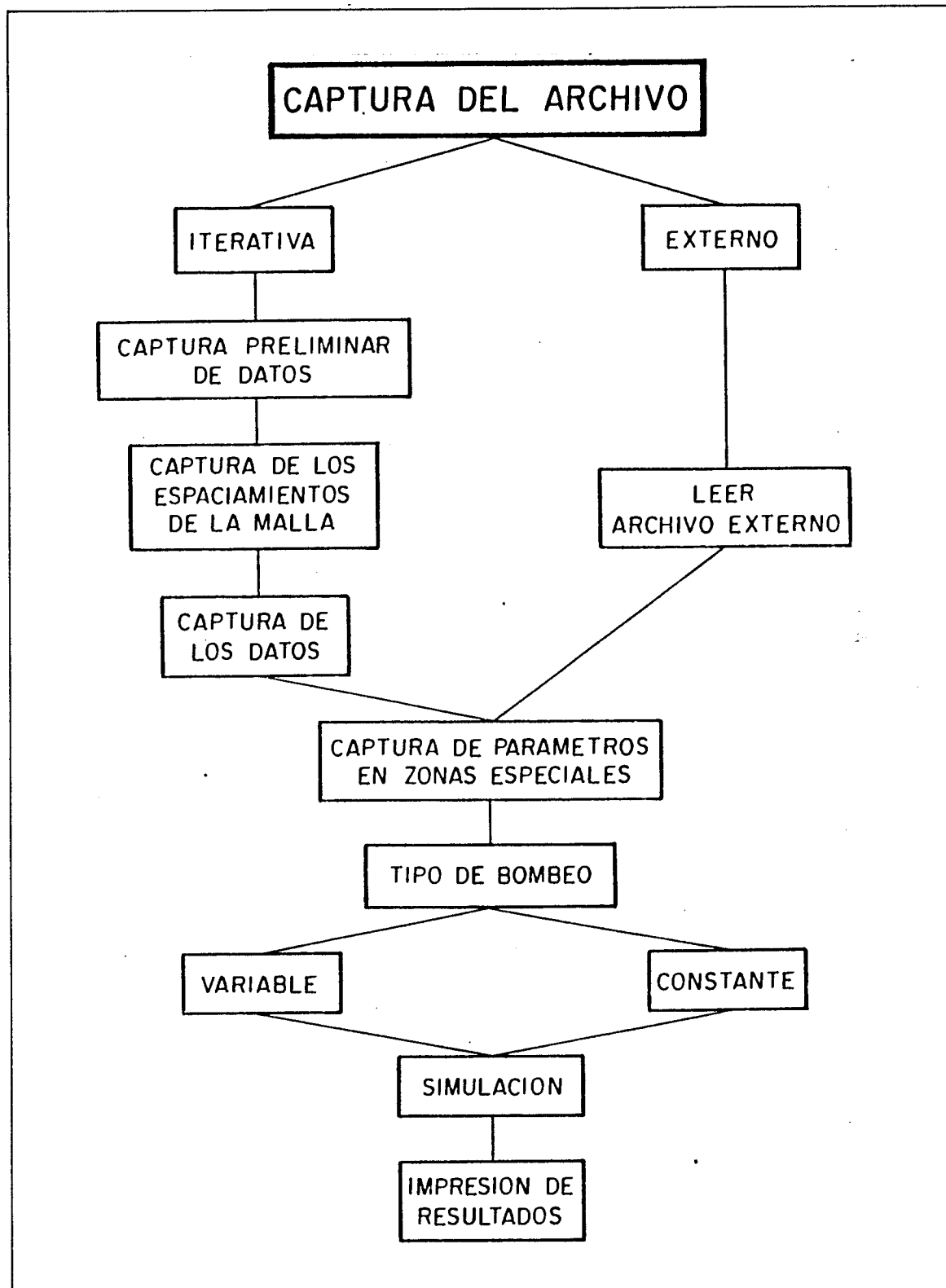


Figura 3.8 Diagrama de flujo del programa PLASM.

A continuación se describe cada uno de los parámetros requeridos por el modelo. El coeficiente de almacenamiento y la conductividad hidráulica en la dirección i y j que serán tratados en el apartado de Ajuste del Modelo.

Discretización del Acuífero

Para determinar las coordenadas i, j de cada nodo se subdivide el acuífero mediante una malla de espaciamentos que puede ser en forma regular. El nodo está referido al centroide del espaciamiento en X por el espaciamiento en Y . Para el análisis del acuífero del Valle de Saltillo se seleccionó un espaciamiento regular de 1 000 m por 1 000 m (1 km²), teniendo un total de 23 columnas en la dirección i y 24 líneas en la dirección j . El total de nodos es de 550, sin embargo, los nodos que se ubican dentro de las fronteras del acuífero son 304, dando una superficie similar en km².

Elevación Piezométrica

Dentro del Valle se cuenta con 68 pozos de observación, de un total de 930 censados en 1982, teniendo datos históricos de los niveles estáticos durante el período comprendido entre junio de 1974 a abril de 1981, con observaciones mensuales en el año de 1975 y bimensuales para el resto de los años. Toda la información fue proporcionada por la Comisión Nacional del Agua con sede en Saltillo, Coahuila.

Para llevar a cabo la calibración del modelo se configuraron las elevaciones piezométricas de junio de 1974 y de abril de 1981. La configuración se llevó a cabo con el paquete computacional SURFER versión 3.0, el cual requiere las coordenadas en X y Y referidas a un origen, además de la altitud del nivel estático. Este paquete computacional realiza el cálculo de la interpolación por el método de Kriging.

Extracción

Dada la dificultad operativa para el cálculo de los volúmenes de agua extraídos en el acuífero, sólo se han realizado dos estimaciones puntuales: una en 1974 y la otra en 1981. El volumen total extraído en 1974 fue de 27.0 millones de metros cúbicos, mientras que en 1981 ascendió a 43.4 millones de metros cúbicos. Sin embargo, estos datos incluyen una área mayor a la contemplada en el presente estudio, para la cual se determinó una extracción promedio anual de 28,024 millones de metros cúbicos durante este mismo período. Este gasto se distribuyó en cada una de las mallas, basándose en la extracción de los pozos que se encuentran localizados dentro de cada una de ellas.

Elevación del Terreno y de la Profundidad Límite de Evapotranspiración.

Las configuraciones de los niveles del terreno se calcularon en base a las altitudes de los brocales en los 68 pozos de observación. Al igual que los niveles piezométricos y el basamento del acuífero, el nivel del terreno se estimó con el programa SURFER, que utiliza la metodología de Kriging.

La profundidad límite de evapotranspiración es aquella profundidad del terreno en la cual se ve afectado el manto freático por efecto de la misma; depende del tipo de suelo, cultivo o cubierta vegetal y de la demanda evapotranspirativa en la región. El modelo considera esta profundidad cuando el nivel piezométrico se encuentra dentro de ella, incrementándose el gasto por celda en un valor equivalente a la evapotranspiración (expresada en metros) por 0.75 entre los 365 días del año, obteniéndose un valor diario.

Basamento del Acuífero.

El aluvión y/o lutita fracturada propicia el acuífero en estudio, mientras que la sana o no fracturada representa el basamento del mismo. Para su determinación se utilizaron 16 perfiles geoelectrónicos que hasta 1986 se habían realizado dentro del área de estudio (SARH, 1986). Estos pueden variar en su longitud y en los puntos observados. Para cada punto de muestreo se determinó sus coordenadas y la profundidad a la

cual se encuentra la lutita no fracturada. La ubicación de los mismos se muestra en la Figura 3.9. Los datos obtenidos se procesaron en SURFER.

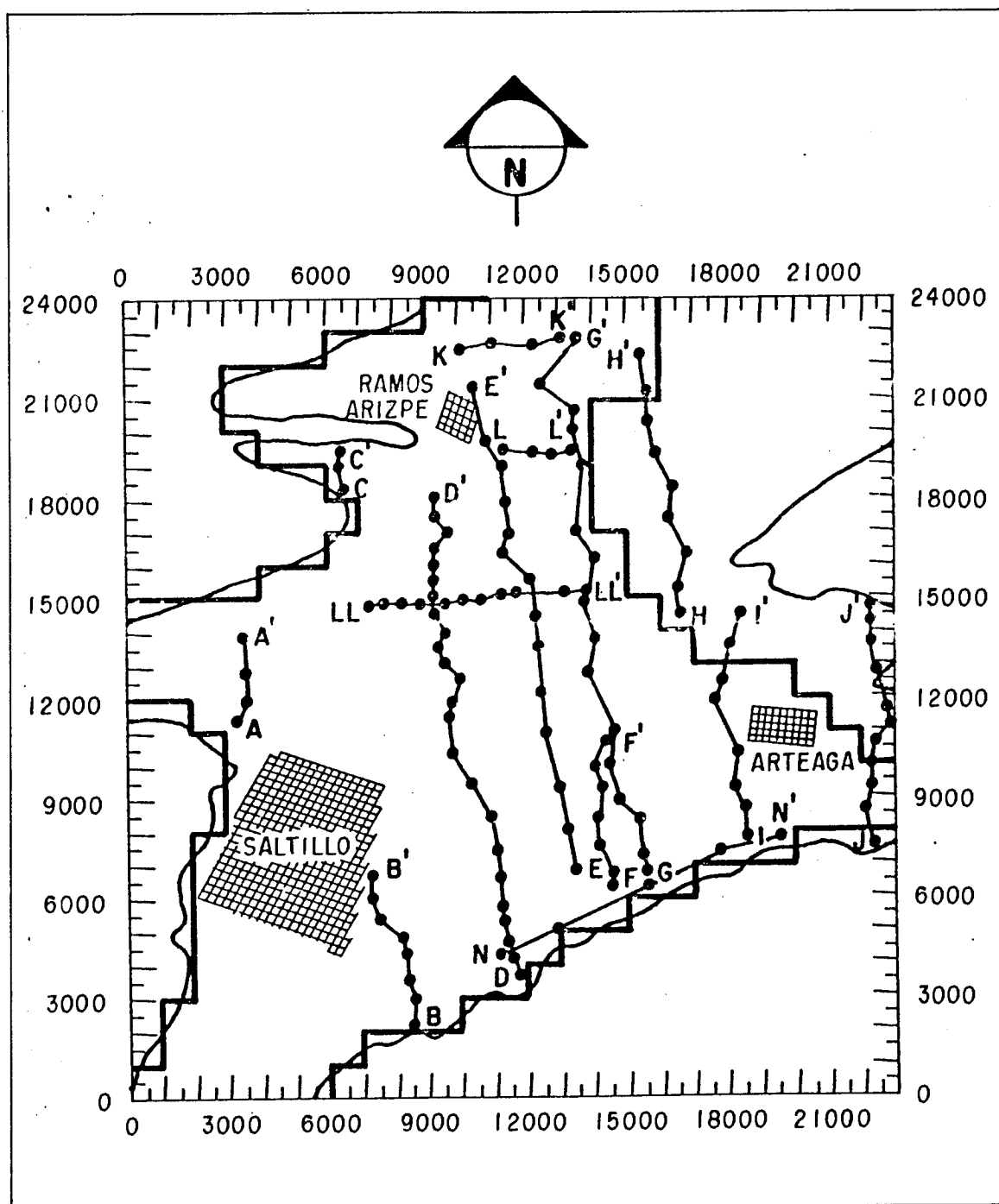


Figura 3.9 Ubicación geográfica de los perfiles geoeléctricos.

