CAPTURA-MARCADO-RECAPTURA DE CICLIDOS DE IMPORTANCIA COMERCIAL EN LA LAGUNA DE SAN MARCOS, TENOSIQUE, TABASCO

Roger Armando Frias Frias

TESIS

Presentada como requisito parcial
para obtener el grado de
Maestro en Ciencias en
Estadística Experimental

Universidad Autónoma Agraria
"Antonio Narro"
Programa de Graduados
Buenavista, Saltillo, Coah.
Mayo de 2003

Universidad Autónoma Agraria Antonio Narro
Subdirección de Postgrado

CAPTURA-MARCADO-RECAPTURA DE CICLIDOS DE IMPORTANCIA COMERCIAL EN LA LAGUNA DE SAN MARCOS, TENOSIQUE, TABASCO.

TESIS

Por:

ROGER ARMANDO FRIAS FRIAS

Elaborada bajo la supervisión del comité particular de asesoría y aprobada como requisito parcial, para optar al grado de:

MAESTRO EN CIENCIAS EN ESTADÍSTICA EXPERIMENTAL

Comité Particular

Asesor principal: ______________________
M.C. Emilio Padrón Corral

Asesor: ______________________
M.C. Félix de Jesús Sánchez Pérez

Asesor: ______________________
M.C. Roberto Coronado Niño

Asesor: ______________________
M.C. Mario Alfredo Benítez Mandujano

____
DR. Jerónimo Landeros Flores
Subdirector de Postgrado

Buenavista, Saltillo, Coahuila Mayo de 2003

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a Dios nuestro padre celestial por todas las oportunidades que me ha brindado en el transcurso de mi vida.

A la Universidad Juárez Autónoma de Tabasco por el gran apoyo que me ha dado desde mi formación como estudiante Universitario y actualmente como Profesor-Investigador de la misma, a todo el personal Docente y Administrativo de la Extensión Universitaria de los Ríos, muy especialmente al Ing. Raúl por su gran apoyo en la realización de la obtención de los datos, a Gilberto, Alfredo, Héctor, Mateo, Enrique, José Luis, Arely por ser grandes compañeros y amigos y por tener siempre una gran confianza en mi persona, a mi gran amiga y comadre Sandra por sus oraciones, a Martita por ser tan buena, amable y unas de las mejores secretarias, a todos mis alumnos por su respeto y cariño demostrado.

A la Universidad Autónoma Agraria Antonio Narro, en especial al Departamento de Estadística y Cálculo por la oportunidad que me brindaron en realizar mis estudios de Maestría, al personal Administrativo y de confianza que labora en el Departamento.

A mis compañeros de clase, Julio, Israel, Claudia, Edgar, Ana y por supuesto a mi gran amigo José Fernando por su compañía y comprensión.

A mis grandes amigos y compañeros de Saltillo Iván, Roberto, Jorge y Juan Carlos por que siempre estuvimos unidos en las buenas y en las malas y por que siempre tuvimos por que convivir, a Doña Simona y Lolita por que me dieron la oportunidad de vivir en su casa.

Agradezco a mis asesores y grandes Maestros, Emilio, Félix y Roberto por que sin sus sabias enseñanzas no hubiera podido enfrentar esos problemas matemáticos y reales, al Dr. Rolando Cabazos por que su gran paciencia en esos días de clases que siempre tuvo hacia mi persona por último no puedo dejar de reconocer la gran labor del M.C. Mario Benítez por ser mi asesor externo para la realización de este trabajo, a todos ellos mis sinceros agradecimientos.

DEDICATORIAS

A mis padres, VICTOR FRIAS CONCHA (+) Y MARIA REYES FRIAS DIAZ a quienes debo mi superación y cuyo mayor anhelo fue el progreso intelectual de sus hijos.

A mis hermanos Elsa, Elmer, Bartolo, Rocío, Víctor, Maribel y Jacqueline por su gran apoyo en esos momentos de angustia y su constante motivación en mi superación intelectual, muy especialmente a Elsa por ser un pilar en el que siempre he podido sostenerme y seguir apilando hacia arriba, al M.C Guillermo por sus grandes consejos los cuales me han llevado hasta el gran lugar que ocupo hoy en día.

A mis adorados sobrinos Omar, Cristian, Leidy, Jesús Alberto, Francisco, Elmer Adrián, Anisol, Jimmy, Joel, Jonder y Julissa con amor y como estimulo de superación.

A mis cuñados y cuñadas que forman parte de esa mi gran y fuerte familia, gracias por formar parte importante de nosotros y darme el orgullo de tener tan excelentes sobrinos y sobrinas, a todos y cada uno de ellos mil gracias.

COMPENDIO

CAPTURA-MARCADO-RECAPTURA DE CICLIDOS DE IMPORTANCIA COMERCIAL EN LA LAGUNA DE SAN MARCOS, TENOSIQUE, TABASCO

POR

ROGER ARMANDO FRIAS FRIAS

MAESTRO EN CIENCIAS

ESTADÍSTICA EXPERIMENTAL

UNIVERSIDAD AUTONOMA AGRARIA ANTONIO NARRO

BUENAVISTA, SALTILLO COAHUILA MAYO 2003

M.C. EMILIO PADRÓN CORRAL -Asesor-

Palabras clave: Ciclidos, Captura-Marcado-Recaptura, Laguna, Mojarra, estimación.

En el presente trabajo se definirán dos diferentes métodos de captura-marcado-recaptura mismos que serán aplicados para estimar la abundancia de peces en la Laguna de San Marcos perteneciente al municipio de Tenosique, Tabasco, en donde el área de estudio se estratificara como técnica de muestreo aplicada a este método.

ABSTRACT

CAPTURE-MARK-RECAPTURE OF CICLIDOS OF COMERCIAL IMPORTANCE IN THE LAGOON OF SAN MARCOS, TENOSIQUE, TABASCO

BY

ROGER ARMANDO FRIAS FRIAS

MASTER OF SCIENCE

EXPERIMENTAL STATISTICS

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA AGRARIA ANTONIO NARRO

BUENAVISTA, SALTILLO COAHUILA MAY 2003

M.C. EMILIO PADRÓN CORRAL - Advisor-

Key words: Ciclidos, Capture-Mark-Recapture, Lagoon, Mojarra, Estimation.

In the present work will be defined two different same methods of Capture-Mark-Recapture that they will be applied to consider the abundance of fish in the Lagoon of San Marcos pertaining to municipality of Tenosique, Tabasco in where the study area one stratified like technique of sampling applied to this method.

ÍNDICE DE CONTENIDO

	Página
INDICE DE CUADROS	x
INDICE DE FIGURAS	xi
1. INTRODUCCIÓN	1
OBJETIVOS DEL TRABAJO	3
2. REVISIÓN DE LITERATURA	4
DESCRIPCIÓN DE LAS ESPECIES PETENIA SPLENDIDA, CICHLASOMA UROPHTHALMUS, OREOCHROMIS MOSSAMBICUS	5
DESCRIPCIÓN TENGUAYACA	5
IMPORTANCIA COMERCIAL	6
DISTRIBUCIÓN GENERAL	6
DISTRIBUCIÓN LOCAL	7
DATOS DE SU PESCA	7
DESCRIPCIÓN TILAPIA ROJA	8
IMPORTANCIA COMERCIAL	9
DISTRIBUCIÓN GENERAL	9
DISTRIBUCIÓN LOCAL	9
DATOS DE SU PESCA	10
DESCRIPCIÓN CASTARRICA	11
IMPORTANCIA COMERCIAL	12
DISTRIBUCIÓN GENERAL	12
DISTRIBUCIÓN LOCAL	12
DATOS DE SU PESCA	13

Página

3.RESULTADOS PRELIMINARES........................ 14

METODO PARA DETERMINAR LA ABUNDANCIA: CAPTURA- MARCADO-RECAPTURA................ 15

ESTIMADOR DE PETERSEN....................... 16

CALCULO DE VARIANZA PARA LA ESTIMACIÓN DE PETERSEN.................................. 20

4.MODELOS PROBABILISTICOS DONDE SE BASAN LOS METODOS DE ESTUDIOS............................ 24

MÉTODO DE CHAPMAN Y JUNGE.................... 24

NOTACIÓN............................. 24

MODELOS.............................. 26

SUPOSICIONES......................... 27

ESTIMADOR DEL TOTAL POBLACIONAL.......... 29

MODELO ALTERNATIVO................... 31

SUPOSICIONES......................... 32

ESTIMADOR DEL TOTAL POBLACIONAL......... 33

CONSISTENCIA......................... 34

5.VARIANZAS Y COVARIANZAS DE LOS ESTIMADORES..... 40

VARIANZA DE $\hat{N}_1$........................ 40

VARIANZA DE $\hat{N}_{ij}$........................ 46

6.MATERIALES Y MÉTODOS........................ 50

ÁREA GENERAL........................... 50

CLIMA............................... 50

GEOLOGÍA............................ 51

Página

HIDROLOGÍA.............................. 51

VEGETACIÓN Y FAUNA....................... 52

ACTIVIDAD ECONOMICA...................... 52

ÁREA O PARCELA DE ESTUDIO.................... 53

MATERIALES................................ 54

METODOS.................................. 55

7.RESULTADOS.................................. 60

MÉTODO DE PETERSEN........................... 62

MÉTODO DE CHAPMAN Y JUNGE.................. 64

8.DISCUSIONES.................................. 72

9.CONCLUSIONES................................. 74

10.LITERATURA CITADA.......................... 76

INDICE DE CUADROS

Número	Descripción	Página
7.1.	Datos de la Captura-Marcado en las tres estaciones de estudio primera etapa..................................	60
7.2.	Datos de la Captura-Recaptura en la segunda.................................	61
7.3.	Datos de las Capturas-Marcado-Recapturas.	66

INDICE DE FIGURAS

Figura	Descripción	Página
2.1.	MOJARRA TENGUAYACA (*PETENIA SPLENDIDA*)..	7
2.2.	TILAPIA (*OREOCHROMIS MOSSAMBICUS*).........	10
2.3.	MOJARRA CASTARRICA(CICHLASOMA UROPTHALMUS)	13

1. INTRODUCCION

La mayor parte de las magnitudes que aparecen en la investigación pesquera no pueden ser observadas o medidas directamente para el conjunto de la población; por ejemplo, es virtualmente imposible medir todos los peces que existen en una laguna o un río. Se hace preciso examinar una parte o muestra de la población para deducir las características que la definen.

El método de Captura-Marcado-Recaptura es usado para Estimar la abundancia, además puede proveer información adicional a la abundancia como las tasas de nacimiento, muerte y migración.

