UNIVERSIDAD AUTÓNOMA AGRARIA
ANTONIO NARRO

DIVISIÓN DE CIENCIA ANIMAL

Métodos para el Análisis y Evaluación de Respuestas
en el Área Pecuaria

POR:

Omar Terán Baeza

MONOGRAFÍA

Presentada como Requisito Parcial para
Obtener el Titulo de:

Ingeniero Agrónomo Zootecnista
Buenavista, Saltillo, Coahuila, México.

Octubre del 2000

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA AGRARIA
ANTONIO NARRO

DIVISION DE CIENCIA ANIMAL

Métodos para el análisis y Evaluación de Respuestas
en el Área Pecuaria

Por:

Omar Terán Baeza

Que somete a la consideración del H. Jurado examinador como requisito parcial
para obtener el titulo de:

Ingeniero Agrónomo Zootecnista

APROBADA

Asesor principal

MC. Jaime M Rodríguez Del Ángel

Asesor | Asesor

MC. Luis Pérez Romero | ING. Jesús Macias Hernández

El Coordinador de la División de Ciencia Animal

ING. José Rodolfo Peña Oranday

Buenavista, Saltillo, Coahuila octubre del 2000

CONTENIDO

INTRODUCCION

Primeramente, considero importante advertir que el objetivo de estas notas intituladas como monografía, por cuestión de reglamentación académica, no es el establecer un tratado sobre la aplicación de los Diseños Experimentales en los aspectos pecuarios, debido a que estas posiblemente no contienen nada nuevo para las personas que en su diario hacer se dedican a la investigación o evaluación de fenómenos en el campo de la zootecnia y que obviamente poseen un mayor cumulo de conocimientos y experiencias que mi persona. Sin embargo por interés propio y el demostrado por algunos de mis compañeros de estudios para los que nos pareció interesante este tema, es que me decidí a compilar y organizar estas notas.

En la actualidad la Estadística, forma parte de nuestra vida diaria, basta con que leamos la prensa escrita o cualquier medio electrónico para darnos cuenta que la información esta dada en términos de porcentajes, medias, varianzas, coeficientes de variación etc. No hace muchos días tuvimos elecciones en nuestro país y observamos, como el muestreo estadístico de encuesta y la probabilidad jugaron un papel preponderante al grado tal de omitir en algunos casos el error, sin embargo, para nosotros como estudiantes, la palabra Estadística, Probabilidad o Diseños Experimentales siempre represento un tema reservado solo para las personas con una gran preparación matemática y con dedicación meramente científica. Durante los cursos formales de esta materia en la Universidad, nos dimos cuenta que en nuestra especialidad como en muchas la Estadística es una herramienta importante para el estudio y evaluación de los fenómenos dentro del método científico y que no necesariamente se requiere ser un especialista en la materia para hacer uso de la misma en la explicación de las respuestas, sino mas bien, es importante el comprender la correcta aplicación de las técnicas estadísticas al estudio del fenómeno. Lo anterior es comprensible si consideramos la definición que Snedecor y Cochran, en su libro Métodos Estadísticos dan para

Diseños Experimentales, ahí mencionan que el procedimiento Estadístico para la evaluación de respuestas debe estar considerado de antemano al pretender estudiar correctamente el comportamiento de un fenómeno dentro del método científico.

Otro aspecto que también contribuye a que la estadística no sea una de las materias mas comprendidas y apreciadas durante nuestros estudios Universitarios, se refiere al volumen de datos, simbología y ecuaciones que por normatividad deberán utilizarse; Por principio de cuentas no manejamos los programas estadísticos contenidos en las calculadoras portátiles, por demás decir los computacionales. Con respeto dicho, algunos maestros pretenden que de memoria tengamos presente la simbología y formularios que deberán utilizarse en cada uno de los procedimientos, además de que pocos son los ejemplos que contemplan algún aspecto relacionado con los procesos agropecuarios, debido principalmente a que pocos son los estadísticos, que tienen un perfil profesional relacionado con la Agronomía.

De los objetivos de esta monografía podríamos decir lo siguiente;

Mediante la recopilación, ordenamiento y presentación de los temas aquí expuestos, se obtendrá una experiencia que será útil en el ejercicio profesional.

Considerando que los ejemplos contenidos en los temas se refieren a aspectos agropecuarios, se tendrá un conocimiento más acorde respecto a la aplicación de las técnicas estadísticas y su interpretación.

Teniendo en cuenta lo estipulado en el REGLAMENTO ACADEMICO PARA ALUMNOS DE NIVEL LICENCIATURA DE LA U A A A N, articulo 85° fracción IV, obtener el Titulo Profesional de Ing. Agrónomo Zootecnista.

CONCEPTOS BASICOS DE DISEÑOS EXPERIMENTALES

.

Diseño experimental.

Es la secuencia completa de pasos tomados de antemano para asegurar que los datos apropiados se obtendrán de modo que permitan un análisis objetivo que conduzca a deducciones válidas con respeto al problema establecido.

Esta determinado por el tipo de aleatorizacion que se asigna los tratamientos a las unidades experimentales.

Importancia del diseño experimental.

Proporciona una cantidad máxima de información al problema en investigación. Y nos hace ahorrar tiempo y esfuerzo al aplicar el diseño en una sola muestra y no en toda la población que se desea estudiar.

Principios básicos del diseño experimental.

Repetición.- significa que el experimento básico se efectúa dos o más veces, su función es suministrar una estimación del error experimental y brindar una valoración mas precisa de los efectos del tratamiento reduciendo el margen de error.

Aleatorizacion.- Es la asignación de tratamientos a unidades experimentales, de modo que todas ellas tengan iguales probabilidades de recibir un tratamiento. Su función es asegurar estimaciones imparciales de medida de tratamiento y del error experimental.

Control Local.- Permite ciertas restricciones sobre la selección aleatoria a fin de reducir el error experimental. El control local hace mas extensiva cualquier prueba de significancía.

Variables que intervienen en la respuesta de un fenómeno.

Variables experimentales, son los estímulos o modificaciones aplicadas a las unidades experimentales.

variables endógenas, no están en estudio pero pueden ser controladas, variables exógenas no están en estudio y no es posible controlarlas en forma económica o no se consideran importantes en la manifestación de la respuesta.

Variables continuas y variables discretas.

Variable continua.- Puede tomar cualquier valor en un intervalo dado y es infinita.

Variable discreta.- Puede tomar cuando más valores numerables y finitos.

Tipos de tratamientos

Tratamiento es el estimulo o modificacion que se aplicara a las unidades experimentales, (sustancia, técnica, un proceso), mediante la aplicación de uno o mas tratamientos a las unidades experimentales se generara una respuesta a cada unidad (Infante, 1997).

Es el estudio de dos grupos o dos procedimientos que van a compararse (Snedecor, 1979).

Es el elemento o sujeto sometido a estudio o a ensayo de comparación (Reyes, 1978).

Implica el conjunto particular de condiciones experimentales que deben imponerse a una unidad experimental dentro de los confines del diseño seleccionado, tratamiento es cualquier procedimiento, método o estimulo cuyos efectos se desean estimar y comparar. (Rodríguez, 1991).

Supuestos del análisis de varianza

Homogeneidad de varianza.- Las varianzas de las diferentes medias son homogéneas. En el análisis de varianza utilizamos un promedio de n varianzas para obtener la mejor estimación de la varianza común. Pero si las varianzas dentro de tratamientos fuesen distintas, no tendríamos justificación para combinarlas, ya que el promediar varianzas de tratamientos mayores y menores podría arrojar resultados engañosos.

Normalidad.- Las desviaciones del supuesto de normalidad no afectan muy seriamente la validez del análisis de varianza, sin embargo es importante hacer notar que el error experimental se debe distribuir normalmente lo anterior se logra si tomamos en cuenta los principios básicos del diseño experimental, los cuales son repeticiones suficientes del experimento básico, respeto a la aleatorizacion en la asignación de los tratamientos a las unidades experimentales y control local de las variables endogenas.

Aditividad y linealidad del modelo.- los efectos principales son aditivos, para cada diseño experimental existe un modelo matemático denominado modelo lineal aditivo el cual resume la totalidad de variables endogenas y experimentales que intervendrán en el estudio.

Independencia.- Las varianzas y las medias de las distintas muestras no están correlacionadas. En algunos datos existe una relación definida entre las medias de las muestras y sus varianzas. Una correlación positiva entre medias y varianzas suele encontrarse cuando existe un amplio rango de medias de la muestra o bien cuando se presenta heterogeneidad de varianza entre los tratamientos considerados en el estudio de algun fenómeno de respuesta. (Rodríguez, 1991).

El ANVA proporciona un buen resumen de los cálculos acerca de la variabilidad, resulta de gran utilidad en el estudio de regresiones curvas, así como para hacer comparaciones entre mas de dos medios. (Snedecor, Cochran, 1979).

Error experimental

Son variaciones extrañas que tienden a encubrir ciertos efectos (Cochran, Cox,1980).

Son variaciones que se manifiestan en los resultados al aplicar los tratamientos a las unidades experimentales, se clasifican en 2 grupos:

Variaciones pertinentes: variaciones debidas a los efectos de los tratamientos si estos producen efectos distintos.

Variaciones no pertinentes: debidas a causas extrañas que disfrazan los efectos del tratamiento (Reyes, 1978).

Describe el fracaso de llegar a resultados idénticos con dos unidades experimentales tratadas idénticamente.(Rodríguez, 1991)

Es importante aclarar que el error experimental no es sinónimo de equivocación, sino que es la medida de la variabilidad entre unidades experimentales homogéneas a las cuales se les aplico un mismo tratamiento. Lo anterior en zootecnia es muy común, ocasionalmente trabajamos con individuos que provienen de una misma camada, mismo sexo y que son sometidos al mismo tratamiento y encontramos que la respuesta no es ideática, esto se debe a que cada individuo esta sujeto a variables exógenas como el código genético y de esa manera responden diferente a las variables experimentales y endogenas.

Diferencia entre un modelo matemático y un estadístico

a) El modelo estadístico es un modelo matemático en el cual interviene un elemento aleatorio que denotaremos por medio de una Eij y que se refiere al error experimental.
b) El modelo estadístico, en contraste con el modelo matemático, no se aplica a un solo evento, sino a un conjunto de ellos.
c) En el modelo estadístico, a causa de un elemento aleatorio que interviene en él, no se puede determinar con exactitud el valor de una variable en función de otra. En el modelo matemático, si es posible determinar el resultado, por esta razón se le llama modelo determinístico.

REGRESIÓN LINEAL SIMPLE

En los procesos biológicos a relación y el efecto entre dos variables pueden ser no muy exactos cuando la variación o los errores son mínimos o despreciables, Por otra parte, la relación puede ser aproximada, así cuando la tendencia de las observaciones puede ser descrita por una línea recta, decimos que la relación es un caso particular de la regresión lineal simple, la cual puede ser descrita por el siguiente modelo.

$$\hat{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}(x) + \varepsilon$$

Cuando se hace referencia a *n* observaciones, el modelo equivalente se expresa de la siguiente manera:

$$\hat{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}(x_i) + \varepsilon_i \quad i = 1,2,3, ... n$$

donde:

$\hat{y}$ = la estimación de la *i*-esima observación de la variable dependiente

x_i = la *i*-esima observación de la variable independiente

α = intercepto (intersección de la línea de regresión n con el eje Y)

β =coeficiente de regresión (pendiente de la línea de regresión)

ε_i = error aleatorio de la *I*-esima observación.

La importancia de la regresión lineal simple se puede resumir de la siguiente manera:

Nos permite estimar los parámetros α y β a partir de mínimos cuadrados

Permite medir la relación entre dos variables.

Permite estimar el impacto de una variable sobre otra.

Mediante el modelo descrito, nos permite calcular valores esperados de las variables involucradas en el proceso y evaluar las características de la relación entre dos variables.

SUMA DE CUADRADOS Y PRODUCTOS.

Se obtiene e la siguiente manera:

$$Sxy = \sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n} \qquad Sxx = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} \qquad Sxy = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n}$$

COEFICIENTE DE CORRELACION:

Define si existe relación entre las variables involucradas, cuyo parámetro esta definido por *p*, estimado por mínimos cuadrados como *r*. Él mismo nos describe el grado de relación entre las variables, dado que $-1 \leq p \leq 1$, esto implica que puede ser una relación positiva o negativa y conforme $p \rightarrow 0$ la relación entre las variables se minimiza. La hipótesis a probar se define: Ho: p=0, Ha: p ≠ =. El estadístico de pureba esta basado en una t-student, bajo las siguientes características:

$Tc = r\sqrt{n-2} / \sqrt{1-r^2} \sim t\alpha/2\ (n-2)gl$ donde $r^2 = (Sxy)^2 / (Sxx)(Syy)$ así $r = \sqrt{r^2}$

Si $tc > t\alpha/2\ (n-2)gl$ rechazamos Ho (existe relación)

Si $tc < t\alpha/2\ (n-2)gl$ rechazamos Ha (no existe relación)

Coeficiente de determinación (r^2) expresa su valor numeral en porcentajes, nos da una idea de la adecuación del modelo lineal a los datos observados.

ECUACIÓN DE PREDICCION:

$$\hat{y}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta}(x)$$

donde: $\alpha = \bar{y} - \beta\bar{x}\sigma\bar{y} - (Sxy / Sxx)\bar{x}$ $\qquad \beta = Sxy / Sxx$

Esta ecuación permite predecir los valores de una de las variables dentro de los rangos comprendidos en la muestra, podemos estimar los valores de la variable no definida. La pendiente de la recta (β), generada por la relación entre las variables, se define como coeficiente de regresión, por tanto regresión es el grado de cambia suscitado en la variable dependiente por cada cambio unitario en la variable independiente.

ANÁLISIS DE REGRESIÓN.

El coeficiente de regresión puede ser de gran cuantía, en ocasiones el cambio que la variable independiente provoca sobre la dependiente puede no ser muy drástico o significativo. Si queremos saber que tan impactante es el efecto de la variable independiente tendremos que probar una hipótesis sobre el coeficiente de regresión, realizando un análisis de varianza.

EJEMPLO PRACTICO

Los siguientes datos se refieren a un muestreo en donde se midió el porcentaje de perrito de la pradera y la cobertura vegetal en los potreros del sur de Nuevo León.

Datos en porcentaje			Datos transformados, (arcoseno)		
1.	13.4	36.2	1.	21.472	36.989
2.	15.2	30.1	2.	22.946	33.273
3.	7.4	45.2	3.	15.785	42.245
4.	16.2	28.3	4.	23.743	32.139
5.	10.3	38.5	5.	18.719	38.351
6.	8.2	42.1	6.	16.639	40.454
7.	10.3	37.8	7.	18.719	37.938
8.	7.6	46.2	8.	16.002	42.820
9.	8.2	41.9	9.	16.639	40.338
10.	7.8	46.5	10.	16.217	42.993
11.	5.1	52.4	11.	13.051	46.375
12.	4.0	60.2	12.	11.536	50.885
13	17.4	26.3	13.	24.653	30.852
14	18.5	24.3	14.	25.474	29.534
15	20.1	18.4	15.	26.636	25.401

n=15

$\sum x = 288.222$

$\sum x^2 = 5843.183$ media de $X = 19.214$

$\sum y = 570.587$ media de $Y = 38.039$

$\sum y^2 = 22357.793$

$\sum xy = 10523.883$

$$Sxy = \sum x_i y_i - \frac{(\sum x_i)(\sum y_i)}{n} = -439.831$$

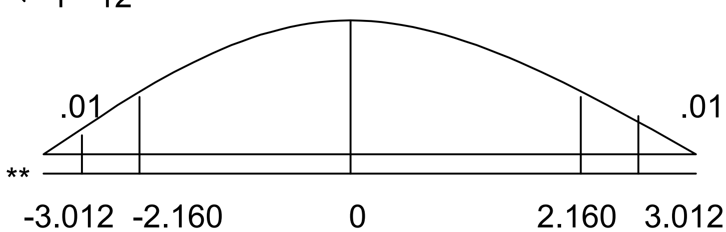
$$Sxx = \sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{n} = 305.055$$

$$Sxy = \sum y_i^2 - \frac{(\sum y_i)^2}{n} = 653.158$$

$$r = \frac{Sxy}{\sqrt{(Sxx)(Syy)}} = -.985 \qquad r^2 = .970$$

$$tt = .05/2(15-2)gl = 2.160$$
$$tt = .01/2(15-2)gl = 3.012$$

$$tc = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r2}} = -20.53$$



Si existe gran relación entre las variables.

$$y = \alpha + \beta\ (X_i)$$

$$\alpha = y - \beta = 65.743$$

$$\beta = \frac{Sxy}{Sxx} = -1.44$$

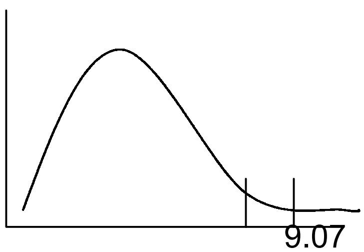
$$y = (65.743) + (-1.44)(22.786)$$
$$y = 32.930$$

Por una infestación del 15% de perrito de las praderas se espera que exista una cobertura vegetal de 29.55%.