Ajuste del Modelo

El ajuste del modelo representa uno de los aspectos más importantes para llevar a cabo una buena simulación del flujo de agua. Este ajuste consiste en modificar las variables del acuífero sobre las cuales se tenga una menor información o bien, sobre aquellas que sean menos precisas. El coeficiente de almacenamiento y la conductividad hidráulica son, por lo general, las variables que se modifican durante el período de ajuste.

Este ajuste se realizó de junio de 1974 a abril de 1981, período en el cual se cuenta con el mayor número de datos observados.

Se introdujeron todos los datos requeridos por el modelo con las elevaciones piezométricas del mes de junio de 1974 y el bombeo promedio del período de ajuste. Se realizaron 44 ejecuciones del modelo, durante las cuales se modificaron las conductividades hidráulicas y los coeficientes de almacenamiento, hasta lograr que el modelo se aproximará a las elevaciones observadas en abril de 1981. El procedimiento consistió en graficar, para cada una de las 24 líneas del acuífero, la superficie del terreno, el basamento del acuífero, las elevaciones piezométricas observados en abril de 1981 y las calculadas por el modelo para esta misma fecha. Al final de las ejecuciones realizadas se logró el mejor ajuste para la

mayoría de los nodos.

Período de Simulación

Dado que en 1982 se realizó la última estimación del volumen de agua extraído del acuífero, se consideró la misma tasa de incremento hasta el año de 1991, llegándose a un volumen de $38.55 * 10^6$ m³/año. Con este patrón de bombeo se estimaron los niveles piezométrico para junio de 1991, los que a su vez sirvieron de referencia para calcular los niveles que se estima se tendrán en el año 2 000 con diferentes patrones de bombeo.

Para la simulación del año 2 000 se utilizaron cinco patrones de bombeo, que consistieron en incrementar un 12.5, 25, 37.5, 50 y 75 por ciento el volumen bombeado hasta el año de 1991. El valor obtenido del incremento se mantiene constante para cada uno de los años de la simulación.

RESULTADOS Y DISCUSION

Para llevar a cabo una adecuada simulación del movimiento del agua subterránea deben ser considerados dos aspectos importantes: la calidad y cantidad de los parámetros propios del acuífero, y el grado de ajuste al que se puede llegar con el modelo seleccionado. El primer aspecto debe considerar un determinado período de observación que estará en función del grado de precisión deseado, ya que el ajuste del modelo está basado en este período. Un mayor conocimiento del sistema a modelar, permite una mejor predicción en su respuesta ante las acciones externas a las que puede ser sometido.

En el presente estudio, la actividad más tardada y laboriosa resultó ser el ajuste del modelo seleccionado, debido principalmente a lo irregular de la distribución del basamento y a la misma topografía del valle. En este aspecto se tienen altitudes que van desde los 1 750 msnm, en su parte más alta, hasta los 1 400 msnm en su parte baja, con una pendiente promedio de 1.85 por ciento. Las configuraciones del nivel del terreno obtenidas del programa SURFER se muestran en la Figura 4.1.

Los resultados obtenidos por el método de Kriging, en cuanto a la profundidad del basamento para cada una de las

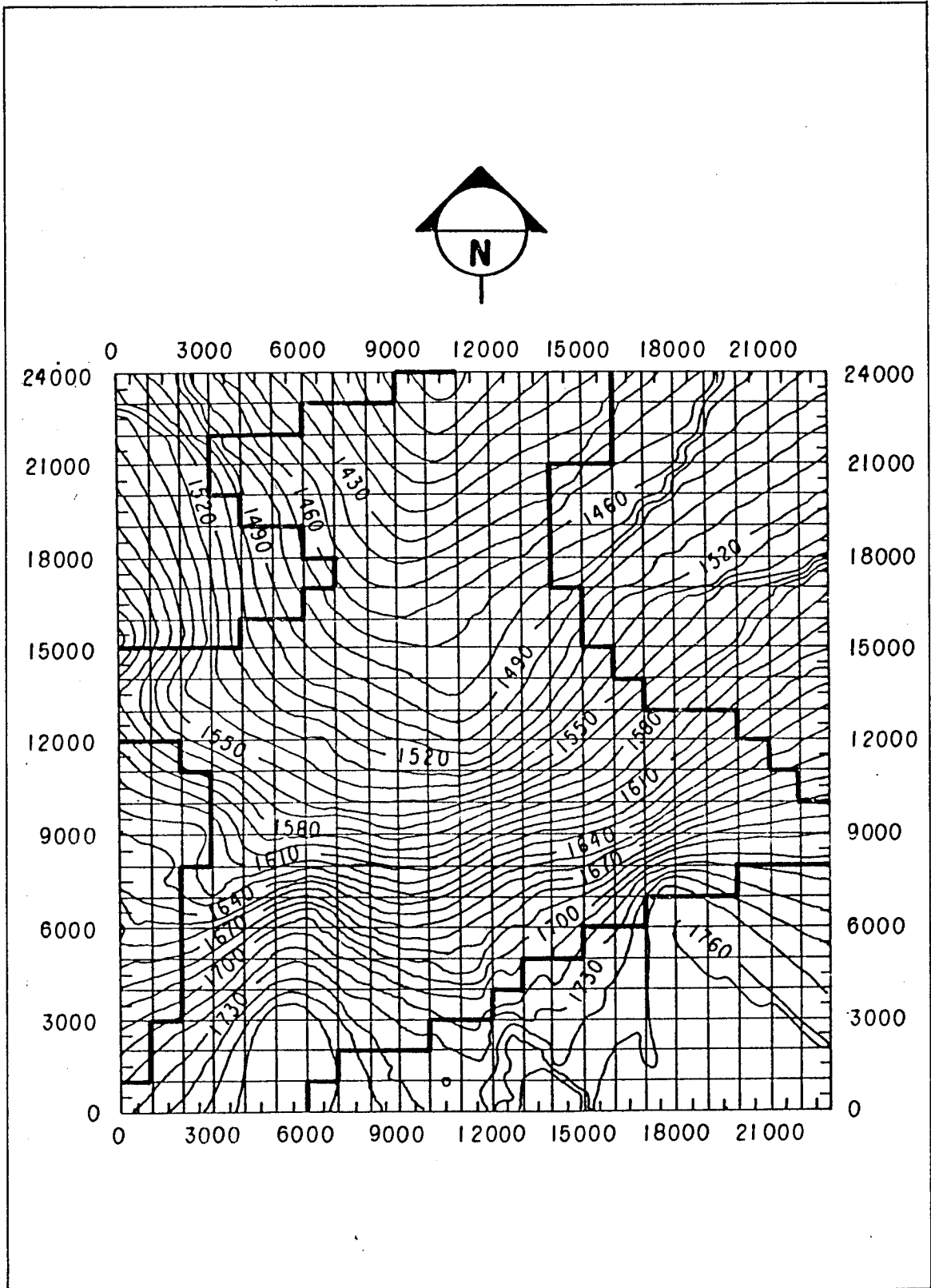


Figura 4.1 Elevaciones calculadas para la superficie del terreno

celdas, se comportaron en forma similar a la reportada por SARH (1986). Las altitudes del basamento van desde los 1 720 msnm, en su parte más alta, hasta los 1 310 msnm al norte del Valle, tal y como se ilustra en la Figura 4.2.

Los mayores espesores del acuífero se localizaron en la parte baja de la región, con profundidades cercanas a los 250 m con respecto a la superficie del terreno. Al sureste del Valle, en la interfase de éste con la sierra de Zapalina-me, se tienen los menores espesores del área de estudio con profundidades que varían entre los 10 y 40 m. En esta zona las perforaciones en el acuífero confinado (acuífero en calizas) se ven incrementadas debido a que la longitud de perforación es menor que en el resto del valle. El acuífero en calizas representa una importante alternativa para el abastecimiento del agua en la ciudad de Saltillo, según lo reporta SARH (1981).

El ajuste del modelo se realizó para un período de siete años (junio de 1974 a abril de 1981), ya que en este lapso de tiempo se cuenta con el mayor número de variables observadas y cuantificadas hasta la fecha. Las configuraciones piezométricas calculadas para éstas dos fechas se muestran en el Apéndice A. Después de 44 ejecuciones del modelo, en cada una de las cuales se modifica la conductividad hidráulica y el coeficiente de almacenamiento en cada nodo, se lograron las mejores estimaciones de los niveles piezométricos