Una característica importante a considerar es si la población es abierta o cerrada. Una población cerrada no cambia de tamaño durante el periodo de estudio, es decir, se desprecian los efectos de nacimientos, muertes y migración.

La suposición requerida de que los animales marcados y no marcados tengan la misma probabilidad de ser capturados, puede variar de individuo a individuo; grandes investigadores como Peterson, Cormack, Jolly, Leslie, Seber y otros han desarrollado pruebas para determinar las desviaciones de esta suposición.

De esta manera, dada la gran importancia que adquiere el muestreo de poblaciones animales, en el presente escrito se describe un método práctico de captura-marcado-recaptura adaptado sólo para usarse con dos muestras que simultáneamente estimarán el tamaño y otros parámetros poblacionales aún cuando no se cumpla la condición de igual capturabilidad para los peces en la Laguna de San Marcos, en el Municipio de Tenosique, Tabasco. Este método emplea la técnica de estratificar el área en donde se encuentra la población en estudio, con el objeto de homogenizar en todos los individuos la probabilidad de pertenecer a la segunda muestra.

Objetivo del Trabajo

El objetivo principal de este trabajo de investigación es el de estimar la abundancia de peces de la laguna de San Marcos del Municipio de Tenosique, Tab., Utilizando el método de Captura-Marcado-Recaptura, así como presentar la teoría en la que se sustenta dicho método específicamente los Métodos propuestos por Petersen y Chapman y Junge, a partir de la estratificación del área de estudio.

Utilizando datos reales se ilustrará la teoría de los métodos descritos, con el fin de que si alguien se interesa sólo en los aspectos aplicados lo revise directamente sin depender del resto del material.

2.REVISIÓN DE LITERATURA

En general estudio sobre abundancia de peces y factores que afectan abundancia en el Estado de Tabasco y de manera particular del Municipio de Tenosique hasta el momento no se tiene registro alguno, sin embargo es preciso describir las especies en estudio, así como su importancia comercial, su distribución general, local y los datos más actuales sobre su pesca.

De esta manera se darán los créditos a aquellos investigadores que en el área de la acuacultura han cultivado el acervo bibliográfico conocido hasta este momento en esta parte importante de México.

Se empezara mencionando nombre científico, común y nombre que se propone para su registro, aclarando que este último es una variable dependiendo de quien realiza y toma la investigación en sus manos.

<u>Descripción de las Especies *Petenia Splendida, Cichlasoma urophthalmus, Oreochromis mossambicus*</u>

NOMBRE CIENTÍFICO: *Petenia Splendida.*

NOMBRE COMÚN: *Tenguayaca.*

NOMBRE QUE SE PROPONE PARA SU REGISTRO:

MOJARRA TENGUAYACA.

Descripción

Pez dulceacuícola que alcanza hasta 40 cm de longitud y 1.5 kg de peso; cuerpo alto y comprimido, boca grande, terminal y protráctil, presenta un solo par de oberturas nasales en la cabeza, con la línea lateral interrumpida; Una sola aleta dorsal continua formada por una porción espinosa y otra de radios, anal similar a la dorsal pero más corta, aleta caudal redondeada.

El cuerpo es grisáceo con tintes amarillentos en la porción media, sobre todo por el opérculo y las mejillas; de 6 a 7 bandas transversales negras muy visibles, acentuándose este color en la parte media del cuerpo, una mancha redondeada de color negro intenso bordeada de amarillo en la mitad superior del péndulo caudal, numerosas manchas pequeñas, de color negro sobre las mejillas, opérculo y frente a las pectorales; aleta -

-dorsal, caudal y anal con el borde distal amarillo y manchas negras en la base, en las membranas interradiales, pectorales y pélvicas amarillentas.

Adultos y juveniles se encuentran en ríos, zonas pantanosas y lagunas de aguas quietas y con abundante vegetación sumergida. Es carnívora, alimentándose principalmente de peces e invertebrados, ocasionalmente ingieren algo de restos de vegetales, un ejemplar que pesó 243 gr tuvo 3,652 huevecillos. Según Torres y Bermeo (1991) la época de reproducción es de abril a junio

Importancia Comercial

Es una mojarra de gran talla, con carne excelente, por lo que tiene una gran aceptación como alimento. Se expende fresca y frita.

Distribución General

Habitante característico del Usumacinta, se distribuye desde el sureste de México, hasta Centroamérica.

Distribución Local

Según Torres y Bermeo (1991) es muy común en todo el Estado de Tabasco sobre todo en lagunas y ríos y en lugares denominados popales(Figura 2.1).

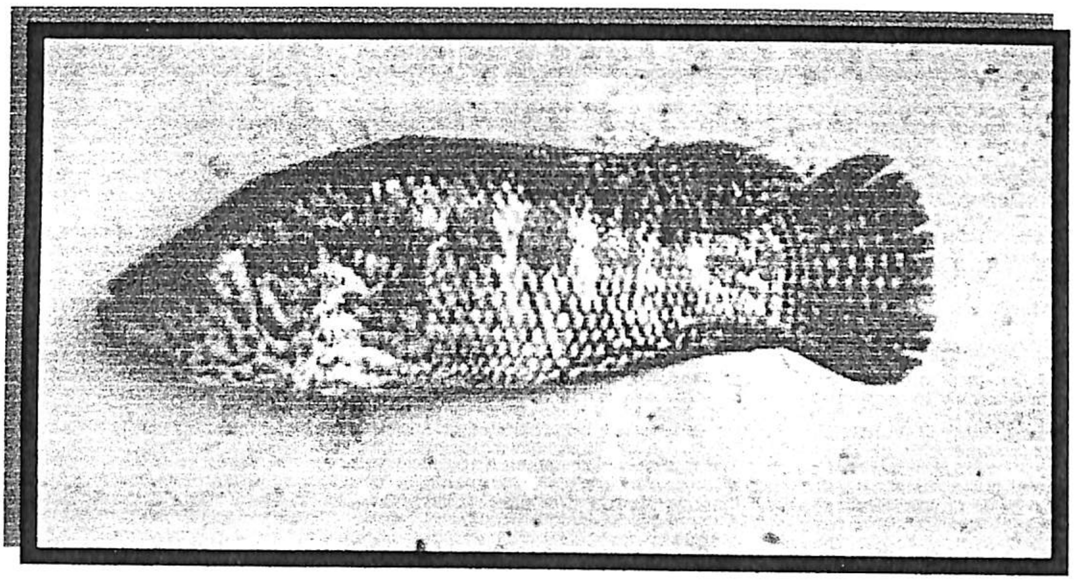

Figura 2.1 Mojarra tenguayaca (*Petenia splendida)*

Datos de su Pesca

Es capturada abundantemente de enero a Junio y escasamente de Julio a Diciembre, con redes agallera de hilo de seda, atarrayas con luz de malla desde siete punto seis hasta 11.5 cm, también por medio de anzuelos, principalmente en cayucos al remo, cayucos con motor y lanchas de fibra de vidrio con motor; el tamaño más frecuente de captura es de 35 cm.

NOMBRE CIENTÍFICO: *Oreochromis mossambicus*

NOMBRE COMUN: *Tilapia Mosambica*

NOMBRE QUE SE PROPONE PARA SU REGISTRO:

TILAPIA ROJA.

Descripción

Peces de agua dulce de cuerpo comprimido y alto, con orificios nasales simples, uno a cada lado de la cabeza. Aleta dorsal con 15 a 16 espinas y 10 a 12 radios; anal con tres a cuatro espinas y nueve a 11 radios y 14 a 19 branquespinas en la rama inferior del primer arco branquial. Poseen 29 a 33 escamas en la línea literal lateral. El color del cuerpo va de rojo claro a rojo oscuro con el borde de la aleta dorsal color rosa: cabeza oscura y la porción ventral algo más clara en el macho. Vientre amarillo. Aleta caudal roja o rosada. Ojos de color amarillo. El perfil frontal fuertemente cóncavo en el macho y leve en la hembra. Sus hábitos alimenticios son plantófagos.

Importancia Comercial

Por su rápido crecimiento y su fácil adaptabilidad al medio; esta tilapia tiene notable importancia comercial en todo el país, expendiéndose fresca o en filetes congelados.

Distribución General

Especie originaria de África donde está ampliamente distribuida, se ha extendido considerablemente en el mundo, incluyéndose Asia Menor, algunas partes de la India y Ceilán, Israel y la región del Jordán. En América, se distribuye por el Norte, Centro y el Sur de nuestro continente.

Distribución Local

Según Morales (1974) es de muy amplia distribución en México en donde parece haberse introducido por primera vez junto con otras especies, en 1964, de un lote procedente de Auburn, Alabama, EUA, llevado a la Estación Piscícola de Temascal, Oaxaca(Figura 2.2).

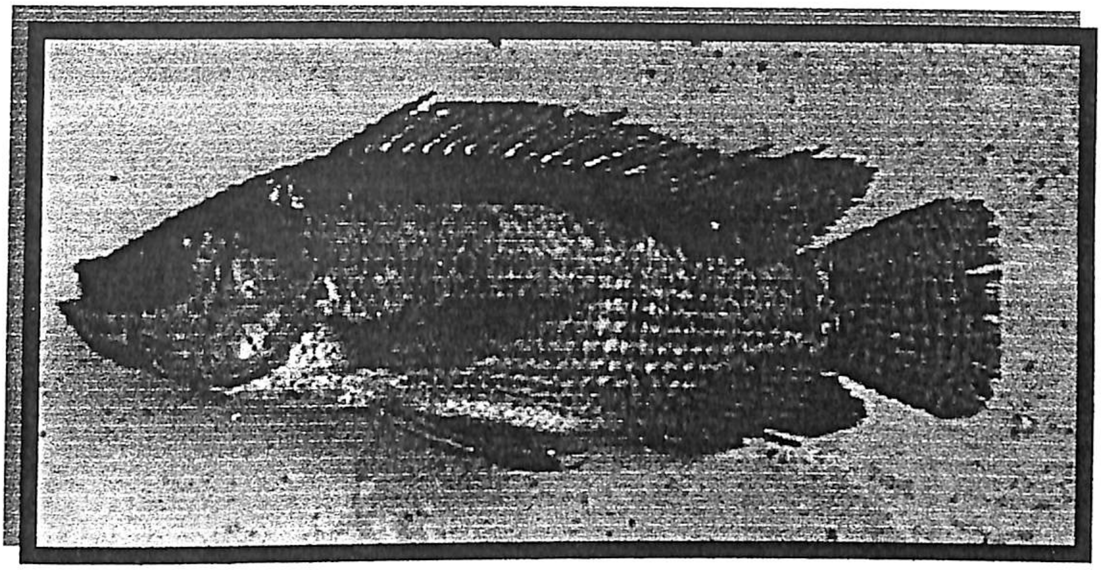

Figura 2.2. Tilapia Roja (*Oreochromis mossambicus*)

Datos de su Pesca

Debido a su amplia distribución, es muy difícil tener cifras aproximadas de su pesca, pero es común comprarla fresca o frita en los mercados de la ciudad de Villahermosa, donde su consumo ya es muy popular.

