

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA AGRARIA ANTONIO NARRO

DIVISIÓN DE AGRONOMÍA



Predicción de volúmenes de fuste para *Pinus patula* Schl. et Cham. var. *longipedunculata* Loock en Santiago Textitlán, Oaxaca

Por:

RAÚL SILVA MALDONADO

TESIS

Presentada como Requisito Parcial para

Obtener el título de:

INGENIERO FORESTAL

Buenavista, Saltillo, Coahuila, México.
Agosto de 2002.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA AGRARIA ANTONIO NARRO

DIVISIÓN DE AGRONOMÍA

DEPARTAMENTO FORESTAL

Predicción de volúmenes de fuste para *Pinus patula* Schl et Cham var.
longipedunculata Loock en Santiago Textitlán, Oaxaca

Por:

RAÚL SILVA MALDONADO

TESIS:

Presentada como requisito parcial para obtener el título de:

INGENIERO FORESTAL

APROBADA

ASESOR PRINCIPAL

COORDINADOR DE LA DIVISIÓN
DE AGRONOMÍA

M.C. SALVADOR VALENCIA MANZO

M.C. REYNALDO ALONSO VELASCO

Buenavista, Saltillo, Coahuila, México.
Agosto de 2002

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA AGRARIA ANTONIO NARRO

DIVISIÓN DE AGRONOMÍA

DEPARTAMENTO FORESTAL

Predicción de volúmenes de fuste para *Pinus patula* Schl et Cham var
longipedunculata Loock en Santiago Textitlán, Oaxaca

POR:

RAÚL SILVA MALDONADO

TESIS:

Que somete a consideración del Comité Asesor, como requisito parcial para obtener
el título de:

INGENIERO FORESTAL

APROBADA

ASESOR PRINCIPAL

M.C. SALVADOR VALENCIA MANZO

ASESOR

ASESOR

Ph. D. ELADIO H. CORNEJO OVIEDO

ING. CELESTINO FLORES LÓPEZ

Buenavista, Saltillo, Coahuila, México.
Agosto de 2002

DEDICATORIA

A mis padres: Marcelo Silva Talledos e Isabel Maldonado Ramos, quienes me han dado el regalo más preciado que puede existir, la vida. Y porque con mucho esfuerzo y sacrificio me han dado amor y educación, por la confianza que han depositado en mi, por enseñarme con sus ejemplos a luchar para alcanzar las metas anheladas, por todo lo que incondicionalmente me han dado y que ahora me faltan palabras para agradecerles, por todo eso y más Gracias.

A mi esposa: María Magdalena Ramírez Vásquez. Por todo el amor, felicidad, cariño y comprensión que en todo momento me ha dado.

A mi hijo: Kennedy. Por ser la ternura y la alegría de la casa y se ha convertido en un motivo más para avanzar en el camino de la vida.

A mis hermanos: Evodia, por ser el ejemplo a seguir, y por su afecto incondicional; Emiliano, por sus consejos, confianza y apoyo en todo momento; Salvador, por su simpatía, amistad, afecto y cariño; y María por preocuparse en mi, por su apoyo incondicional. A todos ellos con cariño y afecto fraternal, por constituir parte fundamental de mi existencia.

A mis sobrinos: Arsy, Jaime, Eberth, Edel, Erick, Elizabeth, Elisa, Emiliano, Alba, Belen, Ivonne, Arely, Verónica, Diana, Viviana. Porque con sus sonrisas alegran nuestro gran hogar, son la esperanza y el futuro de la familia.

A mis cuñados (as): Jaime, Carmela, Imelda, Genaro, Rufina, Gloria, Emilio, Martha y Reyna. Por todo el apoyo incondicional, su valiosa amistad y gran aprecio.

A mi suegro: C. Agustín Ramírez Cerero. Con respeto y cariño

A mis compañeros y amigos de la generación XC de Ingenieros Forestales por su valiosa amistad y por todos los momentos que juntos compartimos.

AGRADECIMIENTOS

A todo el pueblo trabajador de México que con el pago de sus impuestos hace posible la existencia de universidades públicas.

A mi "ALMA TERRA MATER", LA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA AGRARIA "ANTONIO NARRO". Por ser la institución que me permitió realizar una importante meta de mi vida.