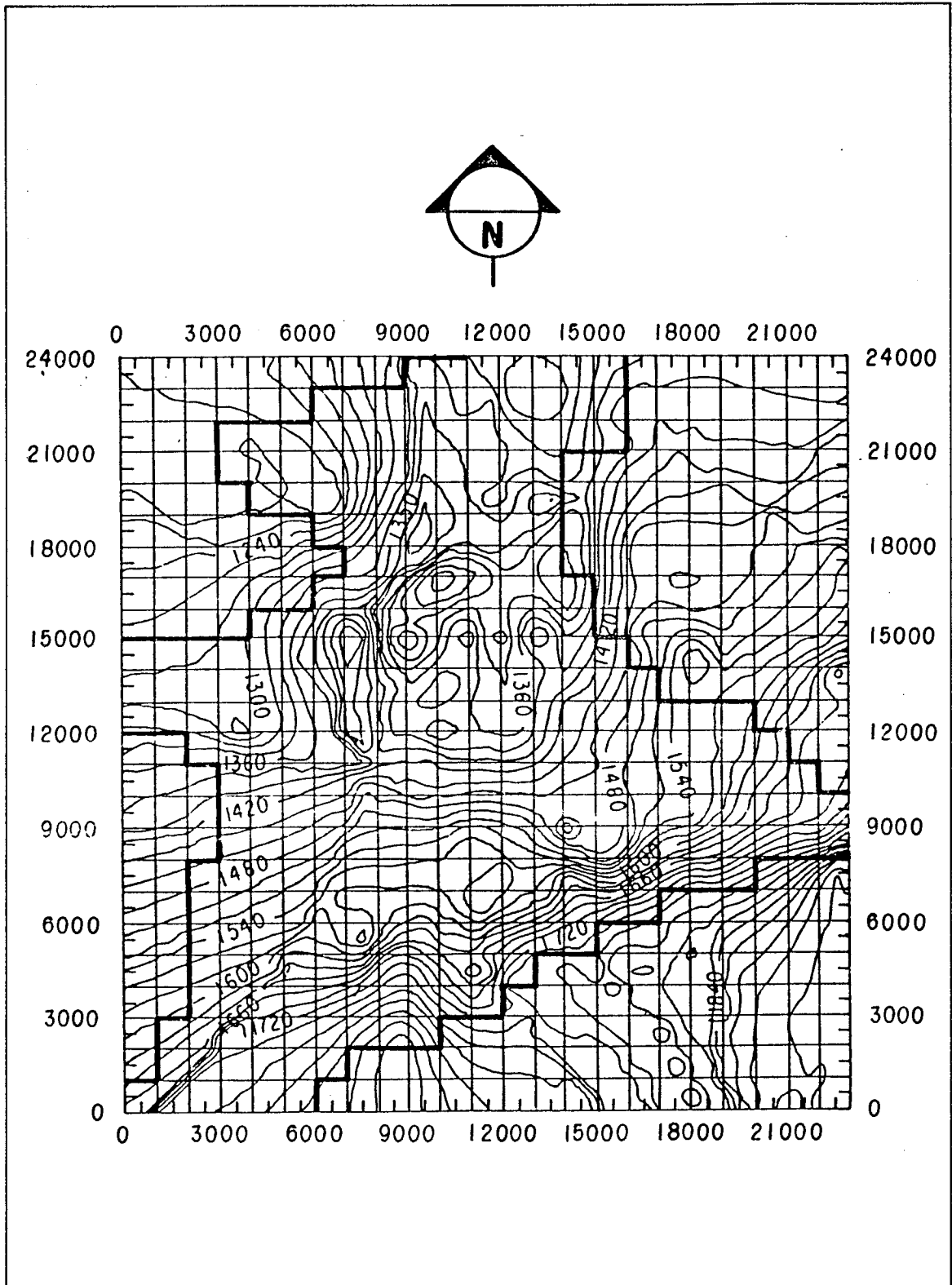


Figura 4.2 Elevaciones calculadas con las observaciones de los perfiles geoelectricos para la determinación del basamento del acuífero.

observados en abril de 1981. En el Apéndice B se muestran los valores de las variables de entrada con las que se obtuvo el mejor ajuste.

Durante el proceso de calibración, se observó en forma general que el modelo tiende a calcular adecuadamente hacia el centro de la malla, siendo más sensible a los cambios en las cercanías de las fronteras del acuífero. Por otra parte, de las 24 líneas correspondientes a la malla del acuífero, las que van de la 5 a la 22 tuvieron el mejor ajuste; sin embargo, en éstas el modelo subestima los niveles piezométricos hacia las fronteras del acuífero, debido probablemente a que no se considera una mayor infiltración por efecto de las escorrentías provenientes de las sierras. En las Figuras 4.3 y 4.4 se muestran las líneas 12 y 13 de la malla regular donde se observa lo anteriormente expuesto.

En las líneas 2, 3 y 4 el modelo sobreestimó los niveles piezométricos en el período de ajuste. La sobreestimación puede ser debida a que las conductividades hidráulicas ajustadas en el sentido de las líneas, sean mayores a las reales, lo que provoca un mayor flujo de agua hacia la parte baja del acuífero. De lo anterior, se origina la necesidad de realizar mejores ajustes al modelo para posteriores simulaciones discutiéndose este aspecto más adelante.

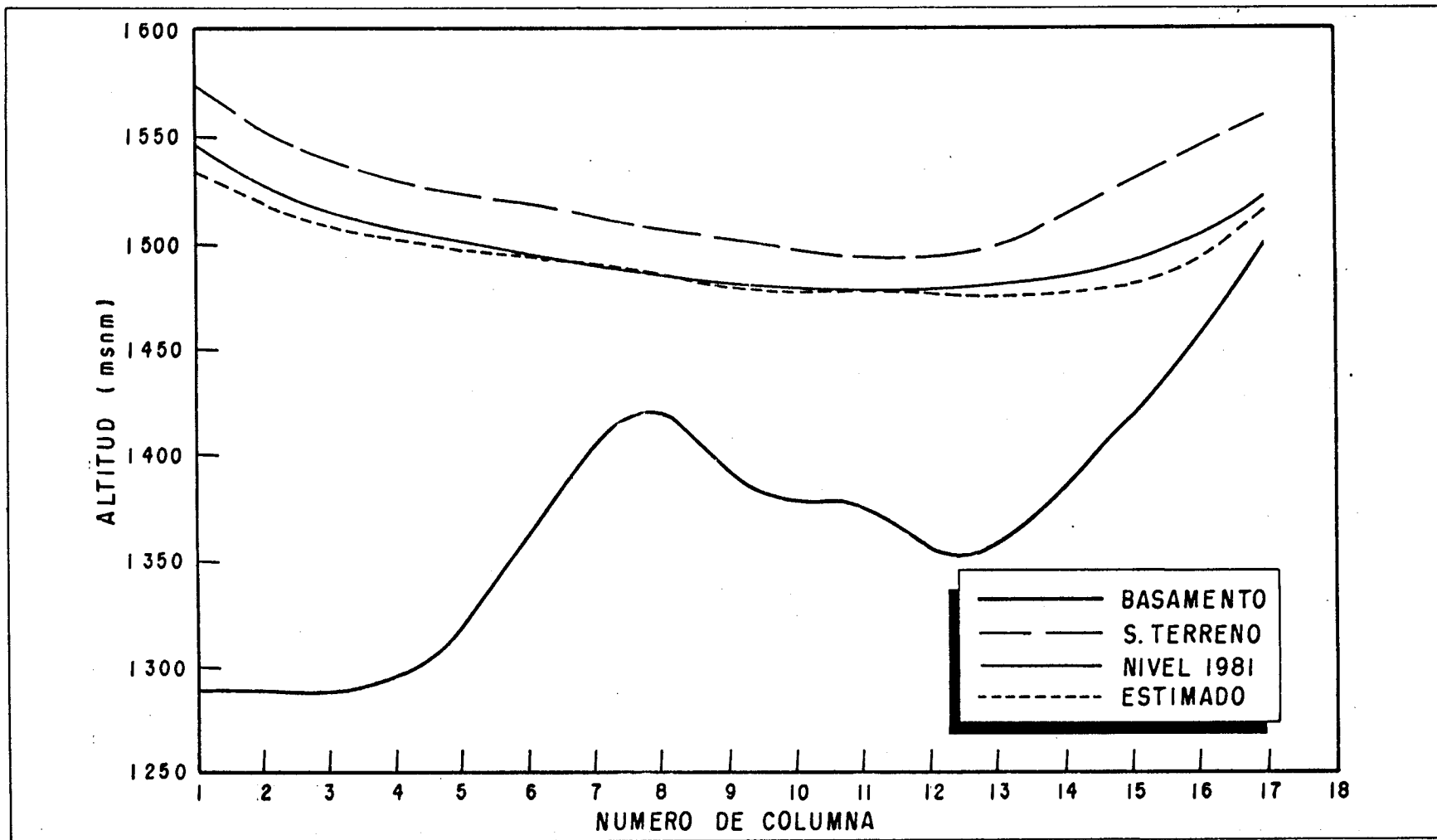


Figura 4.3 Representación de la línea 12 con el nivel piezométrico observado en 1981 así como el estimado por el modelo para ésta misma fecha.

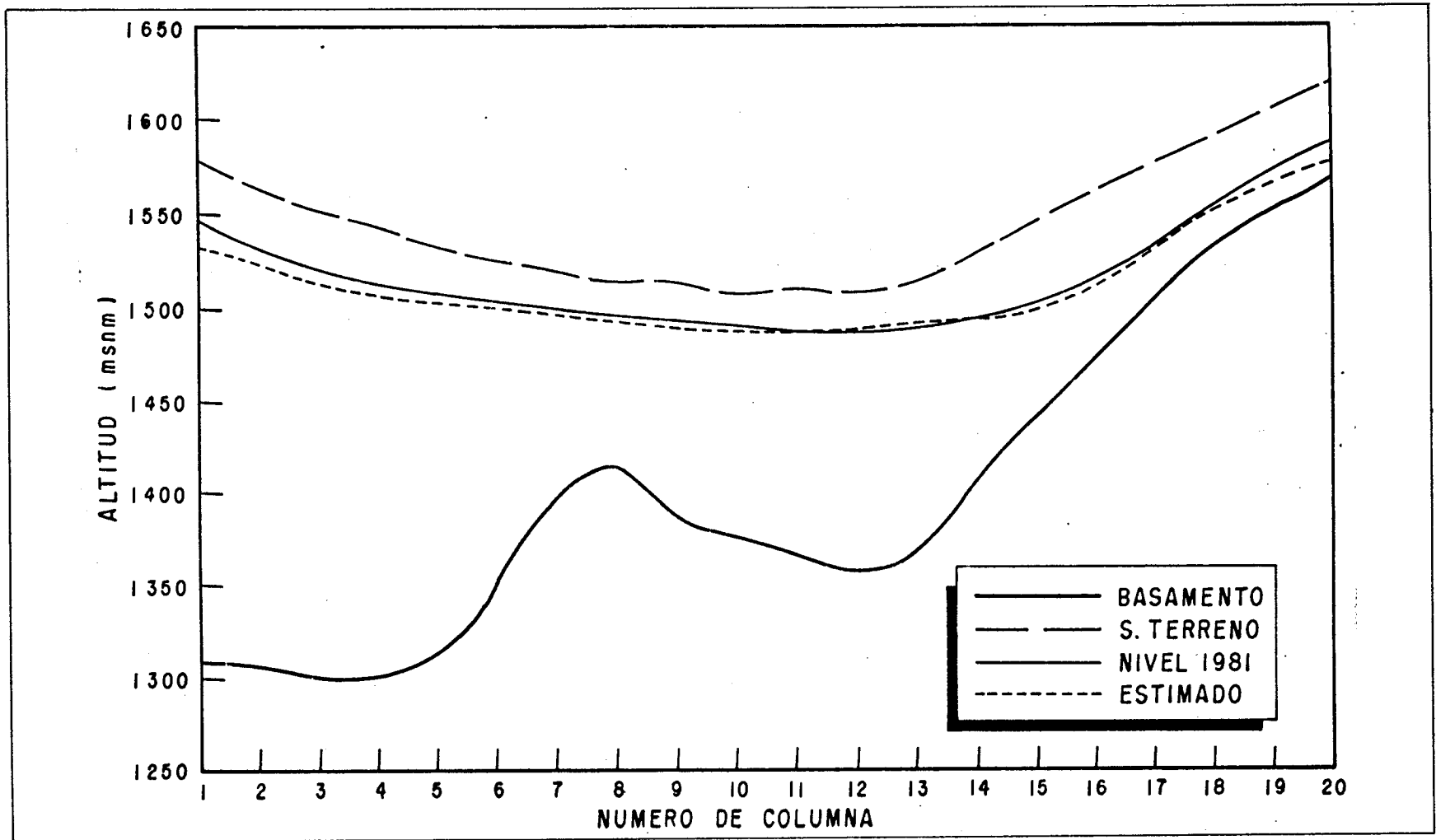


Figura 4.4 Representación de la línea 13 de la malla con el nivel piezométrico observado en en 1981, así como el estimado por el modelo para ésta misma fecha.