ANALISIS DE VARIANZA

Fuentes de Variación	g.l	SC	CM	FC
Regresión	1	634.152	634.152	434.053 **
Residual	13	19.005	1.461	
Total	14	653.158		

Ho: $\beta \neq 0$ Fc>Fα (p<.01) —— **



Conclusión: existe gran efecto el perrito de las praderas sobre la cobertura vegetal.

$$\hat{\beta} = -1.44$$

$$S_{\hat{\beta}} = \sqrt{\frac{\text{CM residual}}{\text{Sxx}}} = 0.069$$

$$P \left\{ \beta - S\beta t\, \alpha/2 < \beta < \beta + S\beta t\alpha/2 \right\} = 1 - \alpha$$

$$P \left\{ -1.44 - (0.069)(2.160) < \beta < -1.44 + (.069)(2.160) \right\} = 1 - .05$$

$$-1.589 < \beta < -1.290$$

DISEÑO COMPLETAMENTE AL AZAR

El tipo más sencillo de un arreglo es aquel en que los tratamientos están asignados completamente al azar a las unidades experimentales. Mas específicamente, si un tratamiento por ejemplo se aplica a 4 unidades experimentales, la aleatorizacion da a cada grupo 4 unidades del material experimental la misma probabilidad de recibir el tratamiento. Además las unidades deben ser procesadas en un orden al azar en todas las etapas subsecuentes del experimento, donde este orden puede afectar a los resultados.

Este diseño tiene varias ventajas:

1. permite flexibilidad completa. Puede usarse cualquier numero de tratamientos y de repeticiones. Puede variarse a voluntad el numero de repeticiones de un tratamiento a otro. Todo el material experimental disponible puede usarse, lo cual es una ventaja en experimentos preliminares pequeños donde el material experimental de que se dispone es escaso
2. El análisis estadístico es fácil, aun si el numero de repeticiones no es el mismo para todos los tratamientos, o si los errores experimentales difieren de un tratamiento a otro.
3. Aun cuando los datos de alguna de sus unidades o algunos de sus tratamientos completos se hayan perdido o se rechacen por alguna causa, el método de análisis sigue siendo sencillo. Por otra parte, la perdida relativa de información debida a los datos faltantes, es de menor importancia que en cualquier otro diseño.

El objetivo principal a los diseños completamente al azar estriba en su grado de precisión. Ya que la aleatorizacion no se restringe en ninguna forma para asegurar que las unidades que reciben un tratamiento sean similares a aquellas que reciben otro tratamiento, toda la variación que existe entre las unidades pasa a formar parte del error experimental.

Análisis de varianza.- Ya se indico que ese diseño puede usarse para igual o diferente numero de repeticiones por tratamiento. Entonces, el cuadro del ANVA para diferente numero de repeticiones quedaría de la siguiente manera:

F.V	gl	Sc	CM	Fc
Tratamientos	t – 1	$\sum_{I=1}^{t} \frac{Y_i^2}{ri} - \frac{Y^2\ldots}{n}$	$\frac{\text{SC trat}}{\text{t-1}}$	$\frac{\text{CM trat}}{\text{CM error}}$
Error	n – t	Sctotal– sc trats	$\frac{\text{Sc error}}{\text{n - t}}$	
Total	n – 1	$\sum_{I=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} y_{ij}^2 - \frac{y^2..}{n}$		

El cuadro de análisis de varianza para un diseño completamente al azar con igual numero de repeticiones por tratamiento, quedaría como sigue:

F.V	gl	Sc	CM	Fc
Tratamientos	t – 1	$\sum_{I=1}^{t} \frac{Y_i^2}{r} - \frac{Y^2\ldots}{tr}$	$\frac{\text{SC trat}}{\text{t-1}}$	$\frac{\text{CM trat}}{\text{CM error}}$
Error	t(r – 1)	Sctotal– sc trats	$\frac{\text{Sc error}}{\text{t(r – 1)}}$	
Total	rt – 1	$\sum_{I=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} y_{ij}^2 - \frac{y^2..}{tr}$		

Hipótesis y regla de decisión:

El propósito principal del análisis de varianza es descubrir las posibilidades entre los tratamientos, par lo cual se requiere plantear una hipótesis: Ho: $\delta_i = \delta_j$

Ha: $\delta_i \neq \delta_j$

Las hipótesis serán elegidas de acuerdo con una regla de decisión que dependerá de la confrontación entre la Fc, obtenida en el análisis de varianza y de una Ft obtenida de una tabla de F con los grados de libertad para tratamientos y grados de libertar para el error:

Si Fc > Ft (0.05) * (se rechaza Ho)

Si Fc > Ft (0.05, 0.01) ** (se rechaza Ho)

Si Fc < Ft (0.05)NS (se rechaza Ha)

SUBMUESTREO EN UN DISEÑOS COMPLETAMENTE AL AZAR.

En casos especiales de la experimentación, a veces resulta difícil y antieconómico cuantificar el efecto del tratamiento en la totalidad de la unidad experimental. Tal es el caso de algunos cultivos en los que, por la heterogeneidad de sus respuestas a los estímulos, se requiere utilizar grandes superficies como unidad experimental. En estas situaciones es permisible modificar el modelo original, lo cual nos permitirá cuantificar el efecto mediante muestras de cada unidad experimental. Lógicamente, la modificación en la recolección de lo datos acarreará un error extra al ya mencionado en el modelo, le denominaremos error de muestreo (EM). El modelo se analiza enseguida.

$Y_{ijk} = \mu + \delta_i + \lambda_{ik} + \varepsilon_{ijk}$ $\quad$ *I* = 1,2,3… t

j = 1,2,3… r

k = 1,2,3… m

En el modelo, *m* es el numero de muestras a tomas de cada unidad experimenta, el cual estará en función de la heterogeneidad de la unidad experimental, además de la precisión con que se quiera valorar el parámetro.

F.V	gl	Sc	CM	Fc
Tratamientos	t – 1	$\sum_{I=1}^{t} \frac{Y_{i..}^2}{rm} - \frac{Y^2_{...}}{trm}$	SC trat t-1	CM trat CM error
Error experimental	t(r – 1)	$\sum_{I=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} \frac{y_{ij.}^2}{m} - \frac{y^2_{..}}{trm}$ - Sct	Sc EE t(r – 1)	CMEE CM EM
Error de muestreo	rt(m – 1)	Sctotal– (Sc EE/sC t)		
Total	rtm - 1	$\sum_{I=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{m} Y^2_{ijk} - \frac{Y^2_{...}}{trm}$		

EJEMPLO PRACTICO DIFERENTE NUMERO DE REPETICIONES POR TRATAMIENTO

Los siguientes datos se refieren al contenido de materia seca (%), en forraje de *Kochia scoparia* segada a 70 cm de altura en 5 diferentes localidades. Considerando variabilidad en la altura sobre el nivel del mar y el tipo de suelo (los datos se evaluaron porcentualmente.)

Localidad/repeticiones	**R1**	**R2**	**R3**	**R4**	**R5**
Arteaga	23.4	25.2	24.1		23.3
Parras	28.3	29.1	28.4	26.5	27.4
Ramos	30.1	31.1		32.4	32.4
G. Cepeda	36.2	37.4	36.5	35.2	34.2
Paila	21.3	20.3			21.4

Analice los datos con el diseño que considere adecuado, de ser necesario, particione la suma de cuadrados de tratamientos para concluir en forma preliminar y practique una prueba de medias para concluir.

[1]Datos transformados a arco-Sen $^{-1}$

	R1	**R2**	**R3**	**R4**	**R5**
Arteaga δ_1	28.929	30.132	29.400		28.861
Parras δ_2	32.139	32.645	32.202	30.982	31.563
Ramos δ_3	33.273	33.895		34.695	34.695
G.Cepeda δ_4	36.989	33.702	37.167	36.391	35.789
Paila δ_5	27.485	26.779			27.555

Ha: $\delta_1 = \delta_t$	$y_{i.}$
Ho: $\delta_1 \neq \delta_t$	117.322
t = localidad	159.531
$y_{ij} = \mu + \delta_1 + \varepsilon_{ij}$	136.558
i = 1,2…5	184.038

[1] Se utiliza la transformación en arcoseno en cuando los datos están expresados en porcentaje, para eliminar el efecto de las varianzas en las medias.

$j = 1,2 \ldots rt\ \varepsilon ij$ ☐ $N(\mu\ \sigma^2\ \varepsilon)$ 81.819 y.. 679.268

ANALISIS DE VARIANZA.

F. V	**G.L**	**SC**	**CM**	**FC**	**Fα^1 .05**	**.01**
Localidades	4	226.941	56.735	136.382 **	16 3.01	4.77
Repeticiones (E.E)	16	6.658	.416			
Total	20	233.599				

Cálculos para el análisis de varianza

$$SC\delta = \sum_{I=1}^{t} \frac{Yi.^2}{rj} - \frac{y..^2}{n} = \frac{117.322^2}{4} + \frac{159.531^2}{5} + \frac{136.558^2}{4} + \frac{184.038^2}{5} + \frac{81.819^2}{3} - \frac{679.268}{21}$$

$SC\delta = 22198.609 – 21971.667$

$SC\delta = 226.941$

$$SCtotal = \sum_{I=1}^{t}\sum_{I=1}^{r} Y_{ij}^2 - \frac{y..^2}{n} \quad 28.929^2 + \ldots + 27.555^2 - \frac{679.268^2}{21}$$

SCtotal = 22205.267 – 219743667

$SCEE = SCtotal - SC\delta$

SCEE = 233.599 – 226.941 = 6.658

$CM\delta$ = S.C. / G.L.

$CM\delta$ = 226.941/ 4 = 56.735

CMEE = 6.658/16 = .416

$FC = CM\delta / CMEE$

FC = 56.735 / .416 = 136.382

CONTRASTES ORTOGONALES.

	δ_1	δ_2	δ_3	δ_4	δ^5		
	4	5	4	5	3		CM
	117.322	159.531	136.558	184.038	81.819	SC	SC/GL
C1δ_3 δ_4 & $\delta_1\delta_2\delta_5$	-2	-2	3	3	-2	168.998	168.998
C2δ_4 & δ_3	0	0	-1	1	0	15.819	15.819
C3δ_2 & $\delta_1\delta_5$	-1	2	0	0	-1	34.866	34.866
C4δ_1 & δ_5	1	0	0	0	1	7.256	

7.256

	FC = CMc / CMEE				
		$F\alpha_{16}^{1}$			δ1 d
C1	406.245 **	.05	.01		δ2 c
C2	38.026 **	4.49	8.53		δ3 b
C3	83.812 **				δ4 a
C4	17.442 **				δ5 e

Cálculos de los contrastes ortogonales

$$SCC1 = \frac{(136.550 + 184.038)^2}{4 + 5} + \frac{(117.322 + 159.531 + 81.819)^2}{4 + 5 + 3} - \frac{679.268^2}{21}$$

SCC1 = 11420.199 + 10720.466 – 21971.667 = 168.998

$$SCC2 = \frac{(84.038)^2}{5} + \frac{(136.558)^2}{4} - \frac{(184.038 + 136.558)^2}{5 + 4}$$

SCC2 = 6773.977 + 4662.021 – 11420.199 = 15.819

$$SCC3 = \frac{(159.531)^2}{5} + \frac{(117.322 + 81.819)^2}{4 + 3} - \frac{(159.531 + 117.322 + 81.819)^2}{5 + 4 + 3}$$

SCC3 = 5090.027 + 5665.305 – 10720.466 = 34.866

$$SCC4 = \frac{(117.322)^2}{4} + \frac{(81.819)^2}{3} - \frac{(117.322 + 81.819)^2}{4 + 3}$$

$$SCC4 = 3441.112 + 2231.449 - 5665.305 = 7.256$$

PRUEBA DE MEDIAS (TUKEY)

	5	4	5	4	3
	δ_4	δ_3	δ_2	δ_1	δ_5
	36.807	34.139	31.906	29.330	27.273
27.273	$9.534_{(5,3)}$ *	$6.866_{(4,3)}$ *	$4.633_{(5,3)}$ *	$2.057_{(4,3)}$ NS	0
29.330	$7.477_{(5,4)}$ *	$4.809_{(4,4)}$ *	$2.576_{(5,4)}$ *	0	
31.906	$4.901_{(5,5)}$ *	$2.233_{(4,4)}$ *	0		
34.139	$2.668_{(5,4)}$ *	0			
36.807	0				

$$\sigma x = \sqrt{\frac{S^2}{r}} \quad ó \quad \sqrt{\frac{S^2}{r} + \frac{S^2}{r}}$$

$$\sigma x(5,3) = \sqrt{\frac{.416}{5} + \frac{.416}{3}} = .0832 + .138 = .470 * 4.33 = 2.035$$

$$\sigma x(4,5) = \sqrt{\frac{.416}{4} + \frac{.416}{5}} = .432 * 4.33 = 1.870$$

$$\sigma x(5,5) = \sqrt{\frac{.416}{5}} = .288 * 4.33 = 1.247$$

$$\sigma x(4,3) = \sqrt{\frac{.416}{4} + \frac{.416}{3}} = .492 * 4.33 = 2.130$$

$$\sigma x(4,4) = \sqrt{\frac{.416}{4}} = .322 * 4.33 = 1.394$$

$\delta_1 = 29.330$ d

$\delta_2 = 31.906$ c

$\delta_3 = 34.139$ b

$\delta_4 = 36.807$ a

$\delta_5 = 27.273$ d

CONCLUSIONES

1. Se encontró diferencia significativa ($p < 0.05$) entre los porcentajes de materia seca de la *Kochia scoparia* en las 5 localidades.

2. En los contrastes ortogonales se encontró que en las localidades de Arteaga, parras, Ramos, G. Cepeda y paila, el contenido de materia seca en *Kochia scoparia* fueron diferentes ($p<0.05$).

3. Se realizo una prueba de medias (tukey) para el contenido de materia seca de *Kochia scoparia*. Encontrándose que en General Cepeda fue mayor el contenido de materia sé *Kochia scoparia* (35.89%) siguiendo la localidad de Ramos y Parras, (31.50 y 27.93% respectivamente) en tanto que en la localidad de Arteaga y Paila el contenido de materia seca de *Kochia scoparia* fue similar. (23.99, 21.00% respectivamente) ($p < 0.05$)

EJEMPLO PRACTICO IGUAL NUMERO DE REPETICIONES POR TRATAMIENTO

A continuación se presenta el numero de plantas de sábila, que se logro rescatar de siembras efectuadas en cinco épocas del año, en una zona semiárida teniendo en cuenta solo plantas buen desarrolladas

EPOCA	R1	R2	R3	R4	R5
Enero	3	2	3	1	3
Marzo	7	8	9	9	8
Mayo	10	12	12	13	10
Junio	7	8	7	9	7
agosto	5	5	4	3	4

Pruebe la hipótesis de que Ti = Tj ($p < 0.05, 0.01$), concluye utilizando contrastes ortogonales y prueba de medias.