A los profesores y trabajadores del Departamento Forestal de la UAAAN por su valiosa amistad y apoyo brindado en mi formación profesional.

A la Unidad Especializada de Aprovechamiento Forestal Comunal "Zapoteca Cárdenas" de Santiago Textitlan, por el apoyo brindado para la realización del presente trabajo.

Al M.C. Salvador Valencia Manzo, por su disponibilidad, asesoría, y paciencia para el desarrollo del presente trabajo, su valiosa amistad y consejos, por sus palabras de aliento para concluir el presente trabajo.

AL Dr Eladio H. Cornejo Oviedo, por el apoyo brindado en las correcciones, por sus comentarios y aportaciones en el desarrollo del presente trabajo y sobre todo por su amistad.

Al Ing. Celestino Flores López, por sus valiosas aportaciones y comentarios, su disponibilidad para revisar el escrito, por la formación que recibí de su parte y por su gran amistad.

Al Ing. Maximino J. Cruz López., por todo el apoyo prestado en la toma de datos de campo, por su gran amistad y aprecio.

Al C. Felipe Marcos Osorio, por el apoyo brindado para la realización del presente trabajo.

A los CC. Virgilio Sánchez Martínez, Gabino López López y Alvaro Juárez Anaya, trabajadores de la U.E.A.F.C. "Zapoteca Cárdenas", Por su valiosa colaboración en la toma de datos de campo.

A todos y cada uno de aquellos que de alguna u otra manera hicieron posible la realización del presente trabajo.

ÍNDICE DE CONTENIDO

	Página
ÍNDICE DE CUADROS	iii
ÍNDICE DE FIGURAS	v
RESUMEN	vii
I INTRODUCCIÓN	
1	
1.1 Objetivos e hipótesis	2
II REVISIÓN DE LITERATURA	3
2.1 Cuadros o ecuaciones de predicción de volúmenes	3
2.1.1 Clasificación de cuadros de volumen	3
2.1.2. Elaboración de cuadros de volumen	5
2.1.3 Métodos para la construcción de cuadros de volumen	8
2.1.4 Elección de modelos	9
2.1.5 Prueba de modelos	10
2.2 <i>Pinus patula</i>	11
2.2.1 Distribución y ecología	12
III MATERIALES Y MÉTODOS	13
3.1 Descripción general del área de estudio	13
3.2 Metodología del estudio	14
3.2.1 Selección de la muestra	14
3.2.2 Registro de datos en campo	15
3.2.3 Cálculo de volúmenes individuales	15
3.2.4 Prueba y elección de modelos	16
3.2.5 Construcción de cuadros de volúmenes	19

ÍNDICE DE CUADROS

Página

Cuadro 1. Modelos aritméticos y logarítmicos de mayor uso en la predicción de volúmenes.	10
Cuadro 2. Distribución de los árboles muestra para todas las categorías de diámetro y categorías de altura total, para la elaboración del cuadro de volumen total (V1) de <i>Pinus patula</i> var <i>longipedunculata</i>	18
Cuadro 3. Distribución de los árboles muestra sin incluir categorías mayores de 60 cm de diámetro y categorías mayores de 45 m de altura total para la elaboración del cuadro de volumen total (V1scm) de <i>Pinus patula</i> var. <i>longipedunculata</i>	18
Cuadro 4. Distribución de los árboles muestra sin incluir categorías mayores de 60 cm de diámetro y categorías de altura total mayor de 45 m para la elaboración del cuadro de volúmenes sin tocón (V2scm)de <i>Pinus patula</i> var. <i>longipedunculata</i>	19
Cuadro 5. Mejores modelos de regresión para la predicción de volumen total (incluyendo tocón, fuste y punta) con todas las categorías diamétricas y de altura (V1) presentes en la muestra, con sus respectivos estadísticos.	21

Cuadro 6. Volumen total (incluyendo tocón, fuste y punta) (V1) con corteza (m³) de todas las categorías diamétricas (CD) y de altura para *Pinus patula* var. *longipedunculata* Loock en la Sierra Sur de Oaxaca. 26