Los mayores valores ajustados de las conductividades hidráulicas se encontraron hacia el norte del valle, al igual que lo señalan los estudios realizados por la SARH en 1981 y 1982. En esta porción del Valle, los valores ajustados varían entre los 10 y los 30 m/día. En SARH (1982) se menciona a esta parte del acuífero libre como una zona potencial de explotación, ya que cuenta con las mayores transmisividades del Valle. Además, en esta forma se evitaría la pérdida por descarga subterránea, que se estimó en nueve millones de metros cúbicos para el año de 1981.

Las menores conductividades hidráulicas ajustadas se tuvieron hacia el sureste de la región, con valores que oscilan entre 0.01 y 8 m/día.

El coeficiente de almacenamiento utilizado en el inicio del ajuste fue de 0.43, determinado por SARH (1982) en forma global para todo el acuífero. Este valor se asignó a cada una de las celdas. Durante el ajuste no se realizaron cambios sustanciales en este parámetro, pudiéndose decir que en promedio mantuvo su valor regional.

De lo anterior se puede deducir que el acuífero granular presenta un rendimiento específico o porosidad efectiva baja.

El bombeo realizado de 1981 a 1991 se calculó en forma indirecta, ya que en este lapso de tiempo no se efectuaron estimaciones, asumiéndose una tasa de crecimiento en el volumen de extracción similar a la registrada en el período de calibración (2.34 millones de metros cúbicos por año). Posteriormente se determinó un bombeo promedio para todos los años a partir de abril de 1981 hasta junio de 1991, con el cual se simularon los niveles piezométricos del año de 1991. Estos niveles sirvieron de base para realizar la simulación con diferentes patrones de bombeo hasta el año 2 000.

Durante el período comprendido entre junio de 1974 y abril de 1981, se reportó un abatimiento de 0.9 m/año en todo el acuífero (SARH, 1982). Este abatimiento representa un volumen de 11.4×10^6 m³/año si se considera $S = 0.043$. Cabe hacer mención que el almacenamiento total del acuífero se estimaba en $1\ 268.5 \times 10^6$ m³ hasta abril de 1981. Si se consideran los niveles estáticos simulados para 1991, se tiene un abatimiento de 1.27 m/año, incrementándose un 25.2 por ciento respecto al abatimiento registrado en el período de ajuste. Esta disminución el nivel freático equivale a un volumen cercano a los 14.7×10^6 m³/año que deberán ser tomados del almacenamiento total. En el Cuadro 4.1 se muestran los abatimientos en los dos períodos así como sus volúmenes de agua que representan.

CUADRO 4.1 Estimación y simulación del volumen de agua extraído del acuífero en los periodos de 1974 a 1981 y de 1981 A 1991, respectivamente.

PERIODO	ABATIMIENTO	VOLUMEN EXTRAIDO
Junio 1984 - abril 1981	0.9 m/año	11.4 X 10 ⁶ m ³ /año
Abril 1981 - junio 1991	1.1 m/año	14.7 X 10 ⁶ m ³ /año

Se consideran cinco diferentes patrones de bombeo para realizar la simulación de los niveles piezométricos en el año 2 000. Estos patrones consistieron en aumentar en 12.5, 25, 37.5, 50 y 75 por ciento del bombeo estimado para el periodo de 1981 a 1991. En el Cuadro 4.2 se muestran los resultados obtenidos.

CUADRO 4.2 Simulación del volumen de agua extraído del acuífero bajo cinco patrones de bombeo.

PATRON DE BOMBEO (%)	VOL. BOMBEADO (m ³ /AÑO)	ABATIMIENTO (m)	VOL. EXTRAIDO (m ³ /AÑO)
12.5	43.4 X 10 ⁶	1.2	15.1 X 10 ⁶
25.0	48.2 X 10 ⁶	1.4	18.4 X 10 ⁶
37.5	53.0 X 10 ⁶	1.6	21.0 X 10 ⁶
50.0	57.8 X 10 ⁶	1.7	22.5 X 10 ⁶
75.0	67.5 X 10 ⁶	2.1	27.0 X 10 ⁶

Los abatimientos encontrados resultaron de promediar las diferencias entre los niveles piezométricos a los tiempos inicial y final de la simulación. Sin embargo, los mayores abatimientos se tuvieron en el área conurbada de la ciudad de Saltillo, así como en la zona existente entre ésta y la ciudad de Arteaga; en esta superficie de aproximadamente 94 km² (que representa el 30.9 por ciento del área total de estudio) se extrae el 45 por ciento del volumen total del agua. El modelo reportó algunos nodos como "secos", es decir, el nivel piezométrico en ellos se encuentra a la altura del nivel del basamento. La mayoría de estos nodos se localizan en la parte alta del Valle cercanos a la Sierra de Zapalinamé. En general, los abatimientos de los niveles piezométricos simulados aumentaron en el mismo porcentaje en el que aumentó el bombeo. No obstante, para considerar estos datos se deben tomar las mismas restricciones con las que se llevó a cabo la simulación.

Las limitaciones de la simulación se encuentran en el período de calibración del modelo, ya que la estimación de la recarga natural se realizó en un período en el que predominaron las precipitaciones bajas. Esto se puede observar en los años de 1974, 1977, 1979 y 1980 donde las lluvias registradas fueron de 64.4, 76.5, 64.0 y 72.3 por ciento de los 342 mm de precipitación promedio del Valle en los últimos 20 años. También en los años de 1975 y 1978 la lluvia sólo fue superior en un 12.1 y 6.0 por ciento, respectivamente. Además de esto

se asume la misma tasa de crecimiento en el volumen de extracción de agua para el período de 1981 a 1991, lo que en si representa una incertidumbre en el presición. Por otra parte, los estudios del acuífero se basan en el supuesto de que la lutita dura actua en una forma impermeable. Sin embargo, segun lo reporta (SARH, 1981), puede existir aportaciones del acuífero en calizas al acuífero granular, no estimandose estas aportaciones hasta la fecha.

A pesar de lo señalado, se puede decir que el modelo describe en forma general el comportamiento del acuífero. Sin embargo, para tener una mejor aproximación se requiere ampliar el período de ajuste, lo que implica mayor tiempo de observación y cuantificación del acuífero, o bien, en el mismo período realizar simulaciones para intervalos más cortos, requiriendose mayor información que la actualmente disponible.

Por otra parte, los diferentes patrones de bombeo esperados deberán estar basados en estudios que muestren la tendencia del crecimiento urbano, agropecuario e industrial de la región, permitiendo una descripción más adecuada de la realidad que se refleje en una mejor predicción del comportamiento del acuífero.

CONCLUSIONES

Mediante el análisis sistematizado de la información existente fue posible estimar los abatimientos de los niveles piezométricos y sus volúmenes que representan para diferentes períodos y patrones de extracción. Sin embargo, en el intervalo de tiempo en que se realizó el ajuste del modelo, predominaron los años con precipitaciones inferiores a la media observada durante 20 años. Es por ello que la información reportada en el presente estudio deberá ser considerada bajo esta observación.

El modelo matemático seleccionado tuvo en general un buen grado de ajuste describiendo la forma y sentido del movimiento del agua en el acuífero. Para la realización de simulaciones con un mayor grado de confianza se deberá ampliar el período de ajuste que se realice al modelo; lo que implica un mayor tiempo de observación y cuantificación de los parámetros del acuífero.

Se observó que los mayores abatimientos simulados se ubicaron en la zona conurbada de la ciudad de Saltillo, así como en el área existente entre ésta y la ciudad de Arteaga. También el modelo reporta algunos nodos como secos al sureste

del Valle.

Los diferentes patrones de bombeo utilizados en la simulación deberán estar basados en estadísticas y proyecciones del crecimiento de la población, así como del sector agropecuario e industrial.

El modelo de diferencias finitas resultó de fácil manejo durante la simulación. Sin embargo, el período de ajuste requiere de un tiempo considerable de uso del equipo de cómputo, además de personal con experiencia en la calibración de modelos matemáticos.

La simulación del comportamiento de los acuíferos permite definir políticas de explotación racional del agua subterránea. Para poder llevar a cabo una mejor simulación se requiere de la cuantificación periódica de los parámetros del acuífero, tales como el volumen total de agua extraído y las elevaciones piezométricas. Además de estudios complementarios para la determinación de las conductividades hidráulicas y los coeficientes de almacenamiento.

RESUMEN

En los últimos años, la sobreexplotación de los acuíferos se ha visto incrementada en los estados del centro y norte de México, ya que la recarga natural no llega a satisfacer las necesidades de extracción del hombre. En el Valle de Saltillo se estimó un abatimiento de 0.9 m/año en el acuífero de manto libre para el año de 1982, es por esto que la realización de estudios geohidrológicos con una determinada frecuencia resultan importantes. El principal objetivo planteado en este estudio fue el de simular los abatimientos de los niveles freáticos en un acuífero de manto libre dentro del Valle de Saltillo, para lo cual se seleccionó un modelo matemático que simula el movimiento del agua subterránea. La ecuación diferencial parcial se resuelve por el método de diferencias finitas y por el procedimiento implícito de dirección alternante. Se utiliza un programa computacional desarrollado en 1987 por un grupo de investigadores norteamericanos encabezados por A. T. Prickett.