[2]Datos ajustados a raíz cuadrada.

Época	R1	R2	R3	R4	R5
Enero	1.732	1.414	1.732	1	1.732
Marzo	2.645	2.828	3	3	2.828
Mayo	3.162	3.464	3.464	3.605	3.162
Junio	2.645	2.828	2.645	3	2.645
Agosto	2.236	2.836	2	1.732	2

Ha: $\delta_l = \delta_j$ $y_i.$

Ho: $\delta_l \neq \delta$ 7.610

$y = \mu + \delta_i + \varepsilon_{ij}$ 14.301

[2] Se realizo la transformación a raíz cuadrada cuando los valores expresan variables discretas ó valores enteros como por ejemplo, plantas, colonias de bacteria numero de animales y cuando los valores son muy pequeños, se realiza este tipo de transformación ya que las varianzas pueden hacerse relativamente independientes de las medias a través de su transformación.

I = 1,2,.. 5 16.857

J = 1,2..4 ☐ N (μ, σ^2 ε) 13.763

10.204

y.. 62.735

ANALISIS DE VARIANZA.

F. V	**G.L**	**SC**	**CM**	**FC**	**Fα^1** **.05** **.01**
Meses	4	10.598	2.649	56.361 **	20 2.87 4.43
Repeticiones (E.E)	20	.941	0.0470		
Total	24	11.539			

Cálculos para el análisis de varianza

$$SC\delta = \sum_{I=1}^{t} \frac{Yi.^2}{r} - \frac{y..^2}{tr} = \frac{7.61^2 + \ldots 10.204^2}{5} \quad \frac{-62.735^2}{25}$$

$SC\delta = 168.026 - 157.427$

$SC\delta = 10.598$

$$SCtotal = \sum_{I=1}^{t} \sum_{I=1}^{r} Y_{ij}^2 - \frac{y..^2}{tr} = 1.732^2 + \ldots + 2^2 - \frac{62.735^2}{25}$$

SCtotal = 168.966 – 157.427

SCtotal = 11.539

SCEE = SCtotal - SCδ

SCEE = 11.539 – 10.598 = .941

CMδ = S.C. / G.L.

CMδ = 10.598/ 4 = 2.649

CMEE = .941/20 = .0470

FC = CMδ/ CMEE

FC = 2.649/0.0470 = 56.361

CONTRASTES ORTOGONALES.

	δ_1	δ_2	δ_3	δ_4	δ^5		
	5	5	5	5	5		CM
	7.61	14.301	16.857	13.763	10.204	SC	SC/GL
C1 δ_3 δ_2 & $\delta_1\delta_4\delta_5$	-2	3	3	-2	-2	6.128	6.128
C2 δ_3 & δ_2	0	-1	1	0	0	0.653	0.653
C3 δ_1 & $\delta_4\delta_5$	2	0	0	-1	1	2.550	2.550
C4 δ_4 & δ_5	0	0	0	1	-1	1.266	1.266

	FC = CMc / CMEE				
			1		δ1 d
C1	130.382 **		$F\alpha_{16}$ .05	.01	δ2 c
C2	13.890 **		4.35	8.10	δ3 b
C3	54.255 **				δ4 a
C4	26.936 **				δ5 e

PRUEBA DE MEDIAS

	3.371	2.860	2.752	2.040	1.522
1.522	1.849**	1.338**	1.230**	0.518**	0
2.040	1.331**	0.820**	0.712**	0	
2.752	0.619**	0.108NS	0		
2.860	0.511**	0			

3.371 0

$$\sigma x = \sqrt{\frac{2(.047)}{5}} = .137$$

t.05(20) = (2.086)(.137) = 2.85

t.01(20) = (2.847)(.137) = .390

CONCLUSIONES.

1. Se encontró diferencia significativa ($p<.05$ y $p< .01$) entre el numero de plantas de sábila sembradas en enero, marzo, mayo, junio y agosto, en una zona semiárida.

2. Al realizar una prueba de contrastes ortogonales se encontró que el numero de plantas de sábila sembradas en 5 diferentes épocas del año (enero, marzo, mayo, junio y agosto) fueron diferentes ($p< .01$)

3. Al realizar una prueba de medias (DMS), con un nivel de significancía de $p<.01$ se encontró que en el mes de mayo se encontraba el mayor numero de plantas de sábila (11) siguiendo el mes de marzo y junio donde, estadísticamente, se encontró el mismo numero de plantas de sábila. En el mes de enero y agosto se encontró el menor numero de plantas de sábila (2 y 4 respectivamente)

época	medias	contrastes	Prueba de medias	Datos reales
Enero	1.522	E	D	2
Marzo	2.860	B	B	8
Mayo	3.371	A	A	11
Junio	2.752	C	B	7

agosto	2.040	D	C	4

EJEMPLO PRACTICO CON SUBMUESTREO

Los resultados son muetreo efectuados en plantas de maíz para el contenido de carbohidratos solubles en diferentes estados fisiológicos en un mismo sembradío. Pruebe una hipótesis sobre la igualdad en estadios ($p < .01, .05$) concluyendo mediante contrastes y prueba de medias.

Cultivo 1 12.3,11.4,13.2 12.5,13.4,12.6 13.2,13.5,14.1
14.1,13.6,15.4

Cultivo 2 11.0,10.9,11.3 9.9,10.3,12.1 9.8,9.7,10.1
10.2,10.3,11.0

Espiga 7.2,7.3,7.0 7.2,7.5,7.4 7.6,7.4,7.8
7.4,8.0,7.2

Jilote 6.3,6.4,6.5 6.0,6.3,6.4 6.5,6.9,6.8
6.8,6.9,7.0

Masoso, lechoso 4.1,4.2,4.3 4.0,4.3,4.5 4.5,4.6,4.5
4.0,4.2,4.1

Datos convertidos a logaritmo.

REPETICIONES

δ_1 Cultivo 1	1.089 1.056 1.120	1.096 1.127 1.100	1.120 1.130 1.149	1.149 1.133 1.187
δ_2 Cultivo 2	1.041 1.037 1.053	0.995 1.012 1.082	0.991 0.986 1.004	1.008 1.012 1.041

δ_3 Espiga	0.857 0.863 0.845	0.857 0.875 0.869	0.880 0.869 0.892	0.869 0.903 0.857
δ_4 Jilote	0.799 0.806 0.812	0.778 0.799 0.806	0.812 0.838 0.832	0.832 0.838 0.845
δ_5 Masoso lechoso	0.612 0.623 0.633	0.602 0.633 0.653	0.653 0.662 0.653	0.602 0.623 0.612

Ho: $\delta_i = \delta_j$ $y_{ijk} = \mu + \delta i + \varepsilon_{ij} + \lambda_{ijk}$

Ha: $\delta_i \neq \delta_j$ i = 1,2,... 5

j = 1,2,.. 4

k = 1,2,3

ANALISIS DE VARIANZA

F,V	**G.L**	**SC**	**CM**	**FC**	**$F\alpha$**	**.05**	**.01**
Entre TX	4	1.731	0.432	480 **	$^{4}_{15}$	3.06	4.89
Error experim.	15	0.014	0.0009	1.80 NS	**$F\alpha^{15}$**	**.05**	**.01**
Error muestreo	40	0.02	0.0005		^{40}	2.52	
Total	59	1.765					

Cálculos para el análisis de varianza

$$SC\delta_i = \sum_{I=1}^{t} \frac{yi..^2}{rm} - \frac{y...^2}{trm}$$

$$SC\delta_I = \frac{13.456^2 + \ldots + 7.561^2}{(4)(3)} - \frac{53.512^2}{(5)(4)(3)} = 1.731$$

$$SCtotal = \sum^{t} \sum^{r} \sum^{m} y_{ijk} - \frac{y...^2}{}$$

I=1j=1k=1 trm

$$SCtotal = 1.089^2 + .612^2 - \frac{53.512^2}{60} = 1.765$$

$$SCEE = \sum_{I=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} \frac{yij.^2}{m} - \frac{y...^2}{trm} - SCtotal$$

$$SCEE = \frac{3.265^2 + \ldots + 1.837^2}{3} - \frac{53.512^2}{60} - (1.765) = 0.014$$

$$SCEM = SCtotal - (SC\delta_I + SCEE)$$

$$SCEM = 1.765 - (1.731 + 0.014) = 0.02$$

CONTRASTES ORTOGONALES.

	δ_1 13.456	δ_2 12.262	δ_3 10.436	δ_4 9.797	δ_5 7.561	$\sum_{I=1}^{5} C_{ij}Y_{i.}^{2}$ 1	$\sum_{I=1}^{5} C_{ij}^{2}$ 2	SC 1/2
C1: $\delta_1\delta_2$ & $\delta_3\delta_4\delta_5$	3	3	-2	-2	-2	465.092		360
1.291								
C2: δ_3 & $\delta_4\delta_5$	0	0	2	-1	-1	12.348		72
0.171								
C3: δ_1 & δ_2	1	-1	0	0	0	1.425		24
0.059								
C4: δ_4 & δ_5	0	0	0	1	-1	4.999		24
0.208								

CM SC/GL	FC = CM/CMEE

$F\alpha_{15}^{1}$	.05	.01	
	4.54	8.28	

δ_1 a

δ_2 b

1.291	1434.44 **	δ_3 c
0.171	190.00 **	δ_4 d
0.059	65.55 **	δ_5 e
0.208	231.11 **	

PRUEBA DE MEDIAS

	1.121	1.021	0.869	0.816	0.629
0.629	0.492**	0.392**	.240**	0.187**	0
0.816	0.305**	0.205**	.053**	0	
0.869	0.252**	0.152**	0		
1.021	0.100**	0			
1.121	0				

$$\sigma x = \sqrt{\frac{CMEE}{rm}}$$

$$\sigma x = \sqrt{\frac{.0009}{12}} = .0086$$

$t\alpha.05\ (15)\ (2.31)(.0086) = 0.0198$

$t\alpha.01(15)\ (2.947)(.0086) = 0.025$

CONCLUSIONES.

1. Se encontró diferencia significativa (p<.05 y p< 0.01) entre el contenido de carbohidratos solubles en las plantas de maíz en diferentes estados fisiológicos. Pero no se encontró diferencia significativa (p<.05) entre las repeticiones en cuanto al porcentaje de carbohidratos solubles.

2. En la prueba de contrastes ortogonales se encontró que en cuanto al porcentaje de carbohidratos solubles en los diferentes estados fisiológicos de las plantas de maíz todos son diferentes. (p< .05 y p<.01).

3. Al realizar de prueba de medias con diferencia mínima significativa sobre la cantidad de carbohidratos solubles en diferentes estadios fisiológicas de maíz, se encontró que el cultivo 1 contenida la mayor cantidad de

carbohidratos solubles (13.21%) seguido del cultivo 2, la espiga, jilote y el maíz masoso lechoso (10.49, 7.39, 6.54 y 4.25% respectivamente)

Planta de maíz	medias	contrastes	Prueba de medias	Datos reales
Cultivo 1	1.121	a	a	13.21
Cultivo 2	1.021	b	b	10.49
espiga	0.869	c	c	7.39
Jilote	0.816	d	d	6.54
Masoso lechoso	0.629	e	e	4.25

Se realizo transformación logarítmica para estabilizar la varianza, cuado la desviación estándar en la escala original varia directamente con las medias. Se utiliza este tipo de transformación cuando los datos están expresados en porcentaje y son menores de 40%. Se menciona que este tipo de transformación tiende a normalizar la distribución

DISEÑO EN BLOQUES AL AZAR

Esta clase de diseños experimentales se caracteriza porque todos los tratamientos aparecen representados una vez en cada uno de los bloques. Los tratamientos se asignan al azar sobre las unidades experimentales, sorteando los tratamientos independientemente en cada bloque.

Las unidades experimentales deben ser homogéneas dentro de cada bloque, salvo por variaciones aleatorias. Dos unidades experimentales de bloques diferentes pueden exhibir heterogeneidad, siendo de hecho el propósito de los bloques, absorber en máximo grado la variabilidad del material experimental. (Martinez, 1996).

Los bloques pueden estar constituidos por áreas compactas de un campo, grupos de animales que pueden manipularse de modo uniforme o por diferentes tipos de aplicación de tratamientos a unidades experimentales (Rodríguez, 1991)

Las unidades experimentales trabajadas de acuerdo con este diseño pueden ser representadas por el siguiente modelo:

$Y_{ij} = \mu + \sigma_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$ $\qquad$ $I = 1,2,3,\ldots, t$

$j = 1,2,3\ldots, r$

El análisis de varianza para el diseño de bloques al azar es el siguiente

F.V	GL	SC	CM	FC
Tratamientos	t – 1	$\sum_{I=1}^{t} \frac{Y_{i..}^2}{r} - \frac{Y^2\ldots}{tr}$	$\frac{\text{SC trat}}{t-1}$	$\frac{\text{CM trat}}{\text{CM error}}$
Bloques (B)	r – 1	$\sum_{I=1}^{t} \frac{y_{.j}^2}{t} - \frac{y^2..}{tr}$	$\frac{\text{Sc B}}{r-1}$	$\frac{\text{CM B}}{\text{CM EE}}$
Error Experimental (EE)	(t – 1)(r – 1)	Sctotal -(ScB + Sc t)	$\frac{\text{SCEE}}{(t-1)(r-1)}$	
Total	rtm - 1	$\sum_{I=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} Y^2_{ij} - \frac{Y^2\ldots}{rt}$		

Como se observa en el ANVA, existen dos Fc, la primera nos indica las posibles significancias entre tratamientos y con ella probaremos las siguientes hipótesis:

Ho: $t_i = t_j$ y Ha: $t_i \neq t_j$

La segunda Fc nos proporciona información acerca del comportamiento entre bloques a través de las hipótesis siguientes, siempre y cuando éstas sean aleatorizadas:

Ho: $B_i = B_j$ y

Ha: $B_i \neq B_j$

Ambas hipótesis serán elegidas de acuerdo con la confrontación entre la F calculada y la F de tablas para los grados de libertad de tratamientos y el error, en el primer caso y para los grados de libertad de bloque y el error en el segundo.

SUBMUESTREO EN UN DISEÑOS BLOQUES AL AZAR.

Una situación común en la experimentación agrícola, es la de estimar ciertas características cuantitativas, por medio de muestras dentro de las unidades experimentales (Martinez. 1996).En algunos casos experimentales resulta antieconómico o no es posible cuantificar el efecto de los tratamientos en la totalidad de la unidad experimental. En estas circunstancias es permisible modificar el modelo original, lo cual nos permitirá cuantificar el efecto por medio de muestras de una misma unidad experimental. Lógicamente, lo anterior acarreará un error extra al ya cuantificado en el error experimental, se denominará error de muestreo (EM) (Rodríguez, 1991)

Modelo estadístico:

$$Y_{ijk} = \mu + \sigma_i + \beta_j + \varepsilon_{ij} + \delta_{ijk}$$

$i = 1, 2, 3, . . . , t$

$j = 1, 2, 3, . . ., r$

$k = 1, 2, 3, . . ., m$

El análisis de varianza en este diseño quedaría así:

F.V	GL	SC	CM	FC
		$\sum^{t} Y_{i..}^2 - Y^2...$		

Tratamientos	t – 1	$_{I=1}$ rm trm	$\frac{SC\ trat}{t-1}$	$\frac{CM\ trat}{CM\ error}$
Bloques (B)	r – 1	$\sum_{I=1}^{t} \frac{y_{.j}^2}{tm} - \frac{y^2_{..}}{trm}$	$\frac{Sc\ B}{r-1}$	$\frac{CM\ B}{CM\ EE}$
Error Experimental (EE)	(t – 1)(r – 1)	$\sum_{I=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} \frac{Y^2_{ij.}}{m} - \frac{Y^2_{...}}{rtm} - Sc + Scb$	$\frac{SCEE}{(t-1)(r-1)}$	$\frac{CM\ EE}{CM\ EM}$
Error de Muestreo EM	tr(m-1)	Sctotal –(Sct+scB+ScEE)	$\frac{SC\ EM}{tr(m-1)}$	
Total	rtm - 1	$\sum_{I=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}\sum_{k=1}^{m} Y^2_{ijk} - \frac{Y^2_{...}}{rtm}$		

Las hipótesis a probar en este análisis básicamente corresponden, al efecto de tratamientos, el error de muestreo solo será un indicador de la magnitud del mismo en función de el tipo de muestreo utilizado y el numero de muestras, de esta manera el error experimental que básicamente se refiere a la variabilidad entre las unidades experimentales tratadas bajo el mismo efecto o, no serán afectadas.