Cuadro 7. Mejores modelos de regresión para la predicción de volumen total (incluyendo tocón, fuste y punta) sin incluir categorías de diámetro mayores de 60 cm y alturas mayores de 45 m (V1scm) con sus respectivos estadísticos. 27

Cuadro 8. Volumen total (incluye tocón, fuste y punta) (V1scm) con corteza (m³) sin categorías diamétricas mayores de 60 cm y categorías de altura mayores de 45 m para *Pinus patula* var. var *longipedunculata* *longipedunculata* en la Sierra Sur de Oaxaca. 29

Cuadro 9. Mejores modelos de regresión para volumen sin tocón (V2scm) sin considerar categorías diamétricas mayores de 60 cm y categorías de altura total mayores de 45 m. 33

ÍNDICE DE FIGURAS

Página

- Figura 1. Gráficas de distribución de residuales estudentizados del modelo $V=B_0+B_1DN^2h+B_2DN$, (probado para volumen total de todas las categorías V1); a) contra valores estimados de variable dependiente, b) contra valores de variables independientes. 23
- Figura 2. Gráfica de distribución de residuales estudentizados, del modelo de la variable combinada logarítmica, (probado para volumen total con todas las categorías de diámetro y altura V1); a) contra valores estimados de variable dependiente, b) contra valores de variables independientes. 24
- Figura 3. Gráficas de distribución de residuales estudentizados del modelo $V=B_0+B_1DN^2h+B_2DNh$, (para volumen total sin categorías de diámetro mayores de 60 cm y categorías de altura mayores de 45 m) a) contra valores estimados de variable dependiente, b) contra valores de variables independientes. 27
- Figura 4. Residuales estudentizados del modelo de la variable combinada logarítmica. (para volumen total sin categorías de diámetro mayores de

60 cm y categorías de altura mayores de 45 m) a) contra valores
estimados de variable dependiente b) contra valores de variables
independientes. 28

Figura 5. Gráfica de las diferencias de estimación de: cuadro de volumen
total de referencia (V1scm); cuadro volumen elaborado por el INIF;
volumen total con todas las categorías de la muestra (V1); cuadro de
volumen total de *Pinus patula* en Sierra Norte. 31

Figura 6. Gráfica de porcentajes que representan: el tocón, el fuste y la
punta con respecto al volumen total real. 34

I INTRODUCCIÓN

El estado de Oaxaca cuenta con una superficie de 219,543 hectáreas con bosque templado y bosque tropical, lo cual es equivalente al 2.5% del total nacional.

Del total de la superficie arbolada, el 24.1% se ubica en la región Sierra Norte, el 21.7% en la Sierra Sur y el 21.2%, se ubica en el Istmo dichas superficies en conjunto integran el 66.9% con respecto al total estatal (INEGI, 1997). Dentro de la región Sierra Sur se encuentran diversas especies forestales maderables, particularmente en la comunidad de Santiago Textitlán, se pueden encontrar especies como: *Pinus patula*, var. *longipedunculata* Schl. et Cham., *P. pseudostrobus* Lindl., *P. teocote* Schl. et Cham., *P. pringlei* Shaw, *P. oocarpa* Schiede y *P. ayacahuite*, Ehr. por mencionar algunas (U.E.A.F.C. "Zapoteca Cárdenas", 1998).

Para hacer el aprovechamiento forestal es indispensable conocer el volumen de los árboles que se aprovecharán antes de su derribo, para ello se deben realizar cuadros de predicción de volumen. Estos cuadros son considerados entre las herramientas básicas más importantes para los inventarios forestales, en los que se fundamenta la silvicultura y los métodos de ordenación (López, 1983; Santillán, 1986). Generalmente los cuadros de predicción de volumen que se utilizan en la actualidad fueron desarrollados para un grupo de especies y para grandes superficies (Aguilar, 1994). Por lo cual resulta de primordial importancia generar información que permita realizar estimaciones precisas de los volúmenes de madera por especie, ya que es básico para la determinación de volúmenes para el aprovechamiento de los recursos maderables (Caballero, 1971).