NOMBRE CIENTÍFICO: *Cichlasoma urophthalmus.*

NOMBRE COMUN: *Castarrica.*

NOMBRE QUE SE PROPONE PARA SU REGISTRO:

CASTARRICA

Descripción

Es un pez dulceacuícola que alcanza más de 30 cm de longitud y más de 400 gr de peso. Cuerpo alto y comprimido, un solo par de orificios nasales en la cabeza, mandíbulas con dientes en forma de conos; el par central de dientes en la mandíbula superior es más grande que los demás, la línea lateral es interrumpida, tiene una sola aleta dorsal y una anal, la aleta caudal es redondeada.

El color del cuerpo varía de castaño rojizo a verde violáceo, con siete bandas transversales azul obscuro o azul verdoso y una mancha de igual color en la base de la cola. La cabeza es verdosa mientras que la garganta y el pecho, son rojizos.

Aleta dorsal, caudal y anal son verdes y su borde es rojo. La dorsal presenta pequeñas manchas redondeadas de color rojo. Las pectorales son amarillas.

Importancia Comercial

Es de las mojarras más abundante, tiene buen sabor y gran demanda en los mercados locales donde se ofrece fresca, raras veces también congelada y frita en postas.

Distribución General

Desde la porción media del estado de Veracruz, el sureste de México, norte de Oaxaca, Tabasco, Campeche, Yucatán, ríos de Quintana Roo, hasta Centroamérica en Belice, Guatemala, Honduras y Nicaragua.

Distribución Local

En las lagunas y ríos del Estado de Tabasco, sobre todo, en áreas de popales (Figura, 2.2).

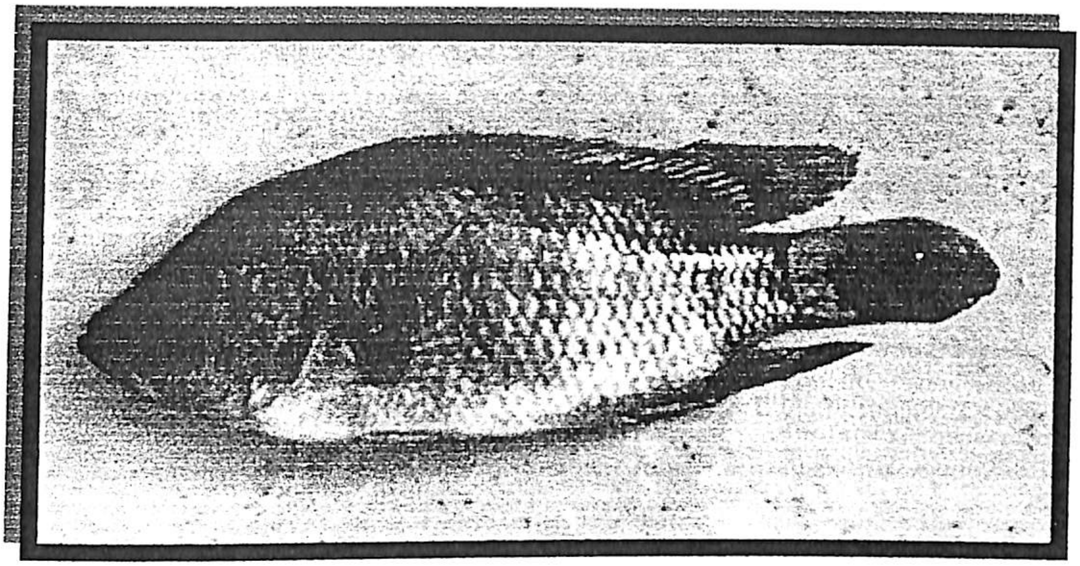

Figura 2.3. Mojarra Castarrica(*Cichlasoma urophthalmus*)

Datos de su pesca

Para la captura de esta especie se usa en mayor proporción cayucos y en menor proporción lanchas de fibra de vidrio. Las artes de pesca que se emplean son la red agallera, atarraya y líneas de anzuelos. Se capturan durante todo el año, solo que la temporada de mayor abundancia comprende de febrero a junio y la captura mínima es de septiembre a diciembre. La talla predominante en las capturas comerciales varía de 20 a 25 cm.

3. RESULTADOS PRELIMINARES

Los métodos de Captura-Marcado-Recaptura permiten estimar el tamaño de una población y antes de comenzar con su descripción es pertinente mencionar qué se entiende por población biológica y dónde se insertan estos métodos dentro de la gran variedad de técnicas que existen para estimar abundancias.

Una población puede definirse como el grupo de organismos de la misma especie que ocupa un mismo espacio en un momento determinado. La población es una unidad de estudio muy relevante dentro de la acuacultura y en muchos casos es importante conocer su tamaño. Esta característica poblacional se ve afectada por la natalidad, mortalidad y migración principalmente. La abundancia puede ser medida en dos formas: densidad absoluta y densidad relativa, en la primera es el número de organismos por unidad de área o volumen mientras que en la segunda es la densidad de una población en relación con la otra.

La densidad absoluta puede ser obtenida por censos o conteos totales utilizados principalmente para plantas u organismos sésiles o susceptibles a enumerarse en un momento determinado; otra forma de obtenerse es por muestreo ya sea con el uso de cuadrantes o por el método de captura-marcado-recaptura.

Método para Determinar la Abundancia: Captura-Marcado-Recaptura

El tamaño de una población puede ser estimado mediante la captura y marcaje de individuos que son posteriormente liberados. A continuación se realiza una muestra aleatoria para conocer la fracción de organismos marcados y estimar el tamaño de la población con argumentos de proporcionalidad. Este método general sirve de base a las técnicas conocidas como de captura-recaptura para estimar abundancias absolutas de organismos.

Este simple principio fue utilizado en 1662 por John Graunt para estimar el tamaño de la población londinense y fue C.G.J. Petersen quien en 1896 lo utiliza con fines biológicos para estimar el tamaño de peces.

Estimador de Petersen

El método simple de captura-marcado-recaptura con únicamente dos muestras ha sido muy usado para estimar el tamaño poblacional animal. Según Petersen (1896) él fue el primero en introducirlo a la literatura biológica con sus estudios del pez platija y más tarde según Scattegood (1954) este fue propuesto por Lincoln (1930) para estimar el número de aves.Pero, según Le Cren (1965) señala que pudo haber sido Dahl (1919) el primero en usar el método para estimar el total poblacional y no Petersen.

Según Seber (1970) el procedimiento que se sigue para estimar el tamaño de la población se describe de la siguiente forma: Considerando una población animal cerrada de tamaño N, esto es, una población que permanece constante en tamaño durante el periodo experimental en donde los cambios debido a nacimientos, muertes, inmigración, emigración, etc. son negligibles. Una muestra aleatoria de tamaño n_1 es tomada de la población, marcando cada animal y retornándolos al seno de la misma.

Después de tiempo suficiente para que se mezclen los animales marcados con los no marcados de una manera homogénea, se obtiene una segunda muestra aleatoria de tamaño n_2, entre estos habrá m_1 animales marcados y m_2 no marcados. Entonces, si es supuesto que todos los individuos tengan la misma probabilidad p de ser un miembro de la segunda muestra (en lo sucesivo llamada "Capturabilidad"), m_1 tiene la distribución hipergeométrica.

$$\Pr(m_1) = \frac{\begin{bmatrix} n_2 \\ m_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N - n_2 \\ n_1 - m_1 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} N \\ n_1 \end{bmatrix}} \quad \max\{0, N-(n_1 + n_2\} \leq m_1 \leq n_2.$$

Si n es el número de animales no marcados en la población para el tiempo de la segunda muestra. Entonces

$$N = n_1 + n \qquad (3.1)$$

y

$$n_2 = m_1 + m_2 \qquad (3.2)$$

Suponiendo que la proporción muestral de marcados $\left(\frac{m_1}{n_2}\right)$ es en promedio representativa de la proporción desconocida poblacional de marcados $\left(\frac{n_1}{N}\right)$, podemos igualar las dos y obtener el estimador de N, a saber

$$\frac{m_1}{n_2} = \frac{n_1}{N} \qquad (3.3)$$

por lo tanto

$$\hat{N} = \frac{n_1 n_2}{m_1} \tag{3.4}$$

Sustituyendo (3.1) y (3.2) en (3.3), y arreglando, se llega

$$\frac{m_1}{n_1} = \frac{m_2}{n} \tag{3.5}$$

La proporción de animales marcados que son esperados a ser capturados correspondientes al promedio de sus capturabilidades, y similarmente para animales no marcados. Por lo tanto, el promedio de capturabilidad de los animales marcados es igual al de los no marcados, es equivalente a uno. De aquí, p es estimada por $\hat{p} = \frac{m_1}{n_1}$ y n por $\frac{m_2}{\hat{p}} = \frac{n_1 m_2}{m_1}$. Denotaremos este estimador por $\hat{n}_p$ y nos referiremos a él como el estimador de Petersen, aunque este nombre es usualmente dado a

$$\widehat{N} = \frac{n_1 n_2}{m_1} = n_1 + \hat{n}_p \tag{3.6}$$

el cual es el estimador del tamaño poblacional.

Este método de estimación del tamaño de una población se llama estimación por captura y recaptura en dos muestras. Otros nombres son: Capturas con señas o marcas, método de Petersen o índice de Lincoln. El método se basa en las siguientes suposiciones:

- La población es *cerrada*: ningún pez entra o sale de la laguna en el intervalo entre las dos muestras. Esto significa que N siempre es la misma para cada muestra.

- Cada muestra de peces es una muestra aleatoria simple de la población. Esto significa que cada pez tiene la misma probabilidad de inclusión en una muestra; esto no ocurre, por ejemplo, que los más pequeños o menos saludables tengan más posibilidades de ser capturados, Además no existen "peces ocultos" en la población, imposibles de atrapar.

- Las dos muestras son independientes. Los peces marcados de la primera muestra se vuelven a mezclar en la población, de modo que el estado de marcación de un pez no está relacionado con la probabilidad de que se seleccione en la segunda muestra.

En esta forma sencilla, la captura y recaptura es un caso particular de la estimación de cocientes del total de una población y podemos utilizar esta idea para cuando las muestras y las poblaciones son grandes.