EJEMPLO PRACTICO

Cinco variedades de trigo fueron evaluadas con el objetivo de estratificarlos respecto a su calidad molinera y su calidad de esquilmos. Considerando que las variedades fueron sembradas en diferentes localidades, concluye en forma preliminar.

bloques

Var/loc	saladito	La luz	San martín	jame	La mula	San luisito
Cajeme	75.4	59.5	45.3	78.4	74.7	55.3
Chich	70.1	48.7	42.1	69.3	**61.11**	47.3
Cuaut 1	78.3	68.3	67.1	**78.74**	75.3	65.7
Norte 0	65.8	58.7	54.3	61.7	63.5	55.3
Chich 2	89.5	74.8	79.6	83.9	85.9	73.2

Calculos de datos faltantes.

$$X_1 = \frac{f w_1 - w_2}{f^2 - 1} \qquad X2 = \frac{f w_2 - w_1}{f^2 - 1} \qquad f = (t-1)(r-1)$$

$$f = (5-1)(6-1) = 20$$

$$X_1 = \frac{(20)(1636)-(1301)}{(20)^2 - 1} \qquad X_2 = \frac{(20)(1301)-(1636)}{(20)^2 - 1} \qquad w_1 = tT_1 + r(R_1) - G$$

$$w_1 = (5)(354.7)+(6)(287.3)-1861$$

$$X_1 = 78.74 \qquad X_2 = 61.11 \qquad w2 = (5)(299.4)+(6)(277.5)-1861$$

$$w_1 = 1636 \qquad w_2 = 1301$$

Datos trasformados sen $^{-1}$

Var/local	saladito	La luz	Sn martin	jame	La mula	Sn luisito	$y_i.$
Cajeme	60.265	50.476	42.303	58.307	59.801	48.042	319.194
Chich 1	56.851	44.255	40.454	56.352	51.419	43.452	292.783
Cuaut 1	62.235	55.734	54.999	62.542	60.198	54.150	349.858
Norte 0	54.210	50.010	47.466	51.766	52.832	48.042	304.326
Chich 2	71.092	59.867	63.149	66.343	67.944	58.822	387.217
$y_{.j}$	304.653	260.342	248.371	295.31	292.194	252.508	y..1653.378

$y_{ij} = \mu + \delta_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$ — Ho: $t_i = t_j$ — Ho: $\beta_i = \beta_j$

i= 1,2…5 — Ha: $t_i \neq t_j$ — Ha: $\beta_i \neq \beta_j$

j = 1,2...6 ε_{ij} ИN$(\mu\sigma^2\varepsilon)$

ANÁLISIS DE VARIANZA

F.V	G.L	SC	CM	FC	$F\alpha_{18}^{4}$	.05	.01
Entre Var(tx)	4	971.144	242.786	31.461		2.93	4.58
Entre loc (β)	5	603.075	120.615	15.629	$F\alpha_{18}^{5}$	2.77	4.25
E.E.	18	138.906	7.717				
Total	27	1713.124					

Cálculos para el análisis de varianza.

$$SCtx = \sum_{I=1}^{t} \frac{y_{i.}^2}{r} - \frac{y_{..}^2}{tr} = \frac{319.194^2 + \ldots + 387.217^2}{6} - \frac{1653.378^2}{(5)(6)} = 971.144$$

$$Sc\beta = \sum_{i=1}^{r} \frac{y_{.j}^2}{t} - \frac{y_{..}^2}{tr} = \frac{304.653^2 + \ldots + 252.508^2}{5} - \frac{1653.378^2}{30} = 603.075$$

$$SCtotal = \sum_{I=1}^{r}\sum_{j=1}^{t} yij^2 - \frac{y_{..}^2}{tr} = 60.265^2 + \ldots + 58.82^2 - \frac{1653.378^2}{30} = 1713.125$$

SCEE = SCtotal – (Sctx +scβ) = 1713.125 – (971.144 + 603.075) = 138.906

CMTx = SCtx $\div$ G.LTx = 971.144 $\div$ 4 = 242.786

CMβ = SCβ $\div$ G.Lβ = 603.075 $\div$ 5 = 120.615

CMEE = SCEE $\div$ G.LEE = 138.906 $\div$ 18 = 7.717

FC = CMTx $\div$ CMEE = 242.786 $\div$ 7.717 = 31.461

FC = CMβ $\div$ CMEE = 120.615 $\div$ 7.717 = 15.629

CONTRASTES ORTOGONALES.

Para variedades (tx = δ)

	δ_1	δ_2	δ_3	δ_4	δ_5
	319.194	292.783	349.858	304.326	587.217
C1: $\delta_5\delta_3$ & $\delta_1\delta_2\delta_4$	-2	-2	3	-2	-3
C2: δ_3 & δ_5	0	0	1	0	-1
C3: δ_1 & δ_2 δ_4	2	-1	0	-1	0
C4: δ_2 & δ_4	0	1	0	-1	0

	1 $\sum_{i=1}^{t} C_{ij} Y_{i.}^2$	2 $\sum_{I=1}^{t} C_{ij}^2$	SC= 1 / 2	CM = SC/GL	FC CM/CMEE	$F\alpha^{1}_{18}$ .05	.01
C1	143352.347	180	796.401	796.401	103.200**		
						4.41	8.28
C2	1395.694	12	116.307	116.307	15.071**		
C3	1703.955	36	47.332	47.332	6.133NS		
C5	133.240	12	11.103	11.103	1.430NS		

Para localidades (β)

β_1

β_2 β_3

β_4

β_5

β_6

	304.653	260.342	248.371	295.31	292.194	252.508
C1:$\beta_1\beta_4\beta_5$&$_2\beta_3\beta_6$	1	-1	-1	1	1	-1
C2:β_1 & β_4 β_5	2	0	0	-1	-1	0
C3:β_4 & β_5	0	0	0	1	-1	0
C4:β_2 & β_3 β_6	0	2	-1	0	0	-1
C5:β_3 & β_6	0	0	1	0	0	-1

	$\sum_{j=1}^{r} C_{ij} Y_{.j}^{2}$ (1)	$\sum_{j=1}^{r} C_{ji}^{2}$ (2)	SC= 1 / 2	CM = SC/GL	FC CM/CMEE	$F\alpha_{18}^{1}$ .05	.01
C1	17144.236	30	571.474	571.474	74.053 **	4.41	8.28
C2	475.327	30	15.844	15.844	2.053NS		
C3	9.709	10	0.970	0.970	0.125NS		
C4	392.238	30	13.074	13.074	1.694NS		
C5	17.355	10	1.735	1.735	0.224NS		

PRUEBA DE MEDIAS POR EL METODO DE DUNCAN

Para variedades (tx)

	δ_5 64.536	δ_3 58.309	δ_1 53.199	δ_4 50.721	δ_2 48.797
δ_2 48.797	15.739 $_5$**	9.512 $_4$**	4.402 $_3$**	1.924 $_2$NS	0
δ_4 50.721	13.815 $_4$**	7.588 $_3$**	2.478 $_2$NS	0	
δ_1 53.199	11.337 $_3$**	5.110 $_2$**	0		
δ_3 58.309	6.227 $_2$**	0			
δ_5 64.536	0				

$$\sigma x = \sqrt{\frac{CMEE}{r}} \qquad \sigma x = \sqrt{\frac{7.717}{6}} = 1.134$$

$RMS_{0.05} = (R_{0.05})(\sigma x)$

$R_{0.05}$

2

3

4

5

2.97

3.12

5.21

3.27

$\sigma x =$ 1.134

1.134

1.134

1.134

$RMS_{0.05}$ **3.367**

3.538

3.640

3.708

Prueba de medias para localidades (β)

β_1 β_2

β_3

β_4

β_5

β_6

60.930

59.062 58.438

52.068 50.501 49.674

β_3 49.674	11.256 $_6$**9.388	$_5$**
	8.764 $_4$**2.394	$_3$NS
	0.827 $_2$NS 0	
β_6 50.501	10.429 $_5$**8.561	$_4$**
	7.937 $_3$**1.567	$_2$NS
	0	

β_2 52.068 8.862 $_4$**6.994 $_3$**

6.370 $_2$**

0

β_5 58.438 2.492 $_3$NS0.624 $_2$NS

0

β_4 59.062 1.868 $_2$NS 0

β_1 60.930 0

$\sigma x = \sqrt{\frac{CMEE}{}}$ $\sqrt{\frac{}{}}$ t $\sigma x =$ 7.717 = 1.242

5

$RMS_{0.05} = (R_{0.05})(\sigma x)$

$R_{0.05}$ **2** **3** **4** **5** **6**

2.97 3.12 5.21 3.27 3.32

$\sigma x =$ 1.242 1.242 1.242 1.242 1.242

$RMS_{0.05}$ **3.686** **3.875** **3.986** **4.061** **4.123**

Prueba Medias para variedad prueba de medias para localidad

δ_1 53.199a

β_1 60.930a

δ_2 48.797b

β_2 52.068b

δ_3 58.309c

β_3 49.674b

δ_4 50.721cd

β_4 59.062a

δ_5 64.536d

β_5 58.438a

β_6 50.501b

CONCLUSIONES

1. al efectuar el análisis de varianza se encontró diferencia significativa ($p<0.05$ y $p<0.01$) entre la calidad molinera y la calidad de esquilmos de las 5 variedades de trigo que fueron evaluadas en 6 localidades diferentes.

2. Al efectuar la prueba de contrastes ortogonales entre las 5 variedades de trigo, se encontró que las variedades Chich 2, Cuaut 1 y Cajeme tienen diferente porcentaje de calidad molinera y de esquilmos ($p< 0.05$) y las variedades Chich 1 y Norte 0 son similares en cuanto a su calidad molinera y de esquilmos ($p<0.05$). (Cuadro 1) En cuanto a la calidad de molinera y de esquilmos de las variedades de trigo en las diferentes localidades se encontró que la localidad de saladito, Jame y la Mula, la calidad molinera y de esquilmos de las variedades de trigo son similares entre si pero diferentes de la localidad de La luz, San martín y San luisito que también en estas son similares. ($p< 0.05$) (Cuadro 2)

3. En la prueba de medias ($p < 0.05$) para las variedades de trigo se encontró que la variedad Chich 2 es la de mejor en cuanto a calidad molinera y calidad de esquilmos siguiendo la variedad cuaut 1, entre tanto la variedad Cajeme y Norte 0 son similares en cuanto a calidad molinera y de esquilmos y la de menor calidad es la variedad Chich 1 (Cuadro 1). En cuanto a la calidad molinera y de esquilmos($p < 0.05$) existente en las localidades se encontró que en las localidades de Saladito, Jame y la mula la calidad molinera y de esquilmos de las variedades de trigo es similar y mayor que las que se producen en la luz, San Martín y San luisito. (Cuadro 2)

Cuadro 1 Contrastes ortogonales y prueba de medias de las variedades de trigo (Datos reales)

Variedad	Medias %	contrastes	Prueba de medias
Cajeme	64.11	C	C
Chich 1	56.60	D	D
Cuaut 1	72.40	B	B
Norte 0	59.91	D	CD
Chich 2	51.51	A	A

Cuadro 2. Contrastes ortogonales y prueba de medias para las localidades (datos reales.

Localidades	Medias %	Contrastes	Prueba de medias
Saladito	76.39	A	A
La luz	62.19	B	B
San martín	58.12	B	B
Jame	73.56	A	A
La mula	72.60	A	A
San luisito	59.54	B	B

EJEMPLO PRACTICO SUBMUESTREO

Con el propósito de determinar la deficiencia de fósforo en los animales en una región de zonas se efectuó un muestreo donde se considero etapa de desarrollo de los caprinos y majadas. Se tomaron muestras de sangre para determinar la cantidad de fósforo (ppm).

Etapas	1º	2°	3°	4	$Y_{i..}$
Triponas	21.4	22.6	25.6	31.4	
	22.3	24.5	24.9	32.6	
	21.5	23.9	28.5	33.5	
	23.5	25.4	29.3	38.3	
	24.3	24.9	27.9	34.9	
$Y_{ij.}$	113	121.3	136.2	170.7	541.2
Primales	18.7	19.7	23.5	29.5	
	19.1	20.1	24.1	28.9	
	17.8	21.3	22.9	29.6	
	18.0	20.6	24.1	30.1	
	19.2	19.9	23.0	29.8	
$Y_{ij.}$	92.80	101.60	117.60	147.90	459.90
Parto 1	22.4	24.5	26.7	32.4	
	23.1	26.4	27.1	33.2	
	22.9	24.5	26.5	31.6	
	23.5	23.9	26.4	33.4	
	22.8	24.1	25.9	32.9	
$Y_{ij.}$	114.70	123.4	132.6	163.5	534.2
Parto 2	22.9	26.7	28.3	33.2	
	22.6	27.1	29.4	32.1	
	23.1	28.1	29.8	33.5	
	23.4	27.0	28.5	32.1	
	23.0	28.1	27.9	33.0	
$Y_{ij.}$	115	137	143.9	163.9	559.8
$Y_{.j.}$	435.5	483.3	530.0	646	2095.1 y...

$Y_{ijk} = \mu + \delta_i + \beta_j + \varepsilon_{ij} + \lambda_{ijk}$

i = 1, 2, .. 4

Ho: $\delta_i = \delta_j$

Ho: $\beta_l = \beta_j$

$j = 1, 2, .. 4$

$Ha: \delta_i \neq \delta_j$

$Ha: \beta_i \neq \beta_j$

$k = 1, 2, 3$

ANALISIS DE VARIANZA

F.V.	**G.L**	**SC**	**CM**	**FC**	**Fα 0.05**
Estados fisiol. (δ)	3	289.506	96.502	23.514**	3, 9 gl 3.86
Entre majadas (β)	3	1220.661	406.661	99.088**	3, 9 gl 3.86
Error experimental	9	36.937	4.104	3.609	3, 64 gl
Error de muestreo	64	72.784	1.137		
Total	79				

Cálculos para el análisis de varianza.

$$SC\delta = \sum_{I=1}^{t} \frac{y_{i..}^2}{rm} - \frac{y_{...}^2}{trm} = \frac{541.2^2 + \ldots + 559.80^2}{(4)(5)} - \frac{2095.1^2}{(4)(4)(5)} = 289.506$$

$$SC\beta = \sum_{J=1}^{r} \frac{y_{.j.}}{tm} - \frac{y_{...}^2}{trm} = \frac{435.5^2 + \ldots + 646^2}{(4)(5)} - \frac{2095.1^2}{80} = 1220.161$$

$$SCE = \sum_{I=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} \frac{y_{ij.}^2}{tm} - \frac{y_{\ldots}^2}{trm} - (SC\beta + SC\delta) = \frac{113^2 + \ldots + 163.9^2}{(4)(5)} - \frac{2095.1^2}{80} - (289.506 + 1220.661)$$

SCEE = 36.937

$$SCtotal = \sum_{I=1}^{t} \sum_{j=1}^{r} yijk^2 - \frac{y...^2}{trm} = 21.4^2 + \ldots + 33.0^2 - \frac{2095^2}{80} = 1619.379$$

SCEM= SCtotal – (SCβ + SCδ + SCEE) = 1619.379 – (1220.661+289.506+36.937)

SCEM = 72.784

CMδ = SCδ ÷ G.L = 289.506 ÷ 3 = 96.502

CMβ = SCβ ÷G.L. = 1220.661 ÷ 3 = 406.661

CMEE = SCEE ÷ G.L. = 36.937 ÷ 9 = 4.104

CMEM = SCEM ÷ G.L = 72.784 ÷ 64 = 1.137

FCδ = CMδ ÷ CMEE = 96.502 ÷ 7.104 = 23.514

FCβ = CMβ ÷ CMEE = 406.661 ÷ 4.104 = 99.088

FCEE = CMEE ÷ CMEM = 4.104 ÷ 1.137 = 3.609

CONTRASTES ORTOGONALES.