La problemática que existe en la comunidad, es la falta de cuadros de predicción de volúmenes propios para cada una de las especies existentes en el predio, las tablas que actualmente se usan para calcular el volumen son las originadas con el Inventario Forestal para el estado de Oaxaca de 1985, que fueron desarrolladas para un grupo de especies y para superficies grandes, lo que en determinadas superficies no son funcionales para lugares específicos dentro de una misma región, debido a que pueden producir un error de subestimación o sobrestimación de volumen maderable existente en el bosque (Aguilar, 1994). De ello

nace el interés de elaborar el cuadro de predicción de volumen para la especie *Pinus patula* Schl. et Cham. var. *longipedunculata* Loock (Martínez, 1948).

1.1 Objetivos e hipótesis

El objetivo del presente trabajo fue elaborar cuadros de predicción de volumen de fuste total y volumen de fuste sin tocón; a partir de las variables diámetro y altura, para *Pinus patula* Schl. et Cham. var. *longipedunculata* en la comunidad de Santiago Textitlán, Sola de Vega, Oaxaca.

La hipótesis nula es:

Ho: No existe relación entre el volumen de fuste, con respecto al diámetro y la altura del árbol.

II REVISIÓN DE LITERATURA

2.1 Cuadros o ecuaciones de predicción de volúmenes

Los cuadros de predicción de volúmenes tuvieron su origen a principios del siglo antepasado; en 1804 Henry Cotta fue el primero en elaborar este tipo de trabajos (Jiménez, 1990). Estos cuadros son una expresión tabulada de volúmenes estimados de árboles de diferentes tamaños; es decir, en función de diferentes categorías diamétricas y/o categorías de alturas (Santillán, 1986; Aguirre, 1991). La predicción o estimación de los volúmenes de los árboles también se puede presentar en forma de una ecuación (Prodan *et al.*, 1997). Los cuadros o ecuaciones de predicción de volúmenes son útiles para estimar el volumen de los árboles a partir de variables sencillas de medir en campo, las variables más utilizadas son el diámetro y la altura y en ocasiones se incluye alguna variable de la forma del árbol como coeficiente mórfico o índice de forma (Santillán 1986). Un ejemplo de esto último es el trabajo de Torres *et al.* (1993) quienes elaboraron ecuaciones de predicción de volúmenes para ocho especies forestales en el estado de México en el cual se utilizó el índice de forma.

2.1.1 Clasificación de cuadros de volumen

Caballero (1972) y Romahn *et al.* (1994) mencionan que existe gran cantidad de cuadros de volumen, los cuales se pueden clasificar de acuerdo a siete criterios, los cuales son: a) de acuerdo a la cantidad de variables consideradas para el cálculo del volumen; b) procedimiento de construcción; c) extensión geográfica del área de aplicación; d) unidades de medición en que se construyen; e) cantidad de volumen individual que proporcionan; f) material taxonómico que se utiliza en su construcción; y g) el hecho de que sean aplicables en árboles individuales o rodales.

Cuando el volumen es calculado con base únicamente en el diámetro, se le conoce como tarifa de volumen (Prodan *et al.*, 1997). Un trabajo de este tipo es el de Aguilar (1994) para *Pinus pseudostrobus* en Teojupilco estado de México. Cuando además del diámetro se utiliza la altura para la estimación del volumen éste se conoce como cuadro de volumen de doble entrada (Romahn *et al.*, 1994), en la mayoría de los casos éste es el tipo de cuadro que se construye (Ladrach *et al.*, 1975; Aguirre, 1991; Márquez *et al.*, 1995; Hernández *et al.*, 2001).

Con respecto al procedimiento de construcción utilizado, se clasifican en tres grupos: procedimientos gráficos, técnicas de regresión y nomogramas. El método gráfico es el más antiguo, pero no produce información precisa, el segundo método es el que más se ha empleado debido a las ventajas que ofrece ante los otros métodos (Jiménez, 1990).

De acuerdo al área de aplicación, se tienen cuadros estándar, regionales y locales, los dos últimos son de aplicación más restringida, a diferencia del estándar la cual tiene aplicación más amplia (Romahn *et al.*, 1994).

En lo que respecta a las unidades de medición en que se construyen, se tienen cuadros que arrojan volúmenes en metros cúbicos, pies tabla y volúmenes en cuerdas, entre otros (Caballero, 1972).