Cálculo de Varianzas para la Estimación de Petersen. Si tomamos la idea de analizar el método como un simple caso de estimación de cocientes del total de la población observamos que:

Sea n_1 el tamaño de la primera muestra, n_2 el tamaño de la segunda muestra y m_1 la cantidad de peces marcados, atrapados en la segunda muestra.

Sean

$y_i = 1$ para cada pez en la laguna.

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{Si el pez i esta marcado.} \\ 0 & \text{Si el pez i no esta marcado.} \end{cases}$$

Entonces estimamos $N = t_y = \sum_{i=1}^{N} y_i$ como

$\hat{t}_{yr} = t_x \hat{B}$, donde $t_x = \sum_{i=1}^{N} x_i = n_1$

y $\hat{B} = \frac{y}{x} = \frac{n_2}{m}$. Esta estimación de cocientes esta dada por,

$$\hat{N} = \hat{t}_{yr} = \frac{n_1 n_2}{m_1} \qquad (3.7)$$

Es también la estimación de máxima verosimilitud.

Al aplicar la estimación de varianza para la segunda muestra aplicando la ecuación siguiente:

$$\hat{V}(\hat{B}) = \left(1 - \frac{n}{N}\right)\frac{S_e^2}{n\bar{x}_U^{\,2}} \qquad (3.8)$$

Que es la estimación de cocientes del total de una población, donde si no se tiene $\bar{x}_U$ se puede tomar $\bar{x}_s$ que es la media muestral, y si ignoramos la corrección para poblaciones finitas,

$$\hat{V}(\hat{N}) = t_x^{\,2}\hat{V}(\hat{B}) = \left(\frac{n_1 n_2}{m_1}\right)^2 \left(\frac{n_2 - m_1}{m_1(n_2 - 1)}\right) \qquad (3.9)$$

Sin embargo, al ser una estimación de cociente, $\hat{N}$ es sesgado y el sesgo puede ser muy grande en las aplicaciones de la vida salvaje con tamaños pequeños de muestras.

De hecho, es posible que la segunda muestra conste totalmente de animales no marcados, haciendo infinita la estimación en (3.7). Chapman (1951) propone la estimación menos sesgada

$$\tilde{N} = \frac{(n_1+1)(n_2+1)}{m_1+1} - 1 \qquad (3.10)$$

Según Seber (1970) una estimación de la varianza de $\tilde{N}$ es

$$\hat{V}(\tilde{N}) = \frac{(n_1+1)(n_2+1)(n_1-m_1)(n_2-m_1)}{(m_1+1)^2(m_1+2)} \qquad (3.11)$$

Las estimaciones (3.10) y (3.11) frecuentemente se emplean en aplicaciones a la vida salvaje.

Muchos investigadores han construido intervalos de confianza para el tamaño de la población utilizando

$$\hat{N} \pm 1.96\sqrt{\hat{V}(\hat{N})} \qquad \text{o} \qquad \tilde{N} \pm 1.96\sqrt{\hat{V}(\tilde{N})}$$

Según Fienberg (1972) las estimaciones del total poblacional de una especie debe analizarse por tablas de contingencias incompletas, sin embargo este punto no lo revisaremos en esta investigación.

4. MODELOS PROBABILISTICOS DONDE SE BASAN LOS METODOS DE ESTUDIO.

El presente capítulo tiene por objeto dar a conocer la teoría sobre la que se apoyan los estimadores propuestos por Chapman y Junge.

Método de Chapman y Junge

Este método centra su teoría al caso cuando **s=t**, mientras que para **s>t** o **s<t** sólo sugiere usar ciertas suposiciones que se expondrán más adelante, con el fin de obtener una posible estimación del tamaño total poblacional.

Notación

La siguiente notación, con unas pocas adiciones, es la que uso Darroch(1961). Donde el Subíndice i referirá a los **s** estratos primera-muestra y el subíndice j a los **t** estratos.

Sea:

$\mathbf{N_{ij}}$: Número de individuos que están en el i -ésimo estrato y en el j-ésimo estrato, de la población.

$\mathbf{a_{ij}}$: Número de individuos marcados en el i-ésimo estrato y el j- ésimo estrato, de los **a** individuos marcados.

$\mathbf{b_{ij}}$: Número de individuos del i-ésimo estrato y del j-ésimo estrato en la muestra.

$\mathbf{c_{ij}}$: Número de individuos marcados, liberados en el i-ésimo estrato y posteriormente recobrados en la muestra del j-ésimo estrato (**i,j** = 1,2,3,....,**s**).

$\mathbf{a_{i.}}$: $\sum_{j=1}^{s} a_{ij}$ Número de individuos marcados y liberados en el i-ésimo estrato.

$\mathbf{b_{.j}}$: $\sum_{i=1}^{s} b_{ij}$ Número de individuos muestreados en el j-ésimo estrato.

Las N_{ij}, $N_{.j}$, y $N_{..}$ (El tamaño total de la población) son considerados como parámetros, las $a_{i.}$, $b_{.j}$, como parámetros conocidos, las a_{ij} y b_{ij} son variables aleatorias no observables mientras que las c_{ij} son las variables aleatorias observadas. Es supuesto que todos los parámetros sean positivos.

Sea $\mathbb{C}$ una matriz de orden $s \times s$ teniendo en la i-ésima fila y j-ésima columna c_{ij}, $i,j = 1,2,,\ldots s$; designemos por $|\mathbb{C}|$ el determinante de $\mathbb{C}$, y sean

$$a' = (a_{1.}, a_{2.}, \ldots, a_{s.}),$$
$$b' = (b_{.1}, b_{.2}, \ldots, b_{.s}),$$
$$\left(\frac{\hat{N}}{b}\right)' = \left(\frac{\hat{N}_{.1}}{b_{.1}}, \frac{\hat{N}_{.2}}{b_{.2}}, \ldots, \frac{\hat{N}_{.s}}{b_{.s}}\right).$$

Modelo.

Nuestro modelo puede ser ideado a partir de δ urnas, donde la urna i contiene $N_{i.}$ bolas de las cuales $a_{i.}$ han sido marcadas usándose una diferente marca en cada urna.

Después de mover las bolas marcadas en cada urna, un número desconocido de bolas (posiblemente cero) son colocadas en cada una de las otras (δ -1) urnas. Luego de este proceso, $\mathbf{N}_{\cdot j}$ es el número de bolas en la j-ésima urna y $\mathbf{N}_{ij}$ es el número de éstas que fueron originalmente de la i-esima urna. Después de mover otra vez las bolas en cada urna, una muestra de $\mathbf{b}_{\cdot j}$ bolas es tomada de la j-ésima urna; de éstas $\mathbf{c}_{ij}$ son las que han sido marcadas originalmente en la i-ésima urna. De los valores conocidos $\mathbf{a}_{i\cdot}$, $\mathbf{b}_{\cdot j}$, y $\mathbf{c}_{ij}$ se desea estimar el número total de bolas de las δ urnas, es decir,

$$\mathbf{N}_{..} = \sum_{i=1}^{s} \mathbf{N}_{i.} = \sum_{j=1}^{s} \mathbf{N}_{.j} \qquad (4.1)$$

Suposiciones.

A continuación se definirán las suposiciones que se necesitan hacer para la determinación de alguna estimación.

Suposición 3.1. La mínima suposición posible que puede ser fabricada es

$$E\left[c_{ij} \,|\, a_{ij}, b_{ij}\right] = \frac{a_{ij} b_{ij}}{N_{ij}} \qquad \text{para toda } \mathbf{i}, \mathbf{j}.$$

Este valor esperado ocurriría si una muestra aleatoria es tomada en el interior del ij-ésimo subestrato.

Sin embargo, un modelo construido sobre la suposición 3.1 sería inadecuada para dar una estimación de $N_{..}$, pués él implica $3s^2$ incógnitas (a_{ij}, b_{ij}, N_{ij}) y sólo hay s^2 variables aleatorias observables (c_{ij}) más $2s$ condiciones auxiliares $\left(\sum_j a_{ij} = a_{i.} \;, \sum_i b_{ij} = b_{.j}\right)$para determinar éstas. La información es inadecuada, excepto en el caso **s=1**, así que es necesario hacer más suposiciones tratando ahora de relacionar los diversos subestratos.

Suposición 3.2. La suposición que se propone para enlazar los subestratos, es la siguiente:

$$E\left[b_{ij}\right] = \frac{b_{.j}N_{ij}}{N_{.j}}$$

Para toda i,j con distribución de a_{ij} arbitraria.

La suposición 3.2. se cumple si las bolas $b_{.j}$ son tomadas de la $N_{.j}$ en al j-ésima urna por un procedimiento aleatorio de muestreo.

Basándose en lo expuesto, es posible postular la siguiente suposición:

$$E\left[c_{ij} \middle| a_{ij}\right] = \frac{a_{ij} b_{.j}}{N_{.j}} \qquad \text{para toda } i,j.$$

Es importante señalar que la suposición 3.3. será satisfecha únicamente si 3.1 y 3.2 lo son.

Por otro lado, la importancia de la suposición 3.3 radica que puede ser cumplida aunque no se mezclen las bolas antes de la redistribución; en otras palabras, la validez del procedimiento no depende de alguna suposición sobre el comportamiento de los animales después de marcados dentro de sus respectivos estratos o del efecto de marcado sobre el patrón emigratorio, siempre que se utiliza un procedimiento de muestreo aleatorio.

Estimador del total poblacional.

Se deriva una estimación sólo basada en suposiciones 3.1, 3.2 ó 3.3, para el parámetro del total poblacional, esto es, haciendo

$$E\left[\sum_{j=1}^{s} c_{ij}\frac{N_{.j}}{b_{.j}}\right] = a_{i.} \qquad i=1,2,3,\ldots,s \qquad (4.2)$$

El conjunto de ecuaciones:

$$\sum_{j=1}^{s} c_{ij}\frac{\hat{N}}{b_{.j}} = a_{i.} \qquad i=1,2,\ldots s \qquad (4.3)$$

Forman un sistema de **s** ecuaciones con **s** incógnitas, y tienen solución única siempre que $|\mathbb{C}| \neq 0$. La estimación de $\mathbf{N}_{..}$ es entonces simplemente la suma de las $\hat{N}_{.j}$. La solución de (4.3) y la estimación de $\mathbf{N}_{..}$ son expresadas en notación matricial:

$$\left(\frac{\hat{N}}{b}\right) = \mathbb{C}^{-1}\mathbf{a} \qquad (4.4)$$

$$\hat{N}_1 = \mathbf{b}'\mathbb{C}^{-1}\mathbf{a} \qquad (4.5)$$

Si la estratificación es ignorada, entonces el estimador de $\mathbf{N}_{..}$ es

$$\hat{N}_2 = \frac{a_{..}b_{..}}{c_{..}} \tag{4.6}$$

Que resulta ser igual a (3.6).