Para etapas de desarrollo (δ)

t

1 t 2

δ_1 δ_2

δ_3 δ_4

$\sum Cij\ yi..^2$ $rm \sum C^2_{ij}$

541.20

459.9 534.20

559.80 i=1

I =1

$C_1\ \delta_1\ \&\ \delta_2\delta_3\delta_4$ 3 -1

-1

-1 4858.09

240

$C_2\ \delta_2\ \&\ \delta_3\ \delta_4$ 0

2 -1

-1

30345.64 120

C_3 δ_3 & δ_4 0

0 1

-1

655.36 40

SC = CM = FC =

1 / 2	SC /G.L	CM/CMEE	$F\alpha$ 0.05 1 y 19 Gl
C_1 20.240			20.240 4.931 NS
			5.12
C_2 252.880	252.880	61.617 **	
C_3 16.384			16.384 3.992 NS

Contrastes ortogonales para majadas. (β)

t

1 t 2

β_1 β_2

β_3 β_4

$\sum Cij\ yi..^2$ rm $\sum C^2_{ij}$

541.20

459.9 534.20

559.80 i=1

I =1

C_1 β_1 & $\beta_2\beta_3\beta_4$ 3 -1

-1

-1 124679.6 240

C_2 β_2 &β_3 β_4 0

2 -1

-1

43974.09 120

C_3 β_3 & β_4 0

0 1

-1

13386.49 40

SC = CM = FC =

1 / 2	SC /G.L	CM/CMEE	Fα 0.05 1 y 19 Gl =
C_1 519.498	519.498	126.582 **	5.12
C_2 366.450	366.450	89.290 **	
C_3 334.662	334.662	81.545 **	

PRUEBA DE MEDIAS (SNK)

Para etapas de desarrollo (δ)

δ_4

δ_1

δ_3

δ_2

27.990

27.060 26.710

22.995

δ_2 22.995 4.995 $_4$*4.065 $_3$*

3.715 $_2$* 0

δ_3 26.710 1.280 $_3$NS0.350 $_2$NS

0

δ_1 27.060 0.930 $_2$NS 0

δ_4 27.990 0

$\sigma x = \sqrt{\dfrac{CMEE}{rm}}$ $\sigma x = \sqrt{\dfrac{4.104}{(4)(5)}} = 0.452$

$SNK_{0.05} = (q_{0.05})(\sigma x)$

	2	3	4
$q_{0.05}$	3.20	3.95	4.42
$\sigma x =$	.452	.452	.452
$SNK_{0.05}$	**1.446**	**1.785**	**1.997**

Para majadas (β)

	β_4	β_3	β_2	β_1
β	32.300	26.515	24.165	21.775
δ_1 21.775	10.525 $_4$*	4.740 $_3$*	2.390 $_2$*	0

δ_3 24.165 8.135 $_3$*2.350 $_2$*

0

δ_1 26.515 5.785 $_2$* 0

δ_4 27.990 0

$\sigma x = \sqrt{\frac{CMEE}{tm}}$ $\sigma x = \sqrt{\frac{4.104}{(4)(5)}} = 0.452$

$SNK_{0.05} = (q_{0.05})(\sigma x)$

	2	3	4
$q_{0.05}$	3.20	3.95	4.42
σx =	.452	.452	.452
$SNK_{0.05}$	**1.446**	**1.785**	**1.997**

CONCLUSIONES

1. Se encontró diferencia significativa ($p<0.05$ y $p< 0.01$) en cuanto a las deficiencia de fósforo entre los diferentes etapas de desarrollo (triponas, primales, parto 1 y parto 2) y majadas de caprinos en una región árida

.

2. En la prueba de contrastes ortogonales para las diferentes etapas de desarrollo se encontró que en los caprinos primales la deficiencia de fósforo es diferente de la etapa de triponas, parto 1 y parto 2 en donde las deficiencias de fósforo son similares ($p< 0.04$)

(cuadro 1) En lo referente al análisis de las deficiencias de fósforo realizadas a majadas se encontró que la deficiencia de fósforo es diferente en las 4 majadas. ($p<0.05$) (cuadro 2)

3. En la realización de la prueba de medias por el método de SNK ($p<0.05$) para las etapas de desarrollo de los caprinos se encontró que en la etapa en la que se encuentra mayor deficiencias de fósforo fue en la etapa de primales (22.995 ppm), y en las etapas de parto 1, parto 2 y triponas estadísticamente fueron similares (26.71, 27.99 y 27.06 ppm respectivamente) Cuadro 1. En los resultados de pruebas de medias (por el método de SNK) ($p<0.05$) para las majadas de caprinos se encontró que donde se encuentra la mayor deficiencia de fósforo de en la majada 1 siguiendo la majada 2, después la majada 3, en donde se encontró la menor deficiencia de fósforo fue en la majada 4 con 32.3 ppm de fósforo en suero sanguíneo. (cuadro 2)

Cuadro 1. contrastes ortogonales y prueba de medias de deficiencias de fósforo en suero sanguíneo para las diferentes etapas de desarrollo de los caprinos.

Etapa de desarrollo	Medias (ppm)	contrastes	Prueba de medias
Triponas	27.06	B	B
Primales	22.995	A	A
Parto 1	26.71	B	B
Parto 2	27.990	B	B

Cuadro 2. contrastes ortogonales y prueba de medias de deficiencias de fósforo en suero sanguíneo, para las diferentes majadas de caprinos.

majadas	Medias ppm	contrastes	Prueba de medias
1°	21.775	A	A
2°	24.165	B	B
3°	26.515	C	C
4°	32.300	D	D

EXPERIMENTOS FACTORIALES

Los experimentos factoriales son arreglos de tratamientos que permiten aplicar de una sola vez una serie de estímulos o tratamientos que se consideran intervengan en la respuesta dada por unidad experimental.

Los experimentos factoriales son de importancia práctica, a que permiten el estudio de un estimulo tal y su respuesta combinatoria respecto de otras condiciones generadas por la interacción con otros factores, dando así información más completa, aun cuando los efectos interaccionados no sean significativos. (Rodríguez, 1991)

La experimentación factorial puede ser adecuada en trabajos de exploración, donde el objeto es determinar rápidamente los efectos de cada uno de cierto número de factores dentro de un intervalo específico, en investigaciones de las interacciones entre los efectos de varios factores, en experimentos diseñados para poder llegar a recomendaciones que deben aplicarse a una gran variedades de condiciones. (Cocharn, cox, 1983)

Se pueden realizar experimentos factoriales con diferentes diseños, como diseño completamente al azar ó bloques al azar. En este caso mencionaremos arreglos factoriales en un diseño bloque al azar.

Para los arreglos de tratamientos de dos y tres factores en un diseño bloques al azar, solo se efectuarán algunas consideraciones debido a su similitud con el cálculo del diseño completamente al azar. Primero es necesario mencionar que el efecto de bloques es un control local que permite agrupar las unidades experimentales bajo alguna variable endogena, de tal manera que exista homogeneidad dentro de cada bloque y una gran heterogeneidad entre los mismos. Esto permitirá una mayor eficiencia en el análisis de los datos, justificando así la reducción de los grados de libertad del error experimental.

El modelo estadístico de un arreglo factorial con dos factores en un diseño bloques al azar es: $Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + B_k + \varepsilon_{ijk}$ $\quad i = 1,2,3,...\ a$

$j = 1,2,3,...\ b$

$k = 1,2,3,....\ r$ (numero de bloques)

El análisis de varianza se realiza de la siguiente manera:

F.V	GL	SC	CM	FC
Tratamientos	ab - 1	Sc A + Sc *B* + Sc A*B*	ScT / glT	CMT/CMEE
Bloques (B)	r – 1	$\sum_{k=1}^{r} \frac{y_{..k}^2}{ab} - \frac{y^2_{...}}{abr}$	ScB /glB	CMB/CMEE
Factor A	a – 1	$\sum_{i=1}^{a} \frac{y_{i..}^2}{br} - \frac{y^2_{...}}{abr}$	Sc A / gl A	CMA/CMEE
Factor B	b – 1	$\sum_{j=1}^{b} \frac{y_{.j.}^2}{ar} - \frac{y^2_{...}}{abr}$	SC *B* /gl *B*	CM*B*/CMEE
Interaccion AxB	(a – 1)(b – 1)	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} \frac{y_{ij.}^2}{r} - \frac{y^2_{...}}{abr}$ -(ScA+Sc*B*	ScAxB/glAxB	CMAB/CME
Error experimental	(ab – 1)(r – 1)	Sc total – (Sctrats. + sc B)	ScEE / glEE	
Total	abr – 1	$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r} y_{ijk}^2 - \frac{y^2_{...}}{abr}$		

ARREGLO FACTORIAL CON TRES FACTORES.

El modelo estadístico de un arreglo factorial con tres factores, en un diseño de bloques al azar es el siguiente:

$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + \lambda_k + \alpha\lambda_{ik} + \beta\lambda_{jk} + \alpha\beta\lambda_{ijk} + B_l + \varepsilon_{ijkl}$

i = 1,2,3,... a

j = 1,2,3,... b

k = 1,2,3,.... c

l = 1,2,3,......r (numero de bloques)

Los efectos producto de la combinación de los factores, en este caso tres, dan como resultado que la partición de los tratamientos sea en siete elementos. El ANVA quedará de la siguiente manera.

F.V	Gl	Sc*	CM	FC
Tratamientos	abc - 1		ScT / glT	CMT/CMEE
Bloques (B)	r – 1		ScB /glB	CMB/CMEE
Factor A	a – 1		Sc A / gl A	CMA/CMEE
Factor B	b – 1		SC *B* /gl *B*	CM*B*/CMEE
Interaccion AxB	(a – 1)(b – 1)		ScAxB/glAxB	CMAB/CME
Factor C	c - 1		Sc C / gl C	CMC /CMEE
Interaccion AxC	(a – 1)(c – 1)		ScAxC/glAxC	CMAC/CMEE
Interaccion BxC	(b – 1)(c – 1)		ScBxC/glBxC	CMBC/CMEE
AxBxC	(a-1)(b-1)(c-1)		ScABC/glABC	CMABC/CMEE
Error experimental	(abc – 1)(r-1)		ScEE / glEE	
total	abcr – 1			

* Las formulas de sumas de cuadrados se definen en el ejemplo que se presenta a continuación

EJEMPLO PRACTICO CON DOS FACTORES

El estudio de un fenómeno fue diseñado para ser analizado en un arreglo factorial considerando como parámetro él numero de frutos de primera exportación, por planta de chile, al inicio de cosecha; el primer factor distancia entre plantas fue 15, 20, 25 y 30 cm, siendo el segundo factor el tipo de pepena utilizado, leve.

Mediano, riguroso y extremo, es importante aclarar que el trabajo se efectúo en cuatro diferente épocas de siembra (variable endógena).

	tipo	Épocas de siembra			
	pepena	Temprana	medio	tardío	general
	Leve	7	5	6	4
	Mediano	8	9	8	5
15	Riguroso	11	12	12	9
	extremo	5	6	7	4
	leve	9	10	9	8
	mediano	12	13	14	10
20	Riguroso	15	16	17	14
	Extremo	7	8	7	6
	Leve	7	6	7	5
	Mediano	9	8	7	6
25	Riguroso	11	11	13	10
	Extremo	5	5	6	2
	Leve	12	13	12	11
	Mediano	14	15	15	12
30	Riguroso	16	17	18	17
	Extremo	9	9	10	7

Datos transformados a raíz cuadrada

		Época de siembra				
	Tipo pepena	Temprana	medio	tardío	general	Y_{ijk}
	Leve	2.645	2.236	2.449	2	**9.33**
	Mediano	2.828	3	2.828	2.236	**10.892**
15	Riguroso	3.316	3.464	3.464	3	**13.244**
	Extremo	2.236	2.449	2.645	2	**9.33**
	Leve	3	3.162	3	2.828	**11.99**
	Mediano	3.464	3.605	3.741	3.162	**13.972**
20	Riguroso	3.875	4	4.123	3.741	**15.736**
	Extremo	2.645	2.828	2.645	2.449	**10.567**
	Leve	2.645	2.449	2.645	2.236	**9.975**
	Mediano	3	2.828	2.645	2.449	**10.922**
25	Riguroso	3.316	3.316	3.605	3.162	**13.399**
	Extremo	2.236	2.236	2.449	2	**8.921**
	Leve	3.464	3.605	3.464	3.316	**13.849**
	Mediano	3.741	3.872	3.872	3.464	**14.949**
30	Riguroso	4	4.123	4.242	4.123	**16.488**
	Extremo	3	3	3.162	2.645	**11.807**
	$y_{..k}$	**49.408**	**50.173**	**50.979**	**44.811**	
					$Y_{...}$	**195.371**

$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + B_k + \varepsilon_{ijk}$

$_I = 1,2,\ldots 4$ a

$_J = 1,2\ldots 4$ b

$_K = 1,2..4$ k и $N(\mu, \sigma^2\varepsilon)$

	Factor A				
	a1	a2	a3	A4	**y.j.**
b1	9.33	11.990	9.975	13.849	**45.144**
b2	10.892	13.972	10.922	14.949	**50.735**
b3	13.244	15.736	13.394	16.488	**58.867**
b4	9.33	10.567	8.921	11.807	**40.625**
Yi..	**42.796**	**52.265**	**43.217**	**57.093**	**195.371**

ANALISIS DE VARIANZA

F.V	G.L	SC	CM	FC	Fα
Factor A	3	9.249	3.083	205.533	Fα3 y 45 gl 2.815 **
Factor B	3	11.580	3.860	257.333	Fα3 y 45 gl 2.815 **
A X B	9	0.476	0.052	3.466	Fα 9 y 45 gl 2.0975 **
Tx	15	21.305	1.420	94.666	Fα15 y 45 gl 1.900 **
Bloques	3	1.431	0.477	31.800	Fα 3 y 45 gl 2.815 **
E.E	45	0.715	0.015		
Total	63	23.450			

Cálculos para el análisis de varianza.

$$SCFA = \sum_{I=1}^{a} \frac{yi..^2}{br} - \frac{y...^2}{abr} = \frac{42.796^2 + \ldots + 57.093^2}{4 \times 4} - \frac{195.371^2}{64}$$

SCFA = 9.249

$$SCFB = \sum_{J=1}^{a} \frac{y.j.^2}{ar} - \frac{y\ldots^2}{abr} = \frac{45.144^2 + \ldots + 40.625^2}{4 \times 4} - \frac{195.371^2}{64} = 11.58$$

SCF*B* = 11.580

$$SCIAxB = \sum_{I=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} \frac{y_{ij.}^2}{r} - \frac{y...^2}{abr} - [\,SCFA + SCFB]$$

$$= \frac{9.33^2 + \ldots + 11.807^2}{4} - \frac{195.371^2}{64} - [\,9.248 + 11.580] = .476$$

$$SCB = \sum_{k=1}^{r} \frac{y_{..k}^2}{ab} - \frac{y\ldots^2}{abr} = \frac{49.408^2 + \ldots + 44.811^2}{4 \times 4} - \frac{195.371^2}{64} = 1.431$$

SCTtx = SCFA + SCF*B* + SCIAx*B* = 9.249 + 11.580 + 0.476 = 21.305

$$SCtotal = \sum_{I=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c} y_{ijk}^2 - \frac{y\ldots^2}{abr} = 2.645^2 + \ldots + 2.645^2 - \frac{195.371^2}{64} = 23.612$$

SCEE = Sctotal – [SCTtx + SCB] = 23.451- [21.305 + 1.431] = 0.715

CMFA = SCFA ÷ GLFA = 9.249 ÷ 3 = 3.083

CMFB = SCFB ÷ GLFB = 11.580 ÷ 3 = 3.860

CMIFxB = SCIFAxB ÷ GLIAxB = 0.476 ÷ 9 = 0.052

CMTtx = SCTtx ÷ GLTtx = 21.305 ÷ 15 = 1.420

CMB = SCCMB ÷ GLCMB = 1.431 ÷ 3 = 0.477

CMEE = SCEE ÷ GLEE = 0.715 ÷ 45 = 0.015

FCFA = CMFA ÷ CMEE = 3.083 ÷ 0.015 = 205.533

FCFB = CMFB ÷ CMEE = 3.860 ÷ 0.015 = 257.333

FCIAxB = CMIAxB ÷ CMEE = 0.052 ÷ 0.015 = 3.466

FCTtx = CMTtx ÷ CMEE = 1.420 ÷ 0.015 = 94.666

FCB = CMB ÷ CMEE = 0.477 ÷ 0.015 = 31.800

PRUEBA DE MEDIAS.