Por lo que se refiere a la cantidad de volumen individual que proporcionan se tienen cuadros que proporcionan el volumen del fuste limpio, así como volumen del fuste total y volumen comercial (Romahn *et al.*, 1994). Por ejemplo, Ladrach *et al.* (1978) realizaron para *Pinus patula* en Colombia, cuadros que estiman volumen para fuste total, madera para pulpa hasta un diámetro de 10 cm, madera para aserrío hasta un diámetro de 20.3 cm y madera de la copa para pulpa.

Con respecto al material taxonómico que se utiliza la construcción, se tienen cuadros que se elaboran con una sola especie, se le conoce como “cuadro específico”. Entre los trabajos de este tipo se pueden mencionar los de Quiñones *et al.* (2001) quienes elaboraron un cuadro de predicción de volumen para *Pinus cooperii* Blanco en Durango. De igual forma Navarro *et al.* (2000) elaboraron un cuadro para *Pinus cembroides* Zucc en el Sureste de Coahuila. Los cuadros “compuestos” son aquellos aplicables a varias especies. Un ejemplo de ello son los trabajos de Mazuera (1982) para el bosque mixto en la región húmedo tropical en

Colombia; de igual forma el INIF elaboró un cuadro de volumen para un grupo de especies de pino con datos del inventario forestal del estado de Oaxaca de 1985.

Y por último el hecho de que sean aplicables en árboles individuales o rodales. Cuando se hacen cuadros para aplicación a rodales, se elaboran relacionando variables medibles en las fotografías aéreas, por ejemplo: altura del árbol, cubrimiento del suelo por las copas, diámetro de copas (Prodan *et al.*, 1997). Un ejemplo de este último tipo es el trabajo de Herrera *et al.* (1993) quienes realizaron un cuadro de predicción de volumen para rodales de *Pinus hartwegii* Lindl. en el estado de México.

De las anteriores clasificaciones que se han realizado, la más relevante es la relacionada a la extensión del área geográfica de aplicación, de lo cual surge una clasificación en dos categorías: cuadros estándar, que se diseñan para ser aplicables en áreas relativamente grandes, en cambio los cuadros locales se aplican en árboles de la localidad donde se elaboró el cuadro, incluso se pueden obtener con base en valores de árboles que se emplean en la elaboración del cuadro estándar, o bien derivarlo de éste. Para construirlos, se cubican árboles cuyas dimensiones registradas sirven de muestra y posteriormente mediante procedimientos gráficos o analíticos obtener valores medios representativos para toda la población (Caballero, 1972).

2.1.2 Elaboración de cuadros de volumen

Caballero (1972) y Romahn *et al.* (1994) mencionan que la metodología para la elaboración de una tabla de volumen comprende las siguientes etapas bien definidas:

- a) Elección de la muestra
- b) Mediciones de campo
- c) Cálculo de volúmenes individuales

Para la elaboración de los cuadros de volumen, se deben tener en cuenta los siguientes aspectos al momento de la toma de datos, la muestra debe ser representativa de la población bajo estudio, lo cual llevará a obtener estimadores con un sesgo mínimo. Así mismo, la muestra debe ser tomada por toda el área de la población, ya que ésto también influye en los resultados que se obtengan; se debe cubrir la mayor cantidad de categorías diamétricas con un número mínimo de 10 árboles por categoría (Romahn *et al.*, 1994). Avery y Burkhart (1983) mencionan que el número adecuado de árboles muestra para elaborar un cuadro de volúmenes varía de 30 a 100 árboles. Por otra parte Caballero (1971) menciona que 100 árboles resultan razonables para elaborar un cuadro de volumen. Así, en algunos trabajos se han empleado cantidades aproximadas, por ejemplo Jiménez *et al.* (1994) elaboraron un cuadro de volumen en el cual utilizaron 87 árboles de *Pinus hartwegii* en la Sierra Madre Oriental; Navarro *et al.* (2000) utilizaron 120 árboles de *Pinus cembroides* Zucc. en el Sureste de Coahuila; Ladrach *et al.* (1978) utilizaron 93 árboles de *Pinus patula* para elaborar cuadros de volumen de peso verde y peso seco en Colombia.