Para finalizar esta subsección, es oportuna la transcripción de la estimación propuesta por Schaeffer (1951) que con la notación anterior esta dada por:

$$\hat{N}_3 = \sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{s}\left(\frac{a_{i.}b_{.j}c_{ij}}{c_{i.}c_{.j}}\right) \tag{4.7}$$

Aunque en la derivación de este estimador es necesario agregar algunas otras suposiciones.

Modelo Alternativo

Se presenta ahora un procedimiento alternativo para estimar el tamaño poblacional. Para ello, se parte de las suposiciones expuestas anteriormente.

Suposiciones

Una característica peculiar de los experimentos que consideran estratificación en dos direcciones, es que presentan posibilidades de doble operación, es decir, es razonable postular una suposición más:

Suposición 3.4. Con distribución de $\mathbf{b}_{ij}$ arbitraria se establece que

$$E\left(a_{ij}\right) = \frac{a_{i.}N_{ij}}{N_{i.}} \qquad \text{para toda } i,j.$$

Las ideas expuestas anteriormente tienen la suficiente importancia para garantizar la siguiente suposición.

Suposición 3.5. Las suposiciones 3.1 y 3.4 juntas implican un paralelo a 3.3, a saber:

$$E\left(c_{ij} \middle| b_{ij}\right) = \frac{a_{i.}b_{ij}}{N_{i.}} \qquad \text{para toda } \mathbf{i,j}.$$

Es importante observar que la suposición 3.3 requiere que, sobre el promedio, en la muestra de tamaño $\mathbf{b}_{.j}$ de la población $\mathbf{N}_{.j}$, los varios grupos marcados sean proporcionalmente representativos. La suposición 3.5 binaria hace la misma demanda, pero trata al grupo marcado como la muestra y la posterior recobrada como la propiedad de ser marcada. Este hecho hace que la suposición 3.5 sea menos práctica, en el sentido de que requiere predicción del comportamiento futuro de los animales marcados.

Estimador del total poblacional.

De 3.5, se puede generar un conjunto de ecuaciones para producir estimaciones de los $\mathbf{N}_{i.}$, esto es,

$$\sum_{l=1}^{s} c_{lj} \frac{\hat{N}_{l.}}{a_{l.}} = b_{.j} \qquad (j=1,2,\ldots,s) \qquad \textbf{(4.8)}$$

por lo tanto

$$\hat{N}_{l} = \sum_{l=1}^{s} \hat{N}_{l.} = a'(c')^{-1}b = b'c^{-1}a \qquad (4.9)$$

Que es el mismo estimador derivado con el primer modelo.

Consistencia

La consistencia de un estimador, es generalmente analizada cuando se propone un diseño de muestreo. Decimos que, una estimación $\hat{N}_{.j}$ de $N_{.j}$ es consistente si satisface para todo $\varepsilon>0$ lo siguiente:

$$\lim_{b_{.j}\to\infty} p\left(\left|\hat{N}_{.j} - N_{.j}\right| > \varepsilon\right) = 0$$

Es decir, incrementando el tamaño de la muestra suficientemente, el estimador converge estocásticamente al parámetro.

Claramente, por este criterio se tendrá que un buen estimador sería aquel que posee la propiedad de consistencia. Sin embargo, según Cochran (1976) un estimador inconsistente no necesariamente es inútil, ya que puede dar una precisión satisfactoria cuando $\mathbf{b}_{.j}$, comparada con $\mathbf{N}_{.j}$, es pequeña.

A continuación se analizará esta propiedad en relación con los estimadores propuestos en 3.1.2, 3.1.3 y 3.1.4.

En este sentido el método está especializado a satisfacer esta demanda, siempre que el muestreo sea uniforme sobre el área de estudio y cada miembro de la población tenga igual oportunidad de captura.

Suposición 3.8. El estimador $\hat{N}_2$ definido en a ecuación (4.6), es consistente del total poblacional definido en la ecuación (4.1).

Demostración:

Por condiciones especificas en suposición 3.7,

$\frac{\hat{N}_2}{N_{..}}$ converge en probabilidad a $$\frac{a_{..}b_{..}}{\sum_{j=1}^{s}\frac{a_{.j}b_{.j}N_{..}}{N_{.j}}}=\frac{\pi}{\sum_{j=1}^{s}a_j\pi_j}$$

donde, $a_j=\frac{a_{.j}}{a_{..}}$, $\pi=\frac{b_{..}}{N_{..}}$ para a_{ij} arbitraria, y

de aquí también $a_{.j}$, $\left(\frac{\pi}{\sum_{j=1}^{s}a_j\pi_j}\right)=1$ si sólo si

$\pi_j=\pi$ ó $\frac{b_{.j}}{N_{.j}}$ es la misma para todos los estratos, esto es, si el muestreo es proporcional al tamaño de la poblacional en todos los estratos.

Así $\hat{N}_2 = N_{..}$ y la suposición queda demostrada.

Es necesario hacer notar que el estimador $\hat{N}_2$ puede ser " ilógico" cuando $\frac{b_{.j}}{N_{.j}}$ varia con **j** . Es trivial demostrarlo con ejemplos numéricos; tal es el caso cuando **s** = 2, $a_{1.} = a_2 = b_{.1} = b_{.2}$ y todos los animales emigran del estrato uno al estrato dos durante el experimento, excepto aquellos marcados en estratos uno. Entonces se puede ver que

$$\hat{N}_2 = \frac{(2a_{1.})(b_{..})}{b_{.1} + c_{22}} = \frac{(2a_{1.})^2}{a_{1.} + c_{22}} \leq 2a_{..}$$ para todo c_{22} observado.

Este es un ejemplo patológico, pero tal vez no es tan ilusorio que pueda presentarse. La emigración al estrato dos puede ser el comportamiento normal, pero es completamente posible que el marcaje produzca comportamiento anormal, tal cómo el de seguir una emigración. En cualquier caso, parece indeseable usar un estimador que pueda ser engañoso, incluso para grandes muestras, a menos que haya una razón buena para suponer que ha ocurrido un muestreo proporcional.

Suposición 3.9. $\hat{N}_3$ definido en la ecuación (4.7) es consistente del total poblacional definido en (4.1).

Demostración:

Debido a condiciones especificadas en la suposición 3.7. $\frac{\hat{N}_3}{N_{..}}$ converge en probabilidad a

$$\sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{s}\frac{a_{ij}a_{i.}b_{.j}}{a_{.j}\sum_{j}a_{ij}\left(\frac{b_{.j}}{N_{.j}}\right)N_{..}}$$ que es igual a uno para $\mathbf{a_{ij}}$ arbitraria, siempre que $\frac{b_{.j}}{N_{.j}}=\pi_j$ es constante, esto es, que se tenga muestreo proporcional en todos los estratos, con lo cual $\hat{N}_3 = N_{..}$ quedando demostrada la suposición.

Al igual que $\hat{N}_2$, el estimador $\hat{N}_3$ puede resultar no necesariamente consistente y, de hecho, puede ser " absurdo".

Suposición 3.10. El estimador definido en la ecuación (4.9) es consistente del total poblacional en (4.1).

Demostración:

Se considerará que $a_{i.}$, $N_{i.} \to \infty$, $\frac{a_{i.}}{N_{i.}} \to \tau_i$ y que,

$\frac{c_{ij}}{b_{ij}}$ tiende en probabilidad a $\frac{E\left[\frac{c_{ij}}{b_{ij}}\right]}{b_{ij}}$; por

suposición 3.5, $\frac{E\left[\frac{c_{ij}}{b_{ij}}\right]}{b_{ij}} = \frac{a_{i.}}{N_{i.}} = \tau_i$.

Bajo estas condiciones, $\frac{\hat{N}_1}{N_{..}}$ converge en probabilidad a 1, entonces $\hat{N}_1$ es un estimador consistente en $\hat{N}_{..}$ demostrando así la suposición.

Suposición 4.1. La distribución de las $\mathbf{a_{ij}}$ y la distribución condicional de las $\mathbf{c_{ij}}$ dado $\mathbf{a_{ij}}$ son multinomiales con esperanza dada por las ecuaciones 4.3 y 4.4 respectivamente.

En este proceso no haremos las correcciones por muestreo finito. Es ahora, elemental deducir la varianza de cada $\mathbf{c_{ij}}$ trabajando con esperanzas condicionales. En efecto,

$$\sigma^2(c_{ij}) = \frac{a_{i.}b_{.j}N_{ij}}{N_{i.}N_{.j}}\left[1+\frac{\left(b_{.j}-1\right)\left(1-\frac{N_{ij}}{N_{i.}}\right)-\frac{(a_{i.})(N_{ij})}{(N_{i.})(N_{ij})}}{N_{.j}}\right] \tag{5.1}$$

Tambien,

$$\sigma(c_{kj}c_{lj}) = -\frac{b_{.j}a_{k.}a_{l.}N_{kj}N_{lj}}{N_{k.}N_{l.}N^2_{.j}} \qquad k \neq l, \tag{5.2}$$

y

$$\sigma(c_{kj}c_{lj}) = 0 \quad , \quad i \neq j \tag{5.3}$$

De los teoremas sobre diferenciación de matrices,

$$\frac{\partial \hat{N}_1}{\partial c_{kl}} = b'c^{-1}I_{kl}c^{-1}a \quad , \tag{5.4}$$

Donde I_{kl} es la matriz con unos en el **k**-ésimo lugar y ceros en los otros. Esto se reduce a

$$\frac{\partial \hat{N}_1}{\partial c_{kl}} = \left(\sum_j b_{.j}\frac{\psi_{kj}}{|c|}\right)\left(\sum_i \frac{\psi_{il}}{|c|}a_{i.}\right) \quad , \tag{5.5}$$

Siendo $|c|$ el determinante de c , ψ_{ij} el signado cofactor de c_{ij} . Bajo suposición 3.6 y sustituyendo $E[c_{kl}]$ por c_{kl}, se puede ver que

$$\frac{\partial \hat{N}_1}{\partial c_{kl}} = \frac{(N_{k.})(N_{.l})}{(a_{k.})(b_{.l})} \tag{5.6}$$

Ahora, como de costumbre, términos de segundo orden y más altos en la expansión en series de Taylor de N_1 pueden ser negligibles en el límite, esto es, como $a_{i.}, b_{.j}, N_{i.} \to \infty$. Entonces la varianza asintótica de N_1 es fácilmente calculada, está dada por:

$$\sigma^2(\hat{N}_1)=\sum_{ij}\frac{N_{ij}N_{i.}N_{.j}}{a_{i.}b_{.j}}\left[1+\frac{(b_{.j}-1)\left(1-\frac{N_{ij}}{N_{i.}}-\frac{a_{i.}N_{ij}}{N_{i.}N_{.j}}\right)}{N_{.j}}\right]-\sum_{jkl}\frac{N_{kj}N_{lj}}{b_{.j}} \tag{5.7}$$

Desgraciadamente, desde un punto de vista matemático, bajo las condiciones establecidas, la ecuación (5.7) podría ser infinita. Sin embargo, los requerimientos matemáticos de rigor pueden cumplirse considerando la varianza asintótica de $\frac{\hat{N}_1}{N_{..}}$. El segundo término en esta varianza seria mucho menor que el primero.