El período de ajuste del modelo se realizó de junio de 1974 a abril de 1981, dado que en este lapso de tiempo se cuenta con la mayor información cuantificada del acuífero. Mediante un análisis sistematizado de la información disponi-

ble se llegó a simular los abatimientos piezométricos, así como sus volúmenes de agua que representan para diferentes períodos y patrones de bombeo. El modelo presentó, en forma general, un buen grado de ajuste, describiendo la forma y dirección del agua subterránea. Se pudo observar que los mayores abatimientos se registraron en la ciudad de Saltillo y en el área comprendida entre ésta y la ciudad de Arteaga.

Para la realización de simulaciones con mayor grado de confianza se deberá ampliar el período de ajuste que se realiza al modelo, lo que implica mayor tiempo de observación y cuantificación de los diferentes parámetros físicos del acuífero.

LITERATURA CITADA

- Bear, J. and J. Verruijt. 1987. Modeling groundwater flow and pollution. D. Reidel Publishing Company. Netherlands. 414 p.
- Bowen, R. 1980. Ground water. Applied science publishers Ltd. Great Britain. 227 p.
- Chavez G. R. 1983. Conceptos básicos relativos al agua subterránea. En: Universidad Autónoma Chapingo (Ed.). Geohidrología. UACH. Chapingo, México. p 1-25.
- Chow, V.T. 1964. Hand book of applied hidrology. A compendium of water resources technology. McGraw-Hill book Company. U.S.A. 5.16-5.17.
- Coordinación General de Servicios Nacionales de Estadística, Geografía e Informática. 1982. Carta de hidrología superficial. Escala 1:250 000. Clave: Monterrey G14-7. 1a. ed. 1982.
- Fuentes M., O. y P. Martinez A. 1986. Métodos numéricos aplicados a la hidráulica. Universidad Nacional Autónoma de México. México. 122-139 p.
- Galofre, A. 1983. Conceptos básicos y definiciones. En: Custodio E. y M.R. Llamas (Comp). Hidrología subterránea. Segunda Edición. Ediciones Omega. Barcelona, España. 259-265 p.
- García, de M. E. 1973. Modificaciones al sistema de clasificación climática de Koppen. UNAM. 4ed. México.
- Gavande, S. A. 1979. Física de suelos. Principios y aplicaciones. Ed. Limusa. México. 208-212 p.
- Kazmann, R.G. 1975 Hidrología moderna. Ed. Continental. México. 420 p.
- Kirkham, D. and W. L. Powers. 1972. Advanced soil physics. Rober E. Kreinger Publishing Company. Malber, Florida, U.S.A. p. 46-49.
- Konicow, L. F. and J. W. Mercer. 1988. Ground water flow and transport modeling. J. Hydro. 100: 379-409.

- Kovacs, G. and Associates. 1981. Subterranean hidrology. Water resources publications. Chelesa, Michigan, U.S.A 978 p.
- Lall, V., and M.D. Santini. 1989. An optimization model for unconfined stratified aquifet systems. J. Hydro. 111: 145-162.
- Linsley R. K., M. A. Kohler y J. L. H. Paulhus. (1984). Hidrología para ingenieros. Ed. McGraw. 2a ed. 4 ed. México. 386 p.
- Luthe, R.; A. Olivera y F. Schuts. 1980. Métodos numéricos. Ed. Limusa. México. 155-158 p.
- Martínez L., P. 1983. Modelos matemáticos en el estudio del agua subterránea. En: Universidad Autónoma Chapingo (Ed.). Geohidrología. UACH. Chapingo, México. 11-126 p.
- McWhorter, D.B. and D.K. Sunada. 1977. Groundwater hidrology and hidraulics. Water resources publications. Fort. Collins Colorado, U.S.A. 290 p.
- Mijailov, L. 1989. Hidrología. Ed. Mir. URSS. 286 p.
- Pallares O., J.F. 1978. Desarrollo y calibración de un modelo matemático para el acuífero del Valle de Yaqui, Sonora, México. Tesis de Maestría. Colegio de Postgraduados. Chapingo, México. 112 p.
- Prickett, T.A. and C.G. Lonquist. 1971. Selected digital computer techniques for groundwater resource evaluation. Illinois State Water Surv. Bull. U.S.A.
- Sahuquillo, A. 1983. Modelos en hidrología subterránea. En: Custodio E. y M.R. Llamas (Comp.). Segunda Edición. Ediciones Omega. Barcelona, España. 1577-1583 p.
- Secretaria de Agricultura y Recursos Hidráulicos (SARH). 1977. Documentación de la Comisión del Plan Nacional Hidráulico. Inventario regional de aguas subterráneas. Núm. 19. México. p. 19-21.
-
- _____ . 1981
Estudio geohidrológico cuantitativo de la zona Saltillo-Ramos Arizpe. Saltillo, Coahuila, México. 58 p.
-
- _____ . 1982
Elaboración del modelo matemático de los acuíferos de la zona Saltillo-Ramos Arizpe Coahuila. Saltillo, Coahuila, México. 72 p.

.1986
Estudio de exploración geofísica en la zona de Saltillo
Coahuila. Saltillo Coahuila, México. 70 p.

Tood, K. D. 1973. Hidrología. Agua subterránea. Ed. Paraninfo.
Madrid, España. 371 p.

Velazco V., I. 1981. Aspectos generales de la hidráulica de
pozos. Universidad Autónoma Chapingo. Boletín técnico.
No. 8 Chapingo, México. 52 p.