(tukey)

Prueba de medias para la distancia de siembra (Factor A)

	a_4	a_2	a_3	a_1
	3.568	3.266	2.701	2.674
a_1 2.674	0.894 *	0.592 *	0.027 NS	0
a_3 2.701	0.867 *	0.565 *	0	
a_2 3.266	0.302 *	0		
a_4 3.568	0			

$$t\alpha.05(4,45)\sqrt{\frac{CMEE}{br}} = \quad 3.7775\sqrt{\frac{0.015}{4x\ 4}} \quad 0.115$$

(15) a_1 2.674c

(20) a_2 3.568b

(25) a_3 2.701c

(30) a_4 3.568a

prueba de medias para el tipo de pepena (factor B)

	b_3(r)	b_2(m)	b_1(l)	b_4(e)
	3.679	3.170	2.821	2.539
b_4(e) 2.539	1.140 *	0.631 *	0.282	0
b_1(l) 2.821	0.828 *	0.349 *	0	
b_2(m)3.170	0.509 *	0		
b_3(r) 3.679	0			

$$t\alpha 0.5(4,45)\sqrt{\frac{CMEE}{br}} \quad = \quad 3.7775\sqrt{\frac{0.015}{4x\ 4}} \quad 0.115$$

b_1 leve	2.821d
b_2 mediano	3.170b
b_3 riguroso	3.679a
b_4 extremo	2.539c

prueba de medias para épocas de siembra (Bloques)

	B_3(t)	B_2(m)	B_1(T)	B_4(g)
	3.186	3.135	3.088	2.800
B_4(g)2.800	0.386 *	0.335 *	0.288 *	0
B_1(T)3.088	0.098 NS	0.047 NS	0	
B_2(m)3.135	0.051 NS	0		
B_3(t) 3.186	0			

$$t\alpha 0.05(4,45)\sqrt{\frac{CMEE}{br}} = 3.7775\sqrt{\frac{0.015}{4x\ 4}} \quad 0.115$$

B_1 Temprana	3.088 ab
B_2 medio	3.135 ab
B_3 tardía	3.186 a
B_4 general	2.200 c

Prueba de medias de la distancia de siembra x el tipo de pepena (interacción AxB)

	ab$_{15}$	ab$_{7}$	ab$_{14}$	ab$_{6}$	ab$_{13}$	ab$_{11}$	ab$_{3}$	ab$_{5}$	ab$_{16}$	ab$_{10}$	ab$_{2}$	ab$_{8}$	ab$_{9}$	ab$_{4}$	ab$_{1}$	ab$_{12}$
	4.122	3.934	3.737	3.493	3.462	3.349	3.311	2.997	2.951	2.730	2.723	2.641	2.493	2.332	2.332	2.230
ab$_{12}$ 2.230	1.892*	1.704*	1.507*	1.263*	1.232*	1.119*	1.081*	.767*	.721*	.500*	.493*	.411*	.263*	.102$_{NS}$	0$_{NS}$	0
ab$_{1}$ 2.332	1.790*	1.602*	1.405*	1.161*	1.130*	1.017*	.979*	.665*	.619*	.398*	.391*	.309$_{NS}$	.161$_{NS}$	0$_{NS}$	0	
ab$_{4}$ 2.332	1.790*	1.602*	1.405*	1.161*	1.130*	1.017*	.979*	.665*	.619*	.398*	.391*	.309$_{NS}$	.161$_{NS}$	0		
ab$_{9}$ 2.493	1.629*	1.441*	1.244*	1.000*	.969*	.856*	.818*	.504*	.458*	.237$_{NS}$	.230$_{NS}$	.148$_{NS}$	0			
ab$_{8}$ 2.641	1.481*	1.293*	1.096*	.852*	.821*	.708*	.670*	.356*	.310$_{NS}$	.089$_{NS}$	.262$_{NS}$	0				
ab$_{2}$ 2.723	1.399*	1.211*	1.014*	.770*	.739*	.626*	.588*	.274$_{NS}$	.228$_{NS}$	.007$_{NS}$	0					
ab$_{10}$ 2.730	1.392*	1.204*	1.007*	.763*	.732*	.619*	.581*	.267$_{NS}$	.221$_{NS}$	0						
ab$_{16}$ 2.951	1.171*	.983*	.786*	.542*	.511*	.398*	.360*	.046$_{NS}$	0							
ab$_{5}$ 2.997	1.125*	.937*	.740*	.496*	.465*	.352*	.314$_{NS}$	0								
ab$_{3}$ 3.311	0.811*	.623*	.426*	.182$_{NS}$	.151$_{NS}$	.038$_{NS}$	0									
ab$_{11}$ 3.349	0.733*	.585*	.388*	.144$_{NS}$	.113$_{NS}$	0										
ab$_{13}$ 3.462	0.660*	.472*	.275$_{NS}$	.031$_{NS}$	0											
ab$_{6}$ 3.493	0.629*	.441*	.244$_{NS}$	0												
ab$_{14}$ 3.737	0.385*	.197$_{NS}$	0													
ab$_{7}$ 3.934	0.188$_{NS}$	0														
ab$_{15}$ 4.122	0															

CONCLUSIONES

1. En el Análisis de varianza se encontró diferencia significativa ($p < 0.05$) en las 4 distancias de siembra. Se encontró diferencia significativa ($p < 0.05$) en el factor del tipo de pepena utilizado para la cantidad de frutos que fueron ligero, moderado riguroso y extremo. Se encontró diferencia significativa ($p<0.05$) también, en la época de siembra que fueron temprana, medio, tardío y general.

2. Al realizar la prueba de medias utilizando la prueba de tukey ($p < 0.05$) para el Factor A (distancia entre plantas) se encontró que la mejor distancia para siembra de plantas de Chile fue a 30 cm siguiendo la distancia de 20 cm, si se siembra a 15 ó 25 cm encontraremos igual numero de frutos. (cuadro 1)

   Para el factor B (Tipo de pepena) encontramos que al utilizar el tipo de pepena rigurosa el numero de frutos de primera exportación para plantas de chile al inicio de la cosecha será el mejor que al utilizar el tipo de pepena media, ligera ó extrema ($p < 0.01$) (cuadro 1)

   Para la interacción distancia entre planta y tipo de pepena (AxB) se encontró que fue mejor la distancia a 30 cm (factor A) y el tipo de pepena rigurosa ($p < 0.05$). también se encontró que sembrar a 20 cm de distancia y con un tipo de pepena rigurosa el numero de frutos fue mayor (tukey, $p<0.05$).

   AL realizar la prueba de medias para la época de siembra se encontró que de las cuatro épocas, donde se encontró mayor numero de frutos por planta de chile fue en la época Tardía, medio y temprana, en donde la media y temprana fueron similares, quedando la época general como la peor época para siembra, ya que el numero de frutos por planta de chile fue menor. (Cuadro)

Cuadro 1. medias de distancia de siembra y tipo de pepena.

Distancia	Media Transformada	Media real	Tipo de pepena	Media transformada	Media real
15	2.674c	7c	Leve	2.821c	8c
20	3.266b	10b	Mediano	3.170b	10b
25	2.701c	7c	Riguroso	3.679a	13a
30	3.568a	13a	extremo	2.539d	6d

Cuadro 2. Medias de época de siembra. (datos reales y datos transformados)

Epoca de siembra	Medias transformadas	Medias reales.
Temprana	3.088ab	9ab
Media	3.135ab	9ab
Tardía	3.186a	10a
General	2.800c	8c

POLINOMIOS ORTOGONALES

En el trabajo agropecuario frecuentemente nos encontramos con que la respuesta de un fenómeno, esta relacionada con una función de cuantía, misma que al ser modificada afecta la tendencia. Así por ejemplo tenemos que la producción de leche se ve afectada por el numero de días después del parto, esta relación de causa y efecto puede ser expresada en un plano de coordenadas, donde la variable dependiente se refiere a la respuesta y la variable independiente es la causal de modificación.

A este tipo de relaciones se les designa comúnmente como Polinomios Ortogonales, debido a las diferentes tendencias en el aspecto respuesta (Lineal, Cuadratica, Cubica etc.) y a la independencia que entre las ecuaciones debe existir para definir el efecto. Él calculo de estos modelos de respuesta será tan grande como t-1, esto en función del numero de estímulos contemplados en la variable independiente y los cálculos se facilitan cuando los valores de esta variable están igualmente espaciados.

EJEMPLO PRACTICO

Superficie de respuesta para el factor cuantitativo (distancia entre plantas)

	42.796	52.265	43.217	57.03	1 $\sum c_{ij}$ $y_{i..}$	2 $r\sum c_{ij}$	$Sc1^2/2$	CM Sc /gl	FC CM/CME
Lineal	-3	-1	1	3	33.843	320	3.572	3.572	238.60 **
Cuadrático	1	-1	-1	1	4.407	64	0.303	0.303	20.20 **
Cúbico	-1	3	-3	1	41.441	320	5.366	5.366	357.73 **

$F\alpha$ 1 y 45 g.l = 4.055

El modelo que ha de ajustarse es de grado cúbico.

$$Y = B_0 + B_1x + B_2 x^2 + B_3x^3 + \varepsilon l$$

$$\hat{Y} = \alpha_0 + \alpha_1\mu_1\rho_1(x_i) + \alpha_2\mu_2\rho_2(x_i) + \alpha_3\mu_3\rho_3(x_i)$$

$$\alpha = \frac{Y\ldots}{abr} = \frac{195.371}{64}$$

$$\alpha 1 = \frac{\sum C_{1j}\, Y_{i.}.}{\sum C_{ij}^2} = \frac{33.843}{320} = .105$$

$^3\mu = 2$

$$\rho 1 = \frac{x_i - \bar{X}}{d} \qquad\qquad \bar{X} = \frac{\text{Niveles de aplicación}}{\text{N° de niveles}}$$

$$= \frac{X_i}{5} - \frac{22.5}{5} \qquad\qquad = \frac{15 + 20 + 25 + 30}{4} = 22.5$$

$$= 0.2x_i - 4.5 \qquad\qquad d = \text{Esparciamiento entre niveles (5)}$$

$$\alpha 2 = \frac{\sum C_{2i}\, Y_{i..}}{\sum C_{ij}^2} = \frac{4.407}{64} = 0.068$$

$\mu_2 = 1$

$$\rho_2 = (\rho_1)^2 - \frac{t^2 - 1}{12} = (.2x_i - 4.5)^2 - \frac{4^2 - 1}{12} = .04x^2 - 1.8x_i + 19$$

$$\alpha_3 = \frac{\sum C_{3j}\, Y_{i..}}{\sum C_{ij}^2} = \frac{41.411}{320} = 0.129$$

$\mu_3 = 3.33$

$$\rho_3 = (\rho_1)^3 - \left[\frac{3t^2 - 7}{20}\right] \rho_1 = .008x_i^3 - .54x_i^2 + 12.15x_i - 91.125 - \left[\frac{3(4)^2 - 7}{20}\right] (2x_i - 4.5)$$

$$= .008x_i^3 - .54x_i^2 + 12.15x_i - 91.125 - (2.05)(2x_i - 4.5)$$

$$= .008x_i^3 - .54x_i^2 + 12.15x_i - 91.125 - .41x_i - 9.225$$

$$= .008x_i^3 - .54\,x_i^2 + 11.74x_i - 81.9$$

$$\hat{Y} = \alpha_0 + \alpha_1\mu_1\rho_1(x_i) + \alpha_2\mu_2\rho_2(x_i) + \alpha_3\mu_3\rho_3(x_i)$$

$$\hat{Y} = 3.052 + (.015)(2)(.2x_i - 4.5) + (0.068)(1)(.04x_i^2 - 1.8x_i + 19) + (.129)(3.33)(.008x_i^3 - .54x_i^2 + 11.74x_i - 81.4)$$

$$= 3.052 + .042x_i - .945 + .0027x_i^2 - .122x_i + 1.292 + .0034\,x_i^3 - .231\,x_i^2 + 5.043x_i - 34.966$$

[3] Los valores de μ son constantes para el efecto k, obtenidos de tablas de coeficientes ortogonales.

$= -31.567 + 4.963x_i – 0.228x_i^2 + .0034x_i^3$

$\hat{Y} = -31.782 + 4.963(15) – 0.228(15)^2 + .0034(15)^3 = 2.838$

$\hat{Y} = -31.782 + 4.963(20) – 0.228(20)^2 + .0034(20)^3 = 3.478$

$\hat{Y} = -31.782 + 4.963(25) – 0.228(25)^2 + .0034(25)^3 = 2.918$

$\hat{Y} = -31.782 + 4.963(30) – 0.228(30)^2 + .0034(30)^3 = 3.708$

EJEMPLO PRACTICO CON TRES FACTORES

La digestibilidad porcentual de cuatro forrajes fue evaluada con rumiantes fistulados, utilizando tres formas físicas de presentación (trozo, molido y rolado) y en tres tiempos después de la ingesta (3, 6 y 9), la edad de los animales fue variable por lo que se utilizó un control local para las tres. Analice los datos bajo el diseño que considere adecuado de ser necesario practique pruebas para concluir.

Si existe un testigo para digestibilidad general con los siguientes datos analice de nueva cuenta, 22.3, 21.4, 23.2, 17.9, 21.3, 25.5, 26.1, 24.5.

				Edades	
Forrajes	Proceso	horas	I	II	III
		3	12.2	12.5	14.1
	trozo	6	13.9	15.1	15.7
		9	15.2	16.3	16.5
trigo		3	22.1	19.1	17.2
	molido	6	23.2	23.2	19.6
		9	24.5	25.9	25.8
		3	24.2	20.1	18.4
	rolado	6	24.5	24.1	21.6
		9	25.7	26.3	27.4

		3	13.5	13.4	14.7
	trozo	6	14.2	14.1	15.6
		9	16.1	15.9	16.8
Avena		3	21.2	18.5	17.4
	Molido	6	22.9	22.6	20.1
		9	24.1	25.6	25.6
		3	23.9	19.9	18.6
	rolado	6	23.9	23.6	21.4
		9	24.5	26.9	26.8

Forraje	proceso	horas	I	II	III
		3	12.9	12.6	13.6
	Trozo	6	13.4	13.5	14.2
		9	15.4	15.4	15.8
Cebada		3	19.8	17.3	16.8
	molido	6	21.0	21.0	19.3
		9	23.1	21.2	23.2
		3	21.3	18.5	17.5
	rolado	6	22.6	22.3	21.5
		9	24.5	23.4	24.2
		3	14.1	15.1	15.9
	trozo	6	15.2	17.1	17.1
		9	16.9	18.7	19.1
Kochia		3	23.0	22.3	21.6
	molido	6	25.6	25.3	25.3
		9	28.7	28.1	27.9
		3	24.5	24.1	23.6
	rolado	6	26.1	26.4	26.3

9	29.1	29.1	30.1

Datos transformados a logaritmo.