De hecho, en muchas de las aplicaciones la aproximación

$$\sigma^2(\hat{N}_1)=\sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{s}\frac{N_{ij}N_{i.}N_{.j}}{a_{i.}b_{.j}} \tag{5.8}$$

sería suficiente.

Cabe citar que bajo la suposición 4.1, se observa que, para el caso de muestras grandes con $\frac{a_{i.}}{N_{i.}}\to 0$, $\frac{b_{.j}}{N_{.j}}\to 0$, pero $\frac{a_{i.}b_{.j}}{N_{i.}}$, $\frac{a_{i.}b_{.j}}{N_{.j}}$ permaneciendo finito, la $\hat{N}_1$

es un estimador de máximo verosímil. Nuevamente, en esta situación no se espera que exista un estimador insesgado de $\mathbf{N}_{..}$, ya que cada estimación tendrá una función no lineal de los $\mathbf{C}_{ij}$.

Además, cuando se hace la suposición 4.1 se establecen objeciones, a saber, ¿qué procedimiento práctico de muestreo puede dar observaciones muestrales que cumplan este requerimiento?.

Se indicó que la uniformidad de muestreo sobre las subáreas o bien uniformidad de comportamiento dentro de los subestratos podría ser suficiente para asegurar las condiciones a fin de que $\hat{\mathbf{N}}_1$ sea consistente. Sin embargo, la suposición 4.1 requiere aún más, esto es, que el patrón de emigración de los animales no sea afectado por el marcamiento y que las emigraciones tomadas por diferentes miembros sea independiente uno de otro. Consecuentemente, es difícil visualizar una situación realista donde haya una información previa que 4.1 es un hecho razonable. Por lo tanto, el experimentador comienza hacer cualquier prueba posible sobre los datos para determinar si estos son compatibles con esta suposición.

Un método de análisis es, dividir cada uno de los **s** grupos de marcados de tamaño $\mathbf{a_{i.}}$ Aleatoriamente en $\mathbf{q_i}$ subgrupos $\mathbf{a_{ir}}$ ($\mathbf{r}$= 1, 2, ..., $\mathbf{q_i}$). Entonces, sí la suposición 4.1 es válida,

$$E\left[c_{ij}\right] = \frac{(a_{i.r})(b_{.j})(N_{ij})}{(N_{i.})(N_{.j})} = (\pi_{ij})(a_{i.r})(b_{.j})$$

y por cada **i**, **j**, se puede hacer una prueba χ^2 de homogeneidad . De aceptarse esta hipótesis, no confirma la validez de la suposición 4.1, pero si permite sostener el análisis basado sobre ella.

De lo contrario, si la hipótesis de homogeneidad es rechazada por la prueba χ^2 , para uno o varios subgrupos, el experimentador hará bien en suponer que la formula (5.7) no da la varianza de $\hat{N}_1$. Para deducir otra formula se requerirá hacer otras suposiciones sobre las distribuciones de las variables aleatorias implicadas.

Varianzas de $\hat{N}_{ij}$

Si es permisible hacer la suposición 4.1 y además, por sencillez, que $\frac{a_{i.}}{N_{i.}} \to 0$, $\frac{b_{.j}}{N_{.j}} \to 0$ entonces por métodos similares a 5.1, se puede deducir las varianzas asintóticas (**V.A**) de las $\hat{N}_{i.}$, $\hat{N}_{.j}$, $\hat{N}_{ij}$.

Sea

$$\eta = \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} & . & . & . & N_{1s} \\ N_{21} & N_{22} & . & . & . & N_{2s} \\ N_{31} & N_{32} & . & . & . & N_{3s} \\ . & . & . & . & . & . \\ N_{s1} & N_{s2} & . & . & . & N_{ss} \end{bmatrix}$$

, η_{kj} el señalado cofactor de η_{kj} en η . Entonces

$$V.A\left(\frac{\hat{N}_{.j}}{N_{.j}}\right) = \frac{1}{|\eta|^2}\sum_{k}\sum_{l}\frac{\eta^2{}_{kj}N_{kl}N_{k.}N_{.l}}{a_{k.}b_{.l}}, \qquad (5.9)$$

$$V.A\left(\frac{\hat{N}_{ij}}{N_{ij}}\right)=\frac{1}{|\eta|^2}\sum_k\sum_l\frac{\left(\eta_{kj}+\eta_{il}\right)^2 N_{kl}N_{k.}N_{.l}}{a_{k.}b_{.l}}+\frac{N_{i.}N_{.j}}{a_{i.}b_{.j}}\left[\frac{1}{N_{ij}}+\frac{4\eta_{ij}}{|\eta|}\right] \qquad (5.10)$$

Es interesante destacar que la condición

$$N_{ij}\alpha N_{i.}N_{.j}\,, \qquad (5.11)$$

es importante tanto en el aspecto biológico como de su efecto sobre la estimación problema, ya que presupone que los animales se mezclan "independiente" en los diferentes estratos. Bajo las restricciones señaladas, es fácil construir una prueba de esta hipótesis. Para ello, además se considera que las c_{ij} serán asintóticamente normales, teniendo covarianzas cero asintóticamente y que éstas son independientes. Así, con las restricciones que $a_{i.}$ y $b_{.j}$ relativamente pequeñas con relación a $N_{..}$, una prueba aproximada de la hipótesis del completo mezclamiento independiente, es decir que la ecuación (5.11) esta basada sobre la estadística

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{s}\sum_{j=1}^{s} \frac{\left(c_{ij} - \frac{a_{i.}b_{.j}}{\hat{N}_2}\right)^2}{\frac{a_{i.}b_{.j}}{\hat{N}_2}}, \tag{5.12}$$

donde $\hat{N}_2 = \frac{a_{..}b_{..}}{c_{..}}$.

Se puede emplear una prueba χ^2 para probar la hipótesis que el marcado es proporcional en los diferentes estratos, es decir,

$$H_0 : \frac{b_{.j}}{N_{.j}} = \pi_j = \pi \qquad \text{para} \quad j=1,2,3,\ldots,s.$$

En efecto, bajo H_0 ,$E\left[\frac{c_{ij}}{a_{ij}}\right] = \pi a_{ij}$ así que $E\left[c_{i.}\right] = \pi a_{i.}$.

También, usando la suposición 4.1 con $\mathbf{a}_{ij}$ relativamente pequeña $N_{.j}\sigma^2(c_{i.}) = a_{i.}(\pi - \pi^2)$. Si esta $\mathbf{H_0}$ es cierta, podemos estimar por

$$\hat{\pi} = \frac{\sum_j b_{.j}}{\hat{N}_2} = \frac{b_{..}}{\hat{N}_2}$$

Así, la estadística $\chi^2_{(s-1)}$ es

$$\sum_{i=1}^{s} \frac{\left(c_{i.} - \frac{a_{i.} b_{..}}{\hat{N}_2}\right)^2}{a_{i.}\left[\frac{b_{..}}{\hat{N}_2} - \left(\frac{b_{..}}{\hat{N}_2}\right)^2\right]} \qquad (5.13)$$

La prueba para el marcado se obtiene permutando **a** y **b** en esta fórmula.

6. MATERIALES Y METODOS

Área General

El área de estudio se encuentra ubicada en el municipio de Tenosique, Tabasco; el cual representa el siete punto seis porciento de la superficie del Estado; se localiza entre 17° 40′ al Norte, al Sur 17° 15′ de latitud Norte, al Este 91° 00′ y al Oeste 91° 38′ de longitud Oeste.

Clima.

Según el Cuaderno Estadístico Municipal Instituto Nacional de Estadística Geografía e Informática INEGI (2001) correspondiente al municipio de Tenosique, Tab. , se presentan climas de tipo cálido húmedo con lluvias todo el año (**A_f**) y cálido húmedo con abundantes lluvias en verano (**A_m**). La temperatura promedio anual es de 29.0 C con oscilaciones térmicas anuales de cuatro punto ocho grados centígrados.

La temperatura mínima ocurre en diciembre y las máximas entre mayo y junio. La precipitación anual alcanza un promedio total anual de 2052.5 mm, con valores mínimos entre febrero y mayo y máximas en agosto y septiembre.

Geología

Los afloramientos sedimentarios derivan de la era cenozoica y mesozoica. La estratigrafía geomorfologíca representa el predominio de los suelos aluviales Q (al); arenisca del tipo T (ar), y depósitos sedentarios de caliza del tipo T (c2).

Hidrológica

El municipio de Tenosique se encuentra ubicado en la región de Grijalva-Usumacinta (RH30) formando parte de la cuenca del Río Usumacinta (A) con una superficie de 71.96 porciento de la superficie municipal.

Dentro de los cuerpos de agua existentes en la Región, destacan principalmente: Laguna Canitzán con una superficie de 510.10 ha, Laguna Grande con una 417.20 ha, Laguna El Copo con 145.00 ha, Laguna San Marcos con 150.00 ha, Laguna Estapilla con 128.90 ha, Laguna el Maíz con 107.70 ha. y Laguna Chica con una superficie de 107.7 ha.

Vegetación y Fauna

Cuenta con algunas áreas de selva perennifolia con más de 30 m de altura; esta vegetación ha sido de una tala intensiva a favor de la ganadería, principalmente. Tenosique, famoso en la región por sus maderas preciosas y tintóreas, tiene una superficie boscosa aproximada de 5000 ha, en donde se encuentra cedro, caobas y maculís, entre otras variedades.

Constituye uno de los últimos refugios de la fauna tropical del país, ya que sobreviven el venado, el lagarto, el tucán, el armadillo, el mono, el tepezcuintle, el puerco de monte, entre otras variedades.

Actividad Económica

En el municipio de Tenosique las principales actividades económicas a la que se dedica la población es a la agricultura, ganadería y pesca, está básicamente de auto consumo y actualmente existen asociaciones dedicadas al cultivo en pequeña escala; de repoblamiento (extensivo) y semi-intensivo (jaulas flotantes); entre otras actividades de manejo acuícola.