APENDICE A

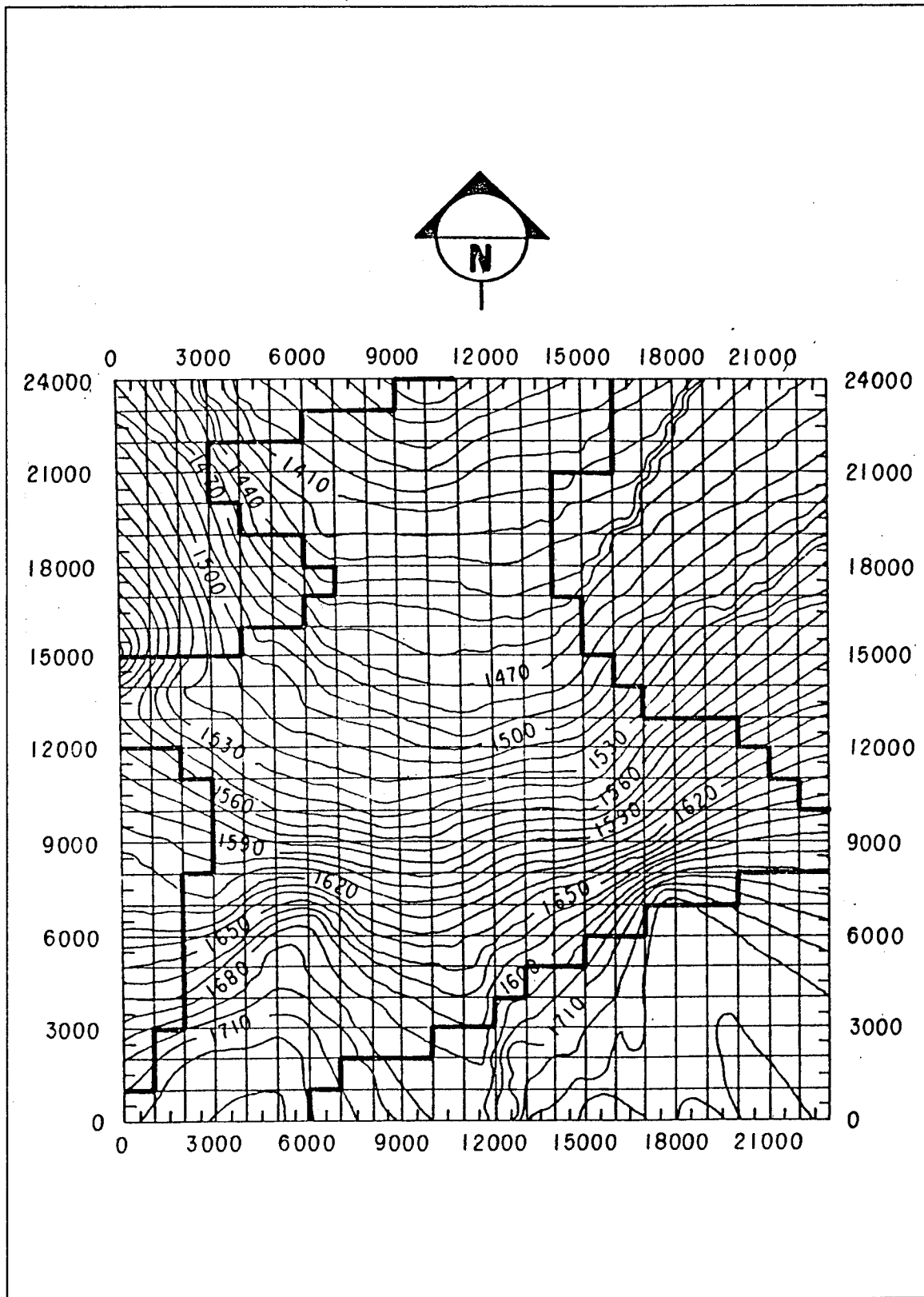


Figura A.1 Elevaciones piezométricas estimadas para junio de 1974

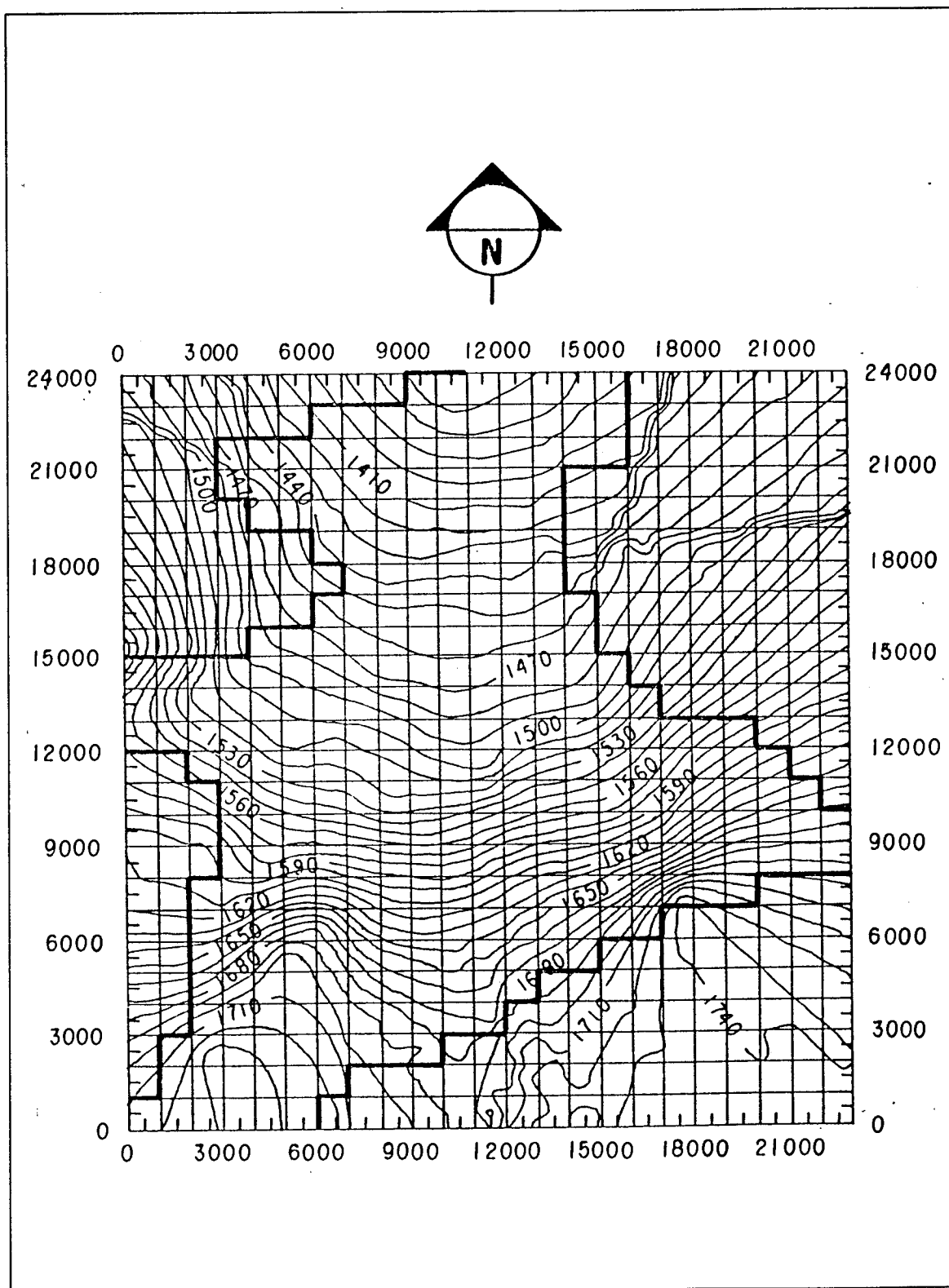


Figura A.2 Elevaciones piezométricas calculadas para abril de 1981.

APENDICE B

Cuadro A.1 Valores obtenidos para el mejor ajuste del modelo seleccionado.

NODO		S	EP	EXTRAC.	C. F.	ET	CE	EB	Ci	Cj
i	j									
1	1	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
1	2	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
1	3	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
1	4	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
1	5	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
1	6	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
1	7	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
1	8	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
1	9	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
1	10	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
1	11	.030	556	3.630E-3	.00133	600	597	272	.01	2.8
1	12	.043	548	3.630E-3	.00133	575	572	289	.01	2.4
1	13	.030	548	3.630E-3	.00133	581	578	309	1	0
1	14	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
1	15	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
1	16	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
1	17	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
1	18	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
1	19	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
1	20	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
1	21	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
1	22	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
1	23	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
1	24	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
2	1	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
2	2	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
2	3	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
2	4	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
2	5	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
2	6	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
2	7	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
2	8	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
2	9	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
2	10	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
2	11	.043	530	3.630E-3	.00133	572	569	274	.01	2.2
2	12	.043	526	3.630E-3	.00133	553	550	289	1	2
2	13	.043	530	3.630E-3	.00133	562	559	308	.5	0
2	14	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
2	15	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
2	16	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
2	17	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
2	18	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
2	19	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
2	20	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
2	21	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
2	22	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
2	23	.270	708	3.630E-3	.00133	718	515	625	1	1
2	24	.030	720	3.630E-3	.00133	728	725	664	.1	.1

Cuadro A.1continuación.

NODO		S	EP	EXTRAC.	C. F.	ET	CE	EB	Ci	Cj
i	j									
3	1	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
3	2	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
3	3	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
3	4	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
3	5	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
3	6	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
3	7	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
3	8	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
3	9	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
3	10	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
3	11	.043	516	3.630E-3	.00133	538	535	280	.5	2
3	12	.043	515	3.630E-3	.00133	538	535	286	5	1.4
3	13	.043	521	3.630E-3	.00133	552	549	298	.5	.5
3	14	.030	548	3.630E-3	.00133	570	567	335	.01	0
3	15	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
3	16	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
3	17	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
3	18	.158	609	3.630E-3	.00133	622	619	475	8.1	8.1
3	19	.210	627	3.630E-3	.00133	640	637	505	4.3	4.3
3	20	.263	645	3.359E-3	.00133	668	665	545	1.5	1.5
3	21	.283	660	3.485E-3	.00133	690	687	575	.01	.06
3	22	.270	690	3.631E-3	.00133	710	707	615	.01	.01
3	23	.273	712	3.821E-3	.00133	727	724	665	4.8	4.8
3	24	.093	721	3.671E-3	.00133	738	735	700	1.5	1.5
4	1	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
4	2	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
4	3	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
4	4	.043	446	3.630E-3	.00133	483	480	196	.05	2.6
4	5	.043	459	3.630E-3	.00133	501	498	200	1	0
4	6	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
4	7	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
4	8	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
4	9	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
4	10	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
4	11	.043	506	2.788E-3	.00133	530	527	288	2	.01
4	12	.043	508	2.767E-3	.00133	531	528	289	5	.1
4	13	.043	513	2.896E-3	.00133	543	540	305	7	.2
4	14	.043	535	3.054E-3	.00133	560	557	325	.5	.3
4	15	.043	560	3.145E-3	.00133	580	577	388	1	.5
4	16	.100	580	3.798E-3	.00133	599	596	420	2.5	.7
4	17	.063	598	3.672E-3	.00133	610	607	455	2.5	.8
4	18	.143	615	3.756E-3	.00133	624	621	485	.8	.9
4	19	.263	640	3.661E-3	.00133	650	647	515	.04	1.5
4	20	.150	656	3.400E-3	.00133	682	679	552	1.4	1.4
4	21	.293	675	3.446E-3	.00133	706	703	590	.01	.04
4	22	.280	700	3.492E-3	.00133	725	722	680	.09	.09
4	23	.230	712	3.972E-3	.00133	743	740	701	.01	.01
4	24	.223	725	3.728E-3	.00133	752	749	711	.09	.02

Cuadro A.1continuación.

NODO		S	EP	EXTRAC.	C. F.	ET	CE	EB	Ci	Cj
i	j									
5	1	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
5	2	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
5	3	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
5	4	.043	416	3.630E-3	.00133	463	460	195	6	2.4
5	5	.043	428	3.630E-3	.00133	480	477	201	1	2.3
5	6	.043	440	3.630E-3	.00133	488	483	196	.02	0
5	7	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
5	8	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
5	9	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
5	10	.043	488	3.583E-3	.00133	530	527	320	8	6
5	11	.043	497	4.006E-3	.00133	530	517	322	14	.01
5	12	.043	501	3.588E-3	.00133	521	518	315	15	.05
5	13	.043	507	3.683E-3	.00133	533	530	310	7	.1
5	14	.043	528	3.675E-3	.00133	550	547	335	10	.4
5	15	.043	552	3.724E-3	.00133	577	574	390	1	.8
5	16	.083	575	4.168E-3	.00133	583	580	430	.5	1.2
5	17	.143	598	3.759E-3	.00133	620	617	465	8	1.7
5	18	.283	628	3.923E-3	.00133	638	635	500	.1	2.1
5	19	.290	655	3.558E-3	.00133	675	672	532	.05	2.0
5	20	.280	672	3.075E-3	.00133	703	700	565	1.3	1.3
5	21	.283	689	3.174E-3	.00133	725	722	635	.07	.07
5	22	.250	708	3.634E-3	.00133	746	743	685	.01	.01
5	23	.293	715	3.624E-3	.00133	762	759	700	.01	.01
5	24	.118	726	3.000E-3	.00133	763	760	696	.01	.01
6	1	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
6	2	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
6	3	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
6	4	.043	410	3.630E-3	.00133	449	446	202	18	2.2
6	5	.043	419	3.630E-3	.00133	461	458	200	6	2.5
6	6	.043	429	3.630E-3	.00133	470	467	199	.02	0
6	7	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
6	8	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
6	9	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
6	10	.043	477	3.630E-3	.00133	500	497	360	20	6
6	11	.043	490	3.858E-3	.00133	510	507	372	16	.01
6	12	.043	496	3.712E-3	.00133	520	517	360	16	.1
6	13	.043	503	3.719E-3	.00133	526	523	348	12	.2
6	14	.043	521	3.736E-3	.00133	540	537	355	18	.3
6	15	.043	543	3.976E-3	.00133	565	562	400	8	.5
6	16	.083	569	4.088E-3	.00133	585	582	442	8	.7
6	17	.113	595	3.724E-3	.00133	610	607	480	6	.8
6	18	.143	633	3.630E-3	.00133	650	647	518	.9	.9
6	19	.283	670	3.147E-3	.00133	690	687	550	.1	1.8
6	20	.280	682	3.482E-3	.00133	715	712	600	.09	2.9
6	21	.280	692	3.267E-3	.00133	735	732	650	.02	.02
6	22	.230	708	3.576E-3	.00133	757	754	683	.08	.08
6	23	.295	713	3.601E-3	.00133	763	760	696	.01	.01
6	24	.173	719	3.630E-3	.00133	765	762	700	.02	.02

Cuadro A.1continuación.