Forrajes	proceso	horas	I	II	III	yijk..
		3	1.086	1.096	1.149	**3.331**
	trozo	6	1.143	1.178	1.195	**3.516**
		9	1.181	1.212	1.217	**3.610**
Trigo		3	1.344	1.281	1.235	**3.860**
	Molido	6	1.365	1.365	1.292	**4.022**
		9	1.389	1.413	1.411	**4.213**
		3	1.383	1.303	1.264	**3.950**
	rolado	6	1.389	1.382	1.334	**4.105**
		9	1.409	1.419	1.437	**4.265**
		3	1.130	1.127	1.167	**3.424**
	trozo	6	1.152	1.149	1.193	**3.494**
		9	1.206	1.201	1.225	**3.632**
avena		3	1.326	1.267	1.240	**3.833**
	molido	6	1.359	1.354	1.303	**4.016**
		9	1.382	1.408	1.408	**4.198**
		3	1.378	1.298	1.269	**3.945**
	rolado	6	1.378	1.372	1.330	**4.080**
		9	1.389	1.429	1.428	**4.246**
		3	1.110	1.100	1.133	**3.343**
	trozo	6	1.127	1.130	1.152	**3.409**
		9	1.187	1.187	1.198	**3.572**
		3	1.296	1.238	1.225	**3.759**
cebada	molido	6	1.322	1.322	1.285	**3.929**
		9	1.363	1.326	1.365	**4.054**
		3	1.328	1.267	1.243	**3.838**
	rolado	6	1.354	1.348	1.332	**4.034**
		9	1.389	1.369	1.383	**4.141**

		3	1.149	1.178	1.201	**3.528**
	trozo	6	1.181	1.232	1.232	**3.645**
		9	1.227	1.271	1.281	**3.779**
kochia		3	1.361	1.348	1.334	**4.043**
	molido	6	1.408	1.403	1.403	**4.214**
		9	1.457	1.448	1.445	**4.350**
		3	1.389	1.382	1.372	**4.143**
	rolado	6	1.416	1.421	1.419	**4.256**
		9	1.463	1.463	1.478	**4.404**
Y...l			**46.916**	**46.687**	**46.578**	Y....

140.181

$Y_{ijkl} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + \lambda_k + \alpha\lambda_{ik} + \beta\lambda_{jk} + \alpha\beta\lambda_{ijk} + B_l + \varepsilon_{ijkl}$

I = 1,2,..4 (a) k = 1,2,3 (c)

J = 1,2,3 (b) l = 1,2,3 r Bloques

Yij..

	a1	a2	a3	a4	$\mathbf{Y_{.j..}}$
b_1	10.457	10.550	10.324	10.952	**42.283**
b_2	12.095	12.047	11.742	12.607	**48.491**
b_3	12.320	12.271	12.013	12.803	**49.407**
$\mathbf{Y_{i...}}$	**34.872**	**34.868**	**34.079**	**36.362**	**140.181**

Y…

Yi.k.

	a_1	a_2	a_3	a_4	$\mathbf{Y_{..k}}$
c_1	11.141	11.202	10.940	11.714	**44.997**
c_2	11.643	11.590	11.372	12.115	**46.720**
c_3	12.088	12.076	11.767	12.533	**48.464**
$\mathbf{Y_{i...}}$	**34.872**	**34.868**	**34.079**	**36.362**	**140.181**

Y.jk.

	b_1	b_2	b_3	**$Y_{..k}$**
c_1	13.626	15.495	15.876	**44.997**
c_2	14.064	16.181	16.475	**46.720**
c_3	14.593	16.815	17.056	**48.464**
$Y_{.j..}$	**42.283**	**48.491**	**49.407**	**140.181**

Testigo 1.348 + 1.330 + 1.365 + 1.252 + 1.328 + 1.406 + 1.416 + 1.389 = 10.834

ANALISIS DE VARIANZA

F.V	G.L	SC	CM	FC	Fα
Factor A	3	0.101	0.033	42.307	Fα3 y 70gl 2.740**
Factor B	2	0.834	0.417	534.615	Fα2 y 70gl 3.130**
I A x B	6	0.003	0.0005	0.641	Fα6 y 70gl 2.230NS
Factor C	2	0.166	0.083	106.410	Fα2 y 70gl 3.313**
I A x C	6	0.001	0.0001	0.128	Fα6 y 70gl 2.230NS
I B x C	4	0.004	0.001	1.282	Fα4 y 70gl 2.500NS
I AxBxC	12	0.002	0.00016	0.205	Fα12y70gl 1.900NS
Bloques	2	0.001	0.0005	0.641	Fα2 y 70gl 3.130NS
Tratram	35	1.111	0.0317	40.641	Fα35y70gl **
Error (EE)	70	0.055	0.00078		
Total	107	1.1679			

Factor A = Forraje

Factor B = Tipo de procesamiento

Factor C = tiempo despues de la ingesta.

A X B = interaccion forraje x tipo de proceso

A X C = interaccion forraje x tiempo despues de la ingesta.

B X C = interaccion tipo de procesamiento x tiempo despues de la ingesta

A X B X C = interaccion forraje x tipo de proceso x tiempo despues de la ingesta

Bloque = Edad.

Cálculos para el análisis de varianza.

$$ScFA = \sum_{I=1}^{a} \frac{y_{i\ldots}^2}{bcr} - \frac{y^2\ldots}{abcr} = \frac{(34.872^2 + \ldots 36.362^2)}{3x3x3} - \frac{140.181^2}{108} = 0.101$$

$$ScFB = \sum_{j=1}^{b} \frac{y_{.j..}^2}{acr} - \frac{y^2\ldots}{abcr} = \frac{(42.283^2 + \ldots 36.362^2)}{4x3x3} - \frac{140.181^2}{108} = 0.834$$

$$ScAxB = \sum_{I=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} \frac{y_{ij..}^2}{cr} - \frac{y^2\ldots}{abcr} - (SCA + SCB) =$$

$$= \frac{(10.457^2 + \ldots + 12.803^2)}{3x3} - \frac{140.181^2}{108} - (.101 + .834) = 0.003$$

$$ScFC = \sum_{k=1}^{c} \frac{y_{..k.}^2}{abr} - \frac{y^2\ldots}{abcr} = \frac{(44.997^2 + \ldots + 48.464^2)}{4x3x3} - \frac{180.141^2}{108} = 0.166$$

$$ScAxC = \sum_{I=1}^{a}\sum_{k=1}^{c} \frac{y_{i.j.}^2}{br} - \frac{y^2\ldots}{abcr} - (SCA + SCC) =$$

$$= \underline{(11.141^2 + \ldots + 12.533^2)} - \underline{140.181^2} - (0.101 + 0.166) = .001$$

3x3 108

$$ScBxC = \sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c} \frac{y_{.jk.}^2}{ar} - \frac{y^2...}{abcr} - (SCB + SCC) =$$

$$= \frac{(13.626^2 + \ldots + 17.056^2)}{4 \times 3} - \frac{140.181^2}{108} - (0.834 + 0.166) = .004$$

$$ScAxB = \sum_{l=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c} \frac{y_{ijk.}^2}{r} - \frac{y^2...}{abcr} - (SCA + SCB + SCC + SCAB + SCAC + SCBC) =$$

$$= \frac{(3.331^2 + \ldots + 4.404^2)}{3} - \frac{140.181^2}{108} - (.101+.384+.166+.003+.001 + .004)$$

$= 0.002$

$$Sc\mathbf{B} = \sum_{l=1}^{r} \frac{y_{ij..}^2}{abc} - \frac{y^2...}{abcr} = \frac{46.916^2 + 46.687^2 + 46.578^2}{4x3x3} - \frac{140.181^2}{108} = .001$$

$$Sctot = \sum_{l=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum^{r} y_{ijkl}^2 - \frac{y^2...}{abcr} = 1.086^2 + \ldots + 1.478^2 - \frac{140.181^2}{108} = 1.1679$$

Sctrat = (SCA + SCB + SCC + SCAB + SCAC + SCBC + SCAXBXC) =

= (0.101 +0.834 + 0.003 + .166 + .001 + .004 + .002) = 1.111

SCEE = SCtotal – (Sctrart + SC**Bloques**)

= 1.1679 – (1.111 + .001) = .055

CMFA = SCFA $\div$ GLFA = 0.101 $\div$ 3 = 0.033

CMFB = SCFB $\div$ GLFB = 0.834 $\div$ 2 = 0.417

CMFC = SCFC $\div$ GLFB = 0.166 $\div$ 2 = 0.083

CMAXB = SCAXB $\div$ GLAXB = 0.003 $\div$ 6 = 0.0005

CMAXC = SCAXC $\div$ GLAXC = 0.001 $\div$ 6 = 0.0001

CMBXC = SCBXC $\div$ GLBXC = 0.004 $\div$ 4 = 0.001

CMAXBXC = SCAXBXC $\div$ GLAXBXC = 0.002 $\div$ 12 = 0.00016

CMTratam = SCTratam $\div$ GLTratam = 1.111 $\div$ 35 = 0.0317

CM**B**loques = SC**B**loques ÷ GL**B**loques = 0.001 ÷ 2 = .0005

CMEE = SCEE ÷ GLEE = 0.055 ÷ 70 = 0.00078

FCFA = CMFA ÷ CMEE = 0.033 ÷ 0.055 = 42.307

FCFB = CMFB ÷ CMEE = 0.417 ÷ 0.055 = 534.615

FCFC = CMFC ÷ CMEE = 0.166 ÷ 0.055 = 106.410

FCAXB = CMAXB ÷ CMEE = 0.0005 ÷0.055 = 0.641

FCAXC = CMAXC ÷ CMEE = 0.0001 ÷0.055 = 0.128

FCBXC = CMBXC ÷ CMEE = 0.004 ÷ 0.055 = 1.282

FCAXBXC = CMAXBXC ÷ CMEE = 0.00016 ÷ 0.055 = 0.205

FC**B**loques = CM**B**loques ÷ CMEE = 0.0005 ÷ 0.055 = 0.641

FCTtratam = CMTratam ÷ CMEE = 0.0317 ÷ 0.055 = 40.641

PRUEBA DE MEDIAS.

Prueba de medias para el factor A

		K	T	A	C
		1.345	1.29155	1.29140	1.262
C	1.262	0.866*	0.02955*	0.0294*	0
A	1.29140	0.0546*	0.00015 NS	0	
T	1.29155	0.0544*	0		
K	1.345	0			

Tukey qα σx

$$\sigma x = \sqrt{\frac{CMEE}{bcr}} = \sqrt{\frac{0.00078}{27}} = 0.00537$$

Tukey q(0.05) 4 y 70 gl (3.7317)(0.00537) = 0.0200

trigo	1.29155b
avena	1.29140b
cebada	1.262 c

Kochia 1.346 a

Prueba de medias del factor B

		T	M	R
		1.372	1.346	1.174
T	1.174	0.198**	0.172**	0
M	1.346	0.026**	0	
R	1.372	0		

Tukey $q\alpha\ \sigma x$

$$\sigma x = \sqrt{\frac{CMEE}{acr}} = \sqrt{\frac{0.00078}{36}} = 0.00465$$

Tukey q(0.05) 3 y 70 gl (3.3934)(0.00465) = 0.0157

Trozo 1.174c

Molido 1.346b

Rolado 1.372a

Prueba de medias para el factor C

		9	6	3
		1.346	1.297	1.249
3	1.249	0.097 *	0.048 *	0
6	1.297	0.049 *	0	
9	1.346	0		

Tukey $q\alpha\ \sigma x$

$$\sigma x = \sqrt{\frac{CMEE}{abr}} = \sqrt{\frac{0.00078}{36}} = 0.00465$$

Tukey q(0.05) 3 y 70 gl (3.3934)(0.00465) = 0.0157

3	1.249c
6	1.297b
9	1.346a

CONCLUSIONES

Se encontró diferencia significativa (p<0.05) para la digestibilidad porcentual de los forrajes evaluados con rumiantes fistulados que fueron trigo, avena, cebada y kochia. Se encontró diferencia significativa para la digestibidad porcentual (p> 0.05) en el segundo factor que fue el tipo de procesamiento del forraje (trozo, molido y rolado) también se encontró diferencia significativa (p< 0.05) en los tres tiempos de ingesta.

No se encontró diferencia significativa (p> 0.05) para la interacción forraje-tipo de proceso, forraje-tiempos después de la ingesta, así como tampoco se encontró diferencia significativa para la interacción forraje-tipo de proceso-horas después de la ingesta.

No se encontró diferencia significativa (p> 0.05) en la digestibilidad general para el control local de los animales que fue la edad.

Al realiza la prueba de medias de tukey con un nivel de significancía de 0.05 se encontró que la digestibilidad porcentual fue mayor en la Kochia, en el trigo y avena la digestibilidad fue similar y la cebada fue la que obtuvo el porcentaje mas bajo de digestibilidad.

En la prueba de medias para el factor tipo de procesamiento, la digestibilidad fue diferente en los tres procesos siendo mejor en el forraje rolado. Seguido del molido y por ultimo en trozo.

En la prueba de medias para los tiempos después de la ingesta, se encontró que en la hora 9 se obtuvo el mayor porcentaje de digestilibidad. Esto es lógico ya que el forraje estuvo mayor tiempo en el rumen, por lo que su degradación fue mayor.(cuadro 1)

Por lo que en forma general podemos concluir que la Kochia con el tipo de procesamiento rolado es la que obtiene mayor digestibilidad

Cuadro 1. Digestibilidad general de 4 pastos diferentes y con 3 tipos de procesamiento a 3 tiempos después de la ingesta.

Pasto Factor A	Media Real %	Tipo de proceso	Media real %	Horas después de la ingesta	Media real %
Trigo	19.56b	Trozo	14.92 c	3	17.74 c
Avena	19.56b	Molido	22.18 b	6	19.81 b
Cebada	18.28c	rolado	23.55 a	9	22.18 a
kochia	22.18a				

$(P< 0.05)$

EJEMPLO PRACTICO

ANÁLISIS DE VARIANZA CON UN TRATAMIENTO EXTRA.