Área o Parcela de Estudio

El área o parcela de estudio se encuentra ubicada a 20 km del municipio de Tenosique, Tab., es una comunidad llamada San Marcos con una población total de 236 personas; representando el cero punto cuatro porciento de la población total del municipio, se localiza entre 17° 25′ al norte, al sur 17° 18′de latitud norte, al Este 91° 24′ y al Oeste 91° 30′ de longitud oeste.

Sus principales actividades son la ganadería, la agricultura y la pesca, representando esta última una de las actividades más importante en la comunidad, ya que representa una fuente principal de empleo desarrollándose conjuntamente entre la población formando así la Asociación de Pescadores de San Marcos, misma que tiene aproximadamente cerca de 6 años de creación y en donde los pobladores encuentran una fuente de trabajo para la manutención de su familia.

San Marcos cuenta con los principales servicios que presta el municipio, como son agua potable, energía eléctrica, servicio de salud y educación la población económicamente activa está formada por 70 pobladores con edades que oscilan entre 15 y 49 años o más, no se tienen registros exactos de la productividad que esta comunidad realiza en la pesca, sin embargo el presente trabajo pretende entre sus objetivos determinar este potencial económico.

Materiales

En esta pesquería, se definió como unidad de pesca a un equipo físico y humano, formado por seis embarcaciones (lancha) de aproximadamente cuatro a seis metros de eslora, con motores de 25 a 40 caballos de fuerza, operada cada una por dos o tres pescadores, de igual forma se utilizaron cayucos como medios auxiliares de la pesca con medidas de aproximadamente tres a cuatro metros de eslora.

Se utilizó además un máximo de 1200 m de red agallera, la cual tenía un promedio de tres punto cinco metros de altura por 150 m de longitud por paño, La malla autorizada por los pescadores de la laguna fue de 14 cm de nudo a nudo.

Así mismo se requirió de tinas plásticas con capacidad de 500 litros, como fuente alternativa para colocar y manejar los peces capturados, tres balanzas granatarias de 0.01gr a 3000gr, tres ictiómetros, así como también potenciómetros ysi; oxímetros, conductímetros y discos de Secche para la obtención de datos de registro, además de 1000 marcas operculares y dorsales respectivamente. El personal humano fue de 30 personas distribuidos en las tres estaciones de estudio, se requirió además de una cámara fotográfica para la toma de la experimentación. Por último fueron utilizados 800 litros de combustible los cuales se distribuyeron en las embarcaciones utilizadas, así como también en dos vehículos que se utilizaron para la transportación del personal y del equipo utilizado.

Métodos

Los muestreos fueron realizados en febrero y marzo de 2003 en la Laguna de San Marcos , la captura fue realizada exclusivamente para cliclidos de importancia comercial entre ellos destacaron la Tenguayaca (*Petenia Splendida*), mojarra Castarrica (*Cichlasoma urophthalmus*) y la Tilapia (*Oreochromis mossambicus*), estos organismos fueron capturados con redes agalleras de 1'' x 5 x 200 -

-apoyados con lanchas de fibra de vidrio y motores fuera de borda. Se realizaron entre las primeras horas de la mañana, es decir, entre las cuatro a seis de la madrugada, esto debido a que la temperatura del agua en esas horas es ideal para el manejo de las especies.

Para la aplicación del método de muestreo se estratificó el área de estudio en tres unidades de muestreo o llamadas estaciones de muestreo, mismas que se consideraron con extensiones de 50 ha cada una.

En cada una de las estaciones se colocaron dos lanchas con motores fuera de borda y 10 personas que manejarían los materiales y las capturas de los peces, así mismo el material necesario para las mediciones y observaciones a realizarse, se procede a lanzar las redes en la laguna a una hora exacta para las tres estaciones procurando con esto que las especies no huyan del área de estudio por el movimiento de las aguas; hecho esto y considerando que las redes se colocaron a lo ancho de la laguna se procedió a hacer el levantamiento de las mismas transcurrido un tiempo determinado por los pescadores del área el cual no sobrepaso las tres horas después de colocar las redes.

Al comenzar a hacer el levantamiento de las redes, se procedió a desprender de las mismas los peces que se encontraban atrapados y colocarlos en la tina de plástico de 500 litros de agua la cual estaba llena con la misma agua de la laguna, procurando mantener igual temperatura y demás características importantes.

Al mismo tiempo se tomaban de la tina los peces capturados y se procedió a márcalos en forma opercular o dorsal, para esto se fijaban estas marcas en la mandíbula, o cubierta de las agallas o cerca de las aletas pectorales teniendo cada estación diferentes numeraciones para el marcado de las especies; se hicieron medidas de importancia en la acuacultura como son, de talla y peso las cuales se registraron en cada estación para después colocarlas en una base de datos en general, marcados los peces y tomadas sus características por especies, se procedió a regresarlos a su habitad, para lo cual se tomaron en cuenta algunas consideraciones para liberar un pez capturado, de las cuales podemos mencionar: No agote totalmente al pez, trate de tocarlo lo menos posible. Si debe sostenerlo hágalo dentro del agua apoyándolo sobre la palma de su mano, sin apretarlo, no introduzca los dedos u objetos dentro de la cavidad de las branquias(agallas).

Si el pez se encuentra muy agotado se debe colocar enfrentando la corriente y moverlo hacia atrás y hacia delante de tal manera que el agua penetre por la boca y salga por las agallas. No debe golpearse ni lo arrojarse, simplemente dejar que escape por sus propios medios después de recuperarse.

Tomadas en cuentas esas recomendaciones y realizadas todas nuestras mediciones y toma de datos la captura se daba por terminada durante ese día de experimentación, retornando a la recaptura bajo las mismas condiciones en un plazo considerado de 45 días con respecto a la fecha de captura y marcado, en esta se procedió con mucha cautela, para garantizar la buena realización de los datos, recabando la información de las variables tomadas en la primera fase del experimento, anotando para ello el numero de marca de aquellos peces capturados y marcados por primera vez y tomando sus medidas de peso y talla para cada una de las especies en estudio.

Entre otros aspectos de estudios quizás de menor importancia para este trabajo de investigación se puede hacer mención que se hicieron tomas de la hidrología del agua de la laguna de San Marcos, destacando su transparencia, temperatura, oxígeno disuelto, pH, alcalinidad y dureza total.

Con eso finaliza el proceso de la experimentación la cual tuvo una duración en promedio de tres horas para la realización de las actividades mencionadas en cada etapa.

7. RESULTADOS

Aplicando el Método de Captura-Marcado-Recaptura y la técnica de estratificar el área de estudio, se obtuvo la siguiente información la cual se aprecia en el Cuadro 7.1., y en él presentamos las capturas-marcado de los peces durante la primera etapa de la experimentación.

Cuadro 7.1. Datos de la Captura-Marcado en las tres estaciones de estudio, primer etapa.

ESPECIE	ESTACIONES		
	ESTACIÓN 1	ESTACIÓN 2	ESTACIÓN 3
TENGUAYACA	48	48	25
CASTARRICA	52	63	39
TILAPIA	103	106	85
TOTAL	203	217	149

Las estratificaciones fueron hechas con respecto a especies y área y no al tiempo de captura. La población comprendió a todas las especies para lo cual los estratos **s**=**t**=3, el cual representa él numero de especies y el número de estaciones en estudio.

Antes de hacer ilustrativos los métodos propuestos para estimar abundancia ilustremos los datos obtenidos en la segunda etapa de la experimentación y los cuales resumimos en el Cuadro 7.2., presentando las capturas-recapturas y contabilizando aquellos peces que en la segunda muestra aparecen con marcas.

Cuadro 7.2. Datos de la captura-recaptura en la segunda etapa.

ESPECIE	ESTACIONES		
	ESTACIÓN 1	ESTACIÓN 2	ESTACIÓN 3
TENGUAYACA	3	1	2
CASTARRICA	2	1	1
TILAPIA	8	5	6
TOTAL	13	7	9

En esta segunda etapa la cual se realizó 45 días después de la captura-marcado de los peces se recapturaron un total de 298 peces en la estación uno, 245 peces en la estación dos y 210 peces en la estación 3, de los cuales aparecieron con marcas un total de 29 peces en las tres estaciones de estudio.

Ahora bien, apliquemos la fórmula propuesta por Chapman para estimar abundancia de población dada por la ecuación (3.10), esto es:

$$\tilde{N} = \frac{(n_1+1)(n_2+1)}{m_1+1} - 1 = \frac{(569+1)(753+1)}{29+1} - 1 = 14{,}325$$

La varianza propuesta para este estimador esta dada por la ecuación (3.11) la cual es:

$$\begin{aligned}\hat{V}(\tilde{N}) &= \frac{(n_1+1)(n_2+1)(n_1-m_1)(n_2-m_1)}{(m_1+1)^2(m_1+2)} \\ &= \frac{(569+1)(753+1)(569-29)(753-29)}{(29+1)^2(29+2)} \\ &= 5{,}787{,}589{,}392\end{aligned}$$

Sin embargo, al considerar esta estimación como una de cociente, tenemos que esta es sesgada y el sesgo puede ser grande en las aplicaciones a la vida salvaje con tamaños pequeños de muestras, por lo tanto analicemos las estimaciones para estos casos propuestas por Chapman y Junge.

Método de Chapman y Junge

Como se estableció en el capítulo tres, el método de Chapman y Junge utiliza un sistema de ecuaciones relacionado con los valores esperados de las frecuencias observadas para estimar los parámetros no conocidos, a saber

$$a_i = \sum_{j=1}^{s} c_{ij} \frac{\hat{N}_{.j}}{b_{.j}} \tag{7.1}$$

Para $i= 1,2,\ldots,s$ y en donde $a_{i.}$ (= a_i) es el número de individuos marcados liberados en el i-ésimo estrato y, de éstos, c_{ij} son capturados en el j-ésimo estrato; $b_{.j}$ es el número de individuos muestreados en el j-ésimo estrato y $\hat{N}_{.j}$ es el número estimado de individuos que están en el j-ésimo estrato. Recuérdese que (7.1) es nada más aplicable cuanto $s=t$, es decir, para el caso donde el número de estratos de la primera muestra es igual al número de estratos de la segunda muestra.