NODO		S	EP	EXTRAC.	C. F.	ET	CE	EB	Ci	Cj
i	j									
7	1	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
7	2	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
7	3	.043	395	4.130E-3	.00133	427	424	240	20	1.8
7	4	.043	402	4.234E-3	.00133	436	433	223	22	2
7	5	.043	412	3.630E-3	.00133	447	444	204	14	2.2
7	6	.043	418	3.630E-3	.00133	451	448	198	4	.5
7	7	.043	430	3.630E-3	.00133	457	454	245	.05	0
7	8	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
7	9	.043	458	3.630E-3	.00133	483	480	365	3	.3
7	10	.043	470	3.630E-3	.00133	492	489	410	30	6
7	11	.043	482	3.630E-3	.00133	498	495	432	16	.01
7	12	.043	491	3.777E-3	.00133	513	510	409	20	.01
7	13	.043	498	3.846E-3	.00133	520	517	400	14	.02
7	14	.043	515	3.902E-3	.00133	535	532	372	18	.03
7	15	.043	540	4.046E-3	.00133	560	557	410	8	.04
7	16	.063	568	4.004E-3	.00133	590	587	453	8	.05
7	17	.143	594	3.784E-3	.00133	612	609	502	4.6	.06
7	18	.190	630	3.640E-3	.00133	650	647	553	.01	.1
7	19	.283	662	3.175E-3	.00133	681	678	575	.02	.02
7	20	.200	674	3.546E-3	.00133	709	706	592	.5	.5
7	21	.188	688	3.433E-3	.00133	728	725	652	5.3	5.3
7	22	.203	700	3.183E-3	.00133	749	746	685	.9	.9
7	23	.156	705	3.434E-3	.00133	760	757	690	2.4	2.4
7	24	.073	713	3.630E-3	.00133	761	758	694	0	0
8	1	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
8	2	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
8	3	.043	389	4.430E-3	.00133	414	411	270	25	.3
8	4	.043	397	4.430E-3	.00133	423	420	260	24	1
8	5	.043	407	3.640E-3	.00133	430	427	252	16	1.7
8	6	.043	415	3.722E-3	.00133	437	434	252	10	2
8	7	.043	428	3.702E-3	.00133	443	440	295	.02	.2
8	8	.043	442	3.630E-3	.00133	456	453	328	8	.1
8	9	.043	455	3.630E-3	.00133	472	469	375	5	.1
8	10	.043	466	3.693E-3	.00133	483	480	415	30	1
8	11	.043	478	3.700E-3	.00133	492	489	435	24	.01
8	12	.043	486	3.731E-3	.00133	505	502	430	22	.05
8	13	.043	496	3.923E-3	.00133	511	508	422	16	.08
8	14	.043	512	4.039E-3	.00133	526	523	415	18	.1
8	15	.043	538	3.939E-3	.00133	561	558	445	8	.8
8	16	.043	565	3.974E-3	.00133	580	577	495	10	1.2
8	17	.143	590	3.885E-3	.00133	605	602	533	4.2	1.5
8	18	.073	620	3.654E-3	.00133	630	627	568	2	2
8	19	.200	640	3.274E-3	.00133	660	657	583	8	8
8	20	.279	658	3.194E-3	.00133	690	687	575	.5	3.2
8	21	.280	675	3.103E-3	.00133	715	712	652	.03	.03
8	22	.183	687	3.577E-3	.00133	733	730	674	3.5	3.5
8	23	.043	698	3.630E-3	.00133	745	742	681	.1	0
8	24	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0

Cuadro A.1continuación.

NODO		S	EP	EXTRAC.	C. F.	ET	CE	EB	Ci	Cj
i	j									
9	1	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
9	2	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
9	3	.043	383	4.772E-3	.00133	415	412	308	28	23
9	4	.043	392	4.646E-3	.00133	415	412	305	24	22
9	5	.043	403	4.234E-3	.00133	427	424	302	16	21
9	6	.043	414	3.773E-3	.00133	435	432	320	10	20
9	7	.043	428	3.751E-3	.00133	445	442	355	.1	18
9	8	.043	442	3.732E-3	.00133	460	457	365	8	17
9	9	.043	453	3.861E-3	.00133	466	463	355	5	15
9	10	.043	461	4.158E-3	.00133	478	475	329	30	14
9	11	.043	470	4.040E-3	.00133	487	484	335	16	12
9	12	.043	481	3.693E-3	.00133	503	500	388	20	5
9	13	.043	492	3.770E-3	.00133	515	513	382	16	2.8
9	14	.043	509	3.735E-3	.00133	531	528	398	18	3.1
9	15	.043	536	3.757E-3	.00133	558	555	440	10	4
9	16	.043	562	4.002E-3	.00133	581	578	500	12	4.9
9	17	.153	583	3.734E-3	.00133	600	597	535	3.5	3.5
9	18	.273	607	3.511E-3	.00133	621	618	570	8.3	8.3
9	19	.180	628	3.428E-3	.00133	650	647	597	10.1	10.1
9	20	.253	650	3.299E-3	.00133	678	675	638	14.5	14.5
9	21	.263	662	3.255E-3	.00133	705	702	645	.1	.1
9	22	.260	678	3.622E-3	.00133	724	721	666	3.5	3.5
9	23	.173	684	3.622E-3	.00133	735	732	673	4.8	0
9	24	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
10	1	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
10	2	.043	378	5.346E-3	.00133	388	385	341	35	23
10	3	.043	378	5.781E-3	.00133	408	405	347	28	23
10	4	.043	388	4.697E-3	.00133	416	413	352	19	22
10	5	.043	401	4.391E-3	.00133	420	417	361	17	21
10	6	.043	414	3.901E-3	.00133	434	431	386	15	20
10	7	.043	428	3.847E-3	.00133	443	440	400	13	18
10	8	.043	440	3.812E-3	.00133	461	458	378	11	17
10	9	.043	452	4.708E-3	.00133	463	460	295	9	15
10	10	.043	458	4.341E-3	.00133	474	471	305	22	14
10	11	.043	468	4.881E-3	.00133	487	484	335	24	16
10	12	.043	479	3.914E-3	.00133	497	494	375	20	14
10	13	.043	490	3.909E-3	.00133	505	502	375	16	4
10	14	.100	506	3.839E-3	.00133	523	520	395	18	2.1
10	15	.100	532	3.665E-3	.00133	555	552	435	10	2.5
10	16	.043	560	3.863E-3	.00133	578	575	498	12	5.6
10	17	.243	588	3.788E-3	.00133	605	602	542	12	10.5
10	18	.273	602	3.327E-3	.00133	620	617	572	9.7	9.7
10	19	.283	623	3.306E-3	.00133	650	647	605	12	12
10	20	.270	643	3.362E-3	.00133	672	669	632	20.5	20.5
10	21	.270	655	3.445E-3	.00133	696	693	648	10.5	10.5
10	22	.200	672	3.630E-3	.00133	717	714	662	3.1	.1
10	23	.170	683	3.630E-3	.00133	730	727	670	0	0
10	24	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0

Cuadro A.1continuación.

NODO		S	EP	EXTRAC.	C. F.	ET	CE	EB	Ci	Cj
i	j									
11	1	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
11	2	.043	377	4.471E-3	.00133	387	384	330	24	24
11	3	.043	378	4.651E-3	.00133	400	397	338	28	23
11	4	.100	389	4.248E-3	.00133	410	407	355	20	22
11	5	.100	402	6.442E-3	.00133	419	416	361	18	21
11	6	.100	415	6.391E-3	.00133	433	430	374	16	20
11	7	.043	427	4.302E-3	.00133	445	442	375	14	18
11	8	.043	439	3.746E-3	.00133	459	456	315	12	17
11	9	.043	450	4.656E-3	.00133	461	458	298	10	15
11	10	.043	458	5.136E-3	.00133	473	470	355	26	14
11	11	.043	465	4.973E-3	.00133	482	479	372	26	12
11	12	.043	477	3.957E-3	.00133	493	490	380	24	12
11	13	.043	486	4.075E-3	.00133	510	507	365	14	5.8
11	14	.100	504	3.807E-3	.00133	523	520	382	13	3
11	15	.100	532	3.647E-3	.00133	557	554	432	10	4.8
11	16	.043	559	3.723E-3	.00133	580	577	502	12	5.8
11	17	.263	590	3.660E-3	.00133	615	612	555	20	14.2
11	18	.213	604	3.389E-3	.00133	629	626	565	11.2	11.2
11	19	.223	625	3.277E-3	.00133	653	650	570	9.1	9.1
11	20	.250	642	3.301E-3	.00133	674	671	632	19	19
11	21	.273	656	3.429E-3	.00133	692	689	646	17.5	17.5
11	22	.200	669	3.630E-3	.00133	713	710	651	3.1	0
11	23	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
11	24	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
12	1	.143	376	8.022E-3	.00133	386	383	311	27	27
12	2	.143	378	8.282E-3	.00133	388	385	314	26	26
12	3	.143	380	3.890E-3	.00133	400	397	332	28	23
12	4	.123	395	4.297E-3	.00133	408	405	345	25	22
12	5	.123	406	4.389E-3	.00133	419	416	349	3	21
12	6	.123	417	6.241E-3	.00133	432	429	347	3	20
12	7	.043	427	4.562E-3	.00133	444	441	369	15	18
12	8	.043	437	4.606E-3	.00133	457	454	335	13	17
12	9	.043	448	4.202E-3	.00133	468	465	325	11	15
12	10	.043	458	4.893E-3	.00133	474	471	335	28	14
12	11	.043	468	4.128E-3	.00133	486	483	342	26	10
12	12	.043	477	3.737E-3	.00133	493	490	352	20	8
12	13	.043	487	4.014E-3	.00133	505	502	355	14	7.5
12	14	.100	501	3.946E-3	.00133	525	523	380	12	4
12	15	.100	528	3.971E-3	.00133	558	555	440	6	1
12	16	.040	565	3.961E-3	.00133	580	577	505	10	4.1
12	17	.183	589	3.875E-3	.00133	612	609	560	12	6.7
12	18	.153	611	3.393E-3	.00133	642	639	558	3.8	3.8
12	19	.263	630	3.354E-3	.00133	666	663	568	.9	.9
12	20	.289	650	3.294E-3	.00133	682	679	639	.01	.01
12	21	.243	660	3.428E-3	.00133	700	697	651	4.5	4.5
12	22	.030	672	3.630E-3	.00133	714	711	661	0	0
12	23	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
12	24	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0

Cuadro A.1continuación.