F.V	G.L	SC	CM	FC	Fα
Test &fact	1	0.023	0.023	23.000	Fα1 y 70gl 3.980**
Factor A	3	0.101	0.033	33.000	Fα3 y 70gl 2.740**
Factor B	2	0.834	0.417	417.000	Fα2 y 70gl 3.130**
I A x B	6	0.003	0.0005	0.500	Fα6 y 70gl 2.230NS
Factor C	2	0.166	0.083	830.000	Fα2 y 70gl 3.313**
I A x C	6	0.001	0.0001	0.100	Fα6 y 70gl 2.230NS
I B x C	4	0.004	0.001	1.000	Fα4 y 70gl 2.500NS
I AxBxC	12	0.002	0.00016	0.160	Fα12y70gl 1.900NS
Bloques	2	0.001	0.0005	0.500	Fα2 y 70gl 3.130NS
Tratram	35	1.111	0.0317	31.700	Fα35y70gl **
Error (EE)	70	0.076	0.001		
Total	108	1.211			

La relación testigo-factorial es altamente significativo (p< 0.05)

Cálculos para el análisis de varianza incorporando el testigo.

a b c r

$$SCto = \frac{to2}{q} + \sum_{l=1}\sum_{j=1}\sum_{k=1}\sum_{l=1} \frac{y_{ijkl}^2}{abcr} - \frac{(y\ldots + to)^2}{abcr + q}$$

$$= \frac{10.834^2}{8} + \frac{140.181^2}{4x3x3x3} - \frac{(140.181 + 10.834)^2}{(108) + 8}$$

$$= 0.023$$

Cmto = Scto $\div$ Glto = 0.023 $\div$ 1 = 0.023

Fcto = Cmto $\div$CMEE = 0.023 $\div$0.001

$$Sctot = \sum_{l=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum^{r} y_{ijkl}^2 + \sum_{t=1}^{q} ti^2 - \frac{(y\ldots + to)^2}{abcr + q} =$$

$$= (1.086^2 + \ldots + 1.478^2) + (1.348^2 + ..+1.416^2) - \frac{(140.181+10.834)^2}{108 + 8} = 1.211$$

PRUEBA DE MEDIAS INCORPORANDO UN TESTIGO

Prueba de medias para el factor A

Tuquey = q $\alpha.\sigma\overline{x}$

$$\sigma x = \sqrt{\frac{CMEE}{bcr}} = \sqrt{\frac{0.001}{27}} = 0.0060$$

$$tc = \frac{\overline{to} - \overline{yi\ldots}}{sd} \approx t\alpha/2\ (EE) \qquad t\alpha\ 0.05/2 = 1.994$$

sd = $\sqrt{s^2}$ (1/q + 1/r) = $\sqrt{}$0.001 (1/8 + 1/27) 0.0127

tc to&trigo = 1.354 – 1.29155 $\div$ 0.012 = 5.25 * b

tc to&avena = 1.354 – 1.29140 $\div$ 0.012 = 5.216 * b

tc to&cebada = 1.354 – 1.26200 $\div$ 0.012 = 7.660 * b

tc to& Kochia = 1.354 – 1.34600 $\div$ 0.012 = 0.666 NS a

La digestibilidad del testigo es similar a la digestibilidad de la Kochia, pero diferente del trigo, avena cebada y trigo ($p < 0.05$)

Prueba de medias para el factor B incorporando el testigo.

Sd = .0123 $t\alpha$ 0.05/2 = 1.994

Tc to&trozo = 1.354 – 1.174 ÷ 0.0123 = 14.634 * b

Tc to&molido = 1.354 – 1.346 ÷ 0.0123 = 0.650 NS a

Tc to& rolado = 1.354 – 1.372 ÷ 0.0123 = 1.463 NS a

La digestibilidad de la forma de presentación molido y rolado es similar al la digestibilidad general del testigo, pero la presentación en trozo es diferente a la del testigo. ($p < 0.05$)

Prueba de medias para el Factor C contra el testigo.

Sd = 0.123 $t\alpha$ 0.05/2 = 1.994

Tc to&3 = 1.354 – 1.249 ÷ 0.0123 = 8.536* b

Tc to&6 = 1.354 – 1.297 ÷ 0.0123 = 4.634* b

Tc to&9 = 1.354 – 1.346 ÷ 0.0123 = 0.650 NSa

La digestibilidad presentada en la hora 9 resulto ser similar a la digestibilidad general del testigo.

ANALISIS DE COVARIANZA.

El análisis de Covarianza es una combinación del análisis de varianza y la regresión que permite evaluar las variables de respuesta, cuantificadas antes de la aplicación de un estimulo y donde se considera una variable endógena –variable concomitante- como modificadora del efecto real.

El análisis de Covarianza puede aplicarse en el contexto de cualquier diseño básico, incluso del arreglo de tratamientos (factoriales) además, se ha comprobado que la eficiencia de la covarianza en el análisis de respuesta supera al análisis convencional.

Todo lo anterior se refiere al hecho de que en ocasiones, en el estudio de un fenómeno encontramos variables que son propias de las unidades experimentales, que creemos estén correlacionadas con la variable respuesta a evaluar, por consiguiente su injerencia en el proceso de estudio u observación modificara la evaluación; Bajo este contexto, es posible que pensemos en eliminar el efecto de la variable endogena mediante Control Local, pero para ello tendríamos que pensar que los agrupamientos en el bloqueo se dan para unidades experimentales homogéneas dentro de grupo y heterogéneas entre los mismos, lo anterior en ocasiones no es posible por la naturaleza y características del material con que se trabaja.

Por lo anterior en el análisis de Covarianza resulta muy eficiente en este tipo de situaciones. Es importante aclarar que la variable concomitante, deberá ser una variable cuantitativa o susceptible de ser transformada, de otra manera el análisis numérico no podrá ser aplicado. Las variables de respuesta y concomitante deberán ser registradas en todas las unidades experimentales y además de ser correspondientes a cada una de ellas, el flujo de análisis se inicia con obtener información sobre si la variable concomitante realmente afecto a la variable respuesta, lo anterior se hace mediante un análisis de regresión. Si existe efecto, la variable respuesta es analizada mediante un ajuste que elimine el efecto mencionado, de igual manera se modificaran los procesos de comparación de medias y otros cálculos; Si por el contrario el análisis no fue significativo para la variable concomitante la respuesta puede ser evaluada bajo el contexto normal del Diseño Experimental que por las características del estudio se escogió.

Ejemplo.

En un sembradío de maíz infestado por araño roja se robaron 5 insecticidas para el control de la misma, sin embargo, el grado de infestación en el área de trabajo no fue homogénea, por lo que fue necesario registrar esta variable como concomitante, por otro lado los tiempos de aplicación durante el día fueron distintos y esta acción se definió como una variable endógena

Producto: ko, l8, u7, y7, w12

	6:00		10:00		14:00		18:00	
	x	y	x	y	x	y	x	y
ko	24	7	17	5	15	4	22	6
L8	31	12	25	10	26	10	13	5
U7	15	7	26	12	24	11	35	16
Y7	45	7	12	2	24	4	31	5
W12	14	3	13	3	16	4	9	2

$y_{ij} = \mu + Ti + \beta_j + \beta(x_{i.} - x_{..}) + \varepsilon_{ij}$

$_i$ = 1,2, .. 5 t

$_j$ = 1,2,... 4 r (bloques) β = coeficiente de regresión.

Datos transformados a raíz^2

	6:00		10:00		14:00		18:00			
	X	**Y**	**X**	**Y**	**X**	**Y**	**X**	**Y**	**xi.**	**Yi.**
Ko	4.898	2.645	4.123	2.236	3.872	2.000	4.690	2.449	**17.583**	**9.33**
L8	5.567	3.464	5.000	3.162	5.099	3.162	3.605	2.236	**19.271**	**12.024**
U7	3.872	2.645	5.099	3.464	4.898	3.316	5.916	4.000	**19.785**	**13.425**
Y7	6.708	2.645	3.464	1.414	4.898	2.000	5.567	2.236	**20.637**	**8.295**

W12	3.741	1.732	3.605	1.732	4.000	2.000	3.000	1.414	**14.346**	**6.878**
x.j	**24.786**		**21.291**		**22.767**		**22.778**		**91.622**	
y.j		**13.131**		**12.008**		**12.478**		**12.335**		**49.952**

Suma de cuadrados y productos.

FV	**G.L**	**SXX**	**SXY**	**SYY**
Total	19	17.186	9.505	10.213
Tratam	4	6.189	3.973	7.232
Bloques	3	1.236	0.401	0.133
Error E	12	9.761	5.131	2.848
Gran total	16	15.950	9.104	10.080

Cálculos para la suma de cuadrados y productos.

$$Txx = \sum_{I=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} x_{ij} - \frac{x^2..}{tr} = 4.898^2 + \ldots + 3^2 - \frac{91.622^2}{5\ x4} = 17.186$$

$$txx = \sum_{I=1}^{t} \frac{xi.^2}{r} - \frac{x^2..}{tr} = \frac{17.583^2 + \ldots + 14.396^2}{4} - \frac{91.622^2}{20} = 6.189$$

$$Bxx = \sum_{j=1}^{r} \frac{x.j^2}{r} - \frac{x^2..}{tr} = \frac{24.786^2 + \ldots + 22.778^2}{5} - \frac{91.622^2}{20} = 1.236$$

EExx = Txx – (txx + Bxx) = 17.186 – (6.189 + 1.236) = 9.761

Sxx = txx + Exx = 6.189 + 9.761 = 15.950

$$Txy = \sum_{I=1}^{t}\sum_{j=1}^{r} x_{ij}\, Y_{ij} - \frac{x..\ y..}{tr} = (4.898 \times 2.645) + \ldots + (3 \times 1.414) - \frac{(91.622x49.552)}{5\ x4}$$

Txy = 9.505

$$txy = \sum^{t} \underline{x_i.\ Y_i.} - \underline{x..\ y..} = \underline{(17.583 \times 9.33) + \ldots + (14.346 \times 6.878)} - \underline{(91.622x49.552)}$$

$$\quad_{I=1} \quad r \qquad tr \qquad\qquad 4 \qquad\qquad\qquad 5x4$$

txy = 3.973

$$Bxy = \sum_{j=1}^{t} \frac{x_{ij} Y_{ij}}{t} - \frac{x..\ y..}{tr} = \frac{(4.898 \times 2.645)+ ..+(3 \times 1.414)}{5} - \frac{(91.622x49.552)}{5\ x4}$$

Bxy = 0.401

Exy = Txy – (txy + Bxy) = 9.505 – (3.973 + 0.401) =5.131

Sxy = txy + Exy = 3.973 + 5.131 = 9.104

$$Tyy = \sum_{I=1}^{t} \sum_{j=1}^{r} Y^2_{ij} - \frac{Y^2...}{tr} \quad 2.645^2 + ... + 4.141^2 - \frac{49.552^2}{5\ x4} = 10.213$$

$$tyy = \sum_{I=1}^{t} \frac{Y^2_{ij}}{r} - \frac{y..^2}{tr} = \frac{9.33^2 + .. + 6.878^2}{4} - \frac{49.552^2}{5\ x4} = 7.232$$

$$Byy = \sum_{Ij=1}^{r} \frac{Y._j^2}{t} - \frac{y..^2}{tr} = \frac{13.131^2 + ... + 12.335^2}{5} - \frac{49.552^2}{5\ x4} = 0.133$$

EEyy = Tyy – (tyy + Byy) = 10.213 – (7.232 + 0.133) = 2.848

Syy = tyy + EEyy = 7.232 + 2.484 = 10.080

Análisis de regresión

F.V	G.L	SC	CM	FC	FT
Regresion	1	2.697	2.697	196.861	$F\alpha$1y11gl = 2.86
Residual	11	0.151	0.137		
Total	12	2.848			

$$Screg = \frac{Exy^2}{} = \frac{5.131^2}{} = 2.697$$

Exx 9.761

Sctotal = Eyy = 2.848

Scresidual = Sctotal – Scregresion = 2.848 – 2.697 = 0.151

FCReg = 2.697 ÷ 0.0137 = 196.861

Existe una gran relación entre el efecto de la variable concomitante (x) y la variable y

Análisis de varianza ajustado

F.V	G.L	SC	CM	FC	FT
Tratam	4	4.681	1.170	65	Fα 4 y 11 gl = 3.36**
Bloques	3	0.0029	0.000966	0.053	Fα 3 y 11 gl = 3.59NS
Error E	11	0.199	0.0180		
Total	18	4.883			

$$ScTx = tyy - \frac{(txy)^2}{txx} = 7.232 - \frac{(3.973)^2}{6.189} = 4.681$$

$$ScB = Byy - \frac{(Bxy)^2}{Bxx} = 0.133 - \frac{(0.401)^2}{1.236} = 0.0029$$

$$Sctotal = Syy - \frac{(Sxy)^2}{\mathbf{Sxx}} = 10.080 - \frac{(9.104)^2}{\mathbf{15.950}} = 4.883$$

CMTx = SCTx ÷ GLTx = 4.681 ÷ 4 = 1.170

CMBl = SCBl ÷ GLBl = .0029 ÷ 3 = .000966

CMEE = SCEE ÷ GLEE = 0.199 ÷ 11 = 0.0180

FCTx = CMTx ÷ CMEE = 1.170 ÷ .0180 = 65

FCBl = CMBl ÷ CMEE = .000966 ÷ .0180

PRUEBA DE MEDIAS

Ajuste de medias

$\hat{Y}_{i.} = \overline{y_{i}}. - B(\overline{X_{i}}. - \overline{X..})$ Yi = 9.990

$B = \frac{Exy}{Exx} = \frac{5.131}{9.161} = .560$ Xi = 18.324

$\hat{Y}1$ = 2.332 – 0.560(4.395 – 18.324) 10.132 bc

$\hat{Y}2$ = 3.006 – 0.560(4.817 – 18.324) 10.569 d

$\hat{Y}3$ = 3.356 – 0.560 (4.946 – 18.324) 10.847 d

$\hat{Y}4$ = 2.073 – 0.560(5.159 – 18.324) 9.445a

$\hat{Y}5$ = 1.724 – 0.560(3.586 – 18.324) 9.977 b

$$Fo0.05 = \sqrt{(t-1)F4y11\ S^2(1/4 + 1/4)}$$

$$= \sqrt{(4)\ (3.36)(.0180)(0.50)} = 0.347$$

	3	2	1	5	4
	10.847	10.569	10.132	9.977	9.445
4. 9.495	1.402 **	1.124**	0.687**	0.532**	0
5. 9.977	0.870**	0.592**	0.155NS	0	
1. 10.132	0.715 **	0.437**	0		
2. 10.569	0.278NS	0			
3. 10.847	0				

Ko = 10.132 bc

L8 = 10.569 d

U7 = 10.847 d

Y7 = 9.445 a

W12= 9.977 b

Conclusiones

1. En el análisis de regresión se encontró alta significancia ($p< 0.05$) de la relación entre la variable concomitante, grado de infestación por araña roja antes del tratamiento (x) y la variable y (después del tratamiento).

2. En el análisis de varianza se encontró diferencia significativa ($p< 0.05$) entre los tratamientos utilizados para el control de la araña roja en un sembradío de maíz.

   No se encontró diferencia significativa ($p> 0.05$) en los distintos tiempos de aplicación.

3. En la prueba de medias se encontró el mejor insecticida contra la araña roja fue el Y7, el insecticida Ko y W12 se comportaron se manera similar. Los insecticidas L8 y U7 tambien se comportaron de manera similar entre ellos. (Cuadro 1)

Cuadro 1 grado de infestación de la araña roja en sembradíos de maíz, medias reales y medias ajustadas.

Insecticida	Media transformada	Media ajustada	Media real	Media real ajustada
Ko	2.332	10.132	5	102 bc
L8	3.006	10.569	9	112 d
U7	3.356	10.847	11	117 d
Y7	2.073	9.445	4	89 a
W12	1.721	9.977	3	99 b

SUPERFICIE DE RESPUESTA

	13.131	12.008	12.478	12.335	1 $\sum c_{ij}Y_{i.}$	2 $5\sum c$	SC 1 / 2	CM SC/GL	FC CMc/CME
lineal	-3	-1	1	3	3.678	100	0.0367	0.0367	2.038NS
cuadratico	1	-1	-1	1	0.960	20	0.0480	0.0480	2.660NS
cubico	-1	3	-3	1	4.866	100	0.0486	0.0486	2.700NS

Fα0.056 1 y 11 = 4.840

No se encontró diferencia significativa para la superficie de respuesta por lo que no puede hacerse una ecuación de respuesta

LITERATURA REVISADA

Castillo P.J, J.G.Arias. 1998. Estadística inferencial básica. Grupo editorial Iberoamérica. México.

Cochran. G. William. 1980. Diseños experimentales. Editorial Trillas. México

Infante G. S. 1997. Métodos estadísticos. Editorial Trillas. México.

Kreyszig Erwin. 1979. Introducción a la estadística matemática. Editorial Limusa. México

Montgomery D. C.1991.Diseño y análisis de experimentos. Grupo editorial Iberoamérica. México.

Reyes C. P. 1978 Diseños de experimentos agrícolas. Editorial Trillas. México.

Rodríguez del A. J. 1991. Métodos de investigación pecuaria. Editorial Trillas. México.

Snedecor W. George, W. G. Cochran. 1979 métodos estadísticos. Editorial Continental. México.

Steel G.D Robert, J. H. Torrie.1981. 2ª. Principles and procedures of statistics a biometrical approach. 2ª. Ed. Editorial Mc Graw-Hill. USA.