El sistema (7.1) en forma matricial puede expresarse como sigue,

$$a = \mathbb{C}\left(\frac{\hat{N}}{b}\right)$$

Donde

$$a' = (a_{1.}, a_{2.}, \ldots, a_{s.}) \qquad , \qquad b' = (b_{.1}, b_{.2}, \ldots, b_{.s})$$

$$\mathbb{C} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & . & . & . & c_{1s} \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ c_{s1} & c_{s2} & . & . & . & c_{ss} \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad \hat{N}' = (\hat{N}_{.1}, \hat{N}_{.2}, \ldots, \hat{N}_{.s})$$

Si $\mathbb{C}^{-1}$ existe, la estimación de $\mathbf{N}_{..}$ (el tamaño total poblacional) es entonces simplemente la suma de las $\hat{N}_{.j}$, esto es,

$$\hat{N}_1 = b'\mathbb{C}^{-1}a \qquad (7.2)$$

Luego entonces tenemos que para el caso realizado los datos son los que se presentan en el Cuadro 7.3., en donde los estratos son de igual tamaño.

Cuadro 7.3. Datos de las Capturas-Marcado-Recaptura

	c_{i1}	c_{i2}	c_{i3}	$c_{i.}$	$a_i - c_{i.}$	$a_i = a_{i.}$	$\frac{c_{i.}}{a_i}$
c_{1j}	3	1	2	6	115	121	0.0496
c_{2j}	2	1	1	4	150	154	0.0260
c_{3j}	8	5	6	19	275	294	0.0650
$c_{.j}$	13	7	9				
d_j	285	238	201				

A partir del Cuadro 7.3., se tiene que :

$$a' = (121,154,294) \quad , \quad b' = (298,245,210)$$

$$\mathbb{C} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 8 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$ y al realizar operaciones para la inversa de esta Matriz se tiene que:

$$\mathbb{C}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{4}{3} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{4}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{7}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

Por consiguiente, la estimación del tamaño total poblacional de los peces en la Laguna de San Marcos luego de realizar operaciones es:

$$\hat{N}_1 = \boldsymbol{b}'\mathbb{C}^1\boldsymbol{a} = 15{,}699.93$$

Por otra parte utilizando la fórmula:

$$\sigma^2(\hat{N}_1) = \sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{3}\frac{\hat{N}_{ij}\hat{N}_{i.}\hat{N}_{.j}}{a_{i.}b_{.j}}$$

calcularemos la varianza estimada de $\hat{N}_1$, que en forma matricial está dada por

$$\hat{\sigma}^2(\hat{N}_1) = A'\hat{\eta}B \tag{7.3}$$

Donde

$$A' = \left(\frac{\hat{N}_{1.}}{a_{1.}}, \frac{\hat{N}_{2.}}{a_{2.}}, \frac{\hat{N}_{3.}}{a_{3.}}\right) \quad , \quad B' = \left(\frac{\hat{N}_{.1}}{b_{.1}}, \frac{\hat{N}_{.2}}{b_{.2}}, \frac{\hat{N}_{.3}}{b_{.3}}\right)$$

$$y \qquad \hat{\eta} = \begin{bmatrix} \hat{N}_{11} & \hat{N}_{12} & \hat{N}_{13} \\ \hat{N}_{21} & \hat{N}_{22} & \hat{N}_{23} \\ \hat{N}_{31} & \hat{N}_{32} & N_{33} \end{bmatrix}$$

Ahora, de la ecuación (4.8) deducimos que:

$$A' = \left(\frac{\hat{N}^*}{a}\right)' = \left(\mathbb{C}'\right)^{-1} b$$

donde $\left(\hat{N}^*\right)' = \left(\hat{N}_{1.}, \hat{N}_{2.}, \ldots, \hat{N}_{s.}\right)$. Y sustituyendo los valores numéricos, se obtiene: $A' = (-87.33, 70.666, 52.333)$.

Similarmente, usando la ecuación (4.3) se tiene que:

$$B' = \left(\frac{\hat{N}}{b}\right)' = \mathbb{C}^{-1} a$$

realizando los cálculos encontramos:

$$B' = (147.666,\ \ 39.333,\ \ -180.666)$$

Empleando la expresión

$$\hat{N}_{ij} = \frac{c_{ij}\hat{N}_{i.}\hat{N}_{.j}}{a_{i.}b_{.j}}$$

se construye la $\hat{\eta}$, muy importante para estudios de emigración. Así, con la información del Cuadro 7.3., se obtienen las siguientes estimaciones:

$$\hat{\eta} = \begin{bmatrix} -38,678.01 & -3,434.950 & -15,778.103 \\ 20,869.931 & 2,779.506 & -12,766.943 \\ 61,822.430 & 10,292.069 & -56,728.762 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto al hacer sustituciones en la ecuación (7.3), obtenemos

$$\hat{\sigma}^2 = (\hat{N}_1) = 1,685,538,109$$

Este resultado parece indicar que existe mucha variabilidad en cuanto al número de peces por unidad de muestreo. Por consiguiente, seria interesante analizar si hubo muestreo proporcional en los diferentes estratos, es decir,

$$H_0 : \frac{b_{.j}}{N_{.j}} = \pi_j = \pi \qquad \text{para toda } \mathbf{j} = 1, 2, \ldots, \mathbf{s}.$$

Entonces, la prueba a utilizar es la dada por la siguiente ecuación:

$$X^2_{(s-1)} = \sum_{i=1}^{s} \frac{\left[c_{i.} - \frac{a_{i.} b_{..}}{\hat{N}_2} \right]^2}{a_{i.} \left[\frac{b_{..}}{\hat{N}_2} - \left(\frac{b_{..}}{\hat{N}_2} \right)^2 \right]}$$

que después de efectuar los cálculos se tiene como resultado:

$$X^2_2 = 3.143$$

Sin embargo por tabla se tiene que para 2 grados de libertad $\chi^2_{0.99} = 9.21$ de modo que aceptamos la hipótesis nula (H_0). En consecuencia, tiene sentido comparar $\hat{N}_1$ con $\hat{N}_2$ y $\hat{N}_3$, ya que éstos últimos darán información más confiable por cumplirse la hipótesis nula.

8. DISCUSIONES

La obtención del tamaño de la población de peces en la Laguna de San Marcos, podría ser discutible, ya que dependía de otras variables como el empleo de las artes de pesca, y que en este caso las redes agalleras son artes que dan excelentes resultados, sin embargo al utilizarlas en los muestreos de marcado provocan desviaciones en la estimación del tamaño de la población, debido a sus propiedades "selectivas ", en el sentido de que se capturan peces de tallas intermedias.

En relación con las varianzas estimadas, observamos que estas reportan mucha variación en cuanto al número de peces por unidad de muestreo. Pero, como bien indican Chapman y Junge (1956), el referirnos a una población de peces; es ésta de naturaleza propicia a que presente esta variabilidad, ya que muchas poblaciones de peces están compuestas de varios grupos de diferente magnitud y diferenciados por su localización.

Sin embargo, aun y que exista una gran variabilidad entre las varianzas encontradas en ambos métodos los encargados del estudio de los peces, opinan que para ser el primer intento por estimar el tamaño de la población los resultados son muy aceptables en su área, pero que sin embargo en lo sucesivo se tratarán de utilizar artes de pesca más sofisticadas para que se tengan muy poca variabilidad en las capturas.

9. CONCLUSIONES

Los aspectos prácticos de captura y recaptura se pueden describir de muchas formas, las técnicas especificas se podrían pasar por alto y los aspectos generales se plantearían de acuerdo a los problemas y las dificultades que presenten los estudios.

Cada estudio es único en sí mismo. Sólo es posible aplicar postulados de carácter general al trabajo de captura y recaptura. Concluyendo que un estudio no se puede diseñar sin el conocimiento profundo de las especies en cuestión; es decir a mayor conocimiento, mejor diseño y resultados más preciso.

Los métodos utilizados en la investigación si bien fueron planteados como una forma de estimar la abundancia de peces de la laguna requiere aún más de conocimientos referentes al área de estudio, sin embargo es de vital importancia este primer intento ya que con él se esperaran tener en un futuro mejores aplicaciones a esta área de estudio.

La presencia de sesgo en esta estimación puede subestimar (o sobreestimar) los valores, dicho sesgo se puede deber al modo en que se obtuvieron las fórmulas de los modelos, pero es más común que la causa se encuentre en una discrepancia entre el comportamiento del mundo real y la supuesta forma en que se comportará mediante los modelos.

Así, la confiabilidad y la exactitud no solo tienen un comportamiento estadístico, sino biológico. Una forma alternativa de interpretar los resultados de captura y recaptura en sus etapas es simular poblaciones ideales en una computadora y someterlas a un programa imaginario de muestreo.

10. LITERATURA CITADA

Agresti A. 1990. Categorical data analysis. Wiley. Nueva York. P. 23-38.

Begon M. 1989. Ecología Animal. Modelos de Cuantificación de Poblaciones. México. P. 1- -25.

Cochran W.G. 1976. Tecnicas de Muestreo. Continental. México. P. 123-167.

Chapman D.G. 1951. Some Properties of the hipergeometric distribution with applications to zoological census. Universidad de California (UC). P.23-78.

Dahl K. 1919. Studies of trout and trout water in Norway salm. Trout mag. P. 58-59.

Fienberg S.E. 1972. The multiple recapture census for closed populations and incomplete 2^k contingency tables. Biometrics. 46. P. 157-162.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTADISTICA GEOGRAFIA E INFORMATICA (INEGI). 2002. Cuaderno Estadístico Municipal. Tenosique 2001.México. P. 56-78.

Kirk M., W. 1990. Capture-Recapture Estimation in the presence of a Known sex ratio. Biometrics.46.P. 157-162.

Le Cren E.D.1965. A note on the history of mark-recapture population estimates. J. Anim. Ecol. 34. P. 453.454.

Lincoln F., C. 1930. Calculating waterfowl abundance on the basis of banding returns. Dept. Agric. P. 56-89.

Morales D., A. 1974. El cultivo de la tilapia en México. Datos Biológicos. Instituto Nacional De Pesca (INP).México. P.25.

Morales D,. A. 1991. La Tilapia en México. Biología, Cultivo y Pesquerías. AGT EDITOR. México. P. 166-170.

Sanchez P., F.1984. Discusión de dos Métodos para estimar el tamaño de las poblaciones animales. Tesis. Maestría. Colegio Superior de Agricultura Tropical. H. Cárdenas, Tabasco, México. P. 94.

Petersen C., G.J. 1896. The yearly inmigration of young plaice into limfjord from the german sea. Rept. Danish Biol. P.1-48.

Sharon L., L. 2000. Muestreo. Diseño y Análisis. International Thomson editores. México. P 383-391.

Scattergood L., W. 1954. In statistics and mathematics in biology. Chapman Hall. Londres. P. 234-239.

Seber G., A. 1970. The effects of trap response on tag recapture estimates. Biometrics. 26. P.13-22.

Torres G., R y A. Orozco B. 1991. Los peces en México. UAM. México. P. 191-205.

Wolter K.M. 1985. introduction to variance estimation. Springer-Verlag. Nueva York. P.256-267.