NODO		S	EP	EXTRAC.	C. F.	ET	CE	EB	Ci	Cj
i	j									
13	1	.143	378	7.912E-3	.00133	388	385	308	27	27
13	2	.143	379	7.912E-3	.00133	389	386	298	27	27
13	3	.143	388	3.672E-3	.00133	397	394	294	27	27
13	4	.123	400	3.694E-3	.00133	412	409	320	27	27
13	5	.123	408	3.643E-3	.00133	424	421	338	2	18
13	6	.123	418	4.989E-3	.00133	436	433	359	2	13
13	7	.043	428	4.582E-3	.00133	450	447	360	14	14
13	8	.043	435	6.455E-3	.00133	464	461	338	12	12
13	9	.043	448	4.307E-3	.00133	475	472	336	3	14
13	10	.043	459	3.941E-3	.00133	483	480	355	28	14
13	11	.043	469	3.786E-3	.00133	488	485	355	4	14
13	12	.043	480	3.644E-3	.00133	496	493	350	20	6
13	13	.043	489	3.910E-3	.00133	510	507	360	2	2
13	14	.100	503	3.949E-3	.00133	530	527	390	1.8	1.8
13	15	.100	529	4.462E-3	.00133	565	562	440	1.1	1.1
13	16	.030	565	4.108E-3	.00133	592	589	490	.8	.8
13	17	.043	585	3.939E-3	.00133	625	622	538	1.4	1.4
13	18	.083	615	3.338E-3	.00133	658	655	565	2	.2
13	19	.275	644	3.441E-3	.00133	679	676	605	.01	.01
13	20	.280	667	3.596E-3	.00133	697	694	652	.03	.03
13	21	.030	680	3.610E-3	.00133	710	707	669	0	0
13	22	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
13	23	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
13	24	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
14	1	.143	379	7.912E-3	.00133	389	386	309	28	28
14	2	.143	384	7.925E-3	.00133	394	391	297	28	28
14	3	.143	393	3.645E-3	.00133	403	400	298	28	28
14	4	.123	401	3.630E-3	.00133	413	410	314	27	27
14	5	.123	410	3.630E-3	.00133	427	424	330	0	17
14	6	.123	419	3.630E-3	.00133	437	436	378	0	15
14	7	.043	430	4.599E-3	.00133	459	456	359	0	13
14	8	.043	439	8.014E-3	.00133	473	470	315	0	13
14	9	.043	449	4.387E-3	.00133	484	481	321	2	13
14	10	.043	462	3.661E-3	.00133	493	490	365	28	13
14	11	.043	473	3.630E-3	.00133	502	499	385	3	13
14	12	.043	483	3.630E-3	.00133	511	508	385	22	5
14	13	.043	493	4.033E-3	.00133	525	522	405	6	6
14	14	.100	508	3.780E-3	.00133	543	540	422	2.8	2.8
14	15	.100	534	3.927E-3	.00133	572	569	452	1.2	1.2
14	16	.030	570	3.925E-3	.00133	602	599	489	.7	.7
14	17	.155	595	3.828E-3	.00133	632	629	515	.6	.1
14	18	.290	627	3.719E-3	.00133	664	661	585	.01	.01
14	19	.203	661	3.684E-3	.00133	688	685	645	.3	.3
14	20	.280	675	3.630E-3	.00133	703	700	663	.01	.01
14	21	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
14	22	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
14	23	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
14	24	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0

Cuadro A.1continuación.

NODO		S	EP	EXTRAC.	C. F.	ET	CE	EB	Ci	Cj
i	j									
15	1	.143	382	7.912E-3	.00133	392	389	310	29	29
15	2	.143	387	7.912E-3	.00133	397	394	321	29	29
15	3	.143	397	3.630E-3	.00133	407	404	332	28	28
15	4	.123	407	3.630E-3	.00133	417	414	340	27	0
15	5	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
15	6	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
15	7	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
15	8	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
15	9	.043	460	3.771E-3	.00133	494	491	345	0	12
15	10	.043	470	3.632E-3	.00133	507	504	370	0	12
15	11	.043	479	3.631E-3	.00133	516	513	390	1	12
15	12	.043	489	3.630E-3	.00133	528	525	415	15	5
15	13	.043	498	3.674E-3	.00133	542	539	438	4.5	4.5
15	14	.100	518	3.630E-3	.00133	560	557	450	2.3	2.3
15	15	.100	545	3.630E-3	.00133	581	578	463	1	1
15	16	.053	574	3.630E-3	.00133	610	607	480	6	.6
15	17	.063	601	3.514E-3	.00133	638	635	480	.8	.8
15	18	.210	640	3.340E-3	.00133	670	667	595	.4	.4
15	19	.180	676	3.456E-3	.00133	698	695	659	.1	.1
15	20	.123	688	3.630E-3	.00133	712	709	676	0	0
15	21	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
15	22	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
15	23	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
15	24	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
16	1	.143	386	7.912E-3	.00133	398	395	319	0	30
16	2	.143	393	7.912E-3	.00133	403	400	339	0	29
16	3	.153	404	3.630E-3	.00133	414	411	370	0	28
16	4	.123	412	3.630E-3	.00133	422	419	368	0	0
16	5	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
16	6	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
16	7	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
16	8	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
16	9	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
16	10	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
16	11	.043	490	3.631E-3	.00133	532	529	432	0	12
16	12	.043	502	3.630E-3	.00133	543	540	455	4	5
16	13	.043	512	5.193E-3	.00133	559	556	470	3.8	3.8
16	14	.043	530	6.467E-3	.00133	572	569	485	12	1.7
16	15	.043	552	3.911E-3	.00133	592	589	488	.8	.8
16	16	.083	585	3.607E-3	.00133	616	613	473	1.8	1.8
16	17	.143	614	3.507E-3	.00133	650	647	480	.9	.9
16	18	.190	655	3.338E-3	.00133	682	679	575	1	.01
16	19	.200	692	3.479E-3	.00133	711	708	665	.1	0
16	20	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
16	21	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
16	22	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
16	23	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
16	24	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0

Cuadro A.1continuación.

NODO		S	EP	EXTRAC.	C. F.	ET	CE	EB	Ci	Cj
i	j									
17	1	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
17	2	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
17	3	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
17	4	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
17	5	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
17	6	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
17	7	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
17	8	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
17	9	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
17	10	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
17	11	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
17	12	.043	520	3.630E-3	.00133	558	555	500	0	5.8
17	13	.043	529	5.241E-3	.00133	572	569	500	11	3
17	14	.043	548	6.586E-3	.00133	586	583	511	8	1
17	15	.043	576	4.001E-3	.00133	607	604	508	.7	.7
17	16	.093	600	3.602E-3	.00133	630	627	515	.2	.2
17	17	.263	630	3.540E-3	.00133	668	665	555	.01	.01
17	18	.213	680	3.493E-3	.00133	710	707	655	.02	.02
17	19	.223	715	3.630E-3	.00133	734	731	691	0	0
17	20	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
17	21	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
17	22	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
17	23	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
17	24	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
18	1	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
18	2	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
18	3	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
18	4	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
18	5	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
18	6	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
18	7	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
18	8	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
18	9	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
18	10	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
18	11	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
18	12	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
18	13	.043	550	3.685E-3	.00133	586	583	532	10	3.3
18	14	.043	571	3.761E-3	.00133	602	599	533	15	2
18	15	.043	595	3.721E-3	.00133	621	618	535	1	.7
18	16	.145	620	3.765E-3	.00133	650	647	535	1	1
18	17	.285	651	3.710E-3	.00133	686	683	598	.01	.01
18	18	.190	698	3.493E-3	.00133	715	712	675	.1	.01
18	19	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
18	20	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
18	21	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
18	22	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
18	23	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
18	24	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0

Cuadro A.1continuación.

NODO		S	EP	EXTRAC.	C. F.	ET	CE	EB	Ci	Cj
i	j									
19	1	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
19	2	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
19	3	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
19	4	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
19	5	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
19	6	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
19	7	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
19	8	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
19	9	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
19	10	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
19	11	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
19	12	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
19	13	.043	570	3.664E-3	.00133	602	599	548	12	1
19	14	.043	593	3.710E-3	.00133	620	617	558	18	3.2
19	15	.043	618	3.638E-3	.00133	640	637	558	3	3
19	16	.113	638	3.805E-3	.00133	668	665	568	1.8	1.8
19	17	.293	663	3.801E-3	.00133	700	697	635	.05	.01
19	18	.213	713	3.630E-3	.00133	736	733	698	1.2	0
19	19	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
19	20	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
19	21	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
19	22	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
19	23	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
19	24	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
20	1	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
20	2	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
20	3	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
20	4	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
20	5	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
20	6	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
20	7	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
20	8	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
20	9	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
20	10	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
20	11	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
20	12	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
20	13	.143	585	3.684E-3	.00133	615	612	565	0	5
20	14	.043	607	3.766E-3	.00133	633	630	580	12	.8
20	15	.043	631	3.643E-3	.00133	652	649	595	3	.5
20	16	.143	650	3.700E-3	.00133	678	675	620	.9	.9
20	17	.173	675	3.676E-3	.00133	703	700	661	2	.9
20	18	.083	714	3.630E-3	.00133	730	727	691	0	0
20	19	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
20	20	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
20	21	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
20	22	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
20	23	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
20	24	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0

Cuadro A.1continuación.

NODO		S	EP	EXTRAC.	C. F.	ET	CE	EB	Ci	Cj
i	j									
21	1	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
21	2	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
21	3	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
21	4	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
21	5	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
21	6	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
21	7	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
21	8	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
21	9	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
21	10	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
21	11	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
21	12	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
21	13	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
21	14	.043	621	3.630E-3	.00133	646	643	601	0	4.3
21	15	.043	640	3.630E-3	.00133	662	659	621	3.8	3.8
21	16	.043	663	3.630E-3	.00133	684	681	646	3.5	3.5
21	17	.083	680	3.630E-3	.00133	707	704	660	.1	0
21	18	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
21	19	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
21	20	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
21	21	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
21	22	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
21	23	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
21	24	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
22	1	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
22	2	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
22	3	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
22	4	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
22	5	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
22	6	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
22	7	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
22	8	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
22	9	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
22	10	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
22	11	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
22	12	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
22	13	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
22	14	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
22	15	.043	649	3.630E-3	.00133	669	666	628	0	4.2
22	16	.053	668	3.630E-3	.00133	688	685	652	3.8	3.8
22	17	.043	686	3.630E-3	.00133	706	703	665	.01	0
22	18	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
22	19	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
22	20	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
22	21	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
22	22	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
22	23	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
22	24	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0

Cuadro A.1continuación.

NODO		S	EP	EXTRAC.	C. F.	ET	CE	EB	Ci	Cj
i	j									
23	1	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
23	2	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
23	3	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
23	4	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
23	5	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
23	6	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
23	7	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
23	8	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
23	9	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
23	10	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
23	11	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
23	12	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
23	13	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
23	14	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
23	15	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
23	16	.063	670	3.673E-3	.00133	690	687	654	4	4
23	17	.043	687	3.652E-3	.00133	706	703	665	1.7	0
23	18	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
23	19	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
23	20	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
23	21	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
23	22	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
23	23	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0
23	24	.043	200	0	.00133	300	297	0	0	0