Para realizar las mediciones de campo Romahn *et al.* (1994) mencionan que para la toma de datos cuando la pendiente es muy pronunciada el punto a partir del cual se define la altura a 1.30 m es a partir de la parte más alta de la base del árbol, otra medición que se hace es la referente a la altura total, ésta se obtiene por adición de las longitudes de cada una de las trozas del árbol, puede ser a un metro, a dos u otra distancia y puede variar en función al tipo de utilización que se le dará al cuadro de volumen. Al medir el diámetro con forcípula es recomendable tomar dos lecturas para tener una media de esta variable.

Para el cálculo de volúmenes individuales, FAO (1980) menciona que cuando se busca el volumen de un árbol, se obtiene por adición de los volúmenes de cada una de sus trozas. Este procedimiento consiste en realizar la cubación de las trozas, para lo cual existen varios métodos de acuerdo a las diferentes formas de la trozas. En el caso de elaboración de cuadros de volumen sobre arbolado apeado y cuando la forma de una troza se asemeja a un sólido geométrico, su volumen se calcula rápidamente conociendo sus dimensiones (Romahn *et al.*, 1994). Para el caso del

tocón, su volumen difícilmente se mide con exactitud debido a la irregularidad de las secciones (Bruce y Schumacher, 1965). Para cubicar la sección que corresponde al tocón, se puede emplear la ecuación del neiloide truncado (Romahn *et al.*, 1994).

Para el obtener el volumen de las demás trozas Caballero (1972) y Santillán (1986) mencionan que se pueden utilizar las siguientes fórmulas, Smalian, Huber y Newton.

$$\text{Smalian } V = [(s_1 + s_2) / 2] L$$

$$\text{Huber } V = S_m L$$

$$\text{Newton } V = 1/6 (S_1 + 4S_m + S_2) L$$

Donde:

V = Volumen de la troza (m³)

S₁ = Área de la sección extrema menor

S₂ = Área de la sección extrema mayor

S_m = Área de la sección que corresponde a la mitad de la troza

L = Longitud de la troza

La fórmula de Smalian es la más frecuentemente utilizada debido a que es más sencilla, aunque el error de cálculo es más grande que con las otras fórmulas. Aguilar (1994) utilizó la fórmula de Smalian para calcular volúmenes de trozas individuales. La fórmula de Newton es la más eficiente pero requiere mayor número de mediciones; y la fórmula de Huber, tiene la desventaja de suponer que la sección en la mitad de la troza corresponde a la sección media del fuste lo cual pocas veces resulta cierto (Romahn *et al.*, 1994).

Para cubicar la parte correspondiente a la punta de los árboles se recomienda la fórmula del cono (Klepac, 1976; Santillán, 1986; Aguilar, 1994); o bien la fórmula del paraboloides apolónico (Romahn *et al.*, 1994), dependiendo del grado de ahusamiento que se presente.

Cono: $V = (b h)/3$

Paraboloide apolonico $V = (b h)/2$

Donde:

V= volumen

b= área de la base

h = altura

Una vez obtenido el volumen de cada una de las secciones de un árbol, por adición se obtiene el volumen total del árbol individual (FAO, 1980; Jiménez 1990). Una vez que se tiene el volumen de todos los árboles muestra se procede a elaborar el cuadro de volúmenes con cualquiera de los métodos existentes.

2.1.3 Métodos para la construcción de cuadros de volumen

Para la construcción de cuadros de volumen se consideran tanto métodos directos como indirectos.

Métodos indirectos. Se consideran como métodos indirectos aquellos que se empleaban anteriormente y relacionaban los volúmenes de los árboles con algún tipo de coeficiente mórfico. Estos después se estudiaban para diferentes valores del diámetro a la altura de pecho (D. A. P.) y altura, solo así era posible evaluar volúmenes aprovechando la relación indirecta existente entre el volumen y las variables D. A. P. y altura a través de las evaluaciones de forma (Spurr, 1952).

Métodos directos. A diferencia del método anterior, éste permite obtener volúmenes aprovechando las relaciones directas del "volumen" con las variables D.A.P. y la altura (Spurr, 1952). Se clasifican de acuerdo a la técnica de construcción que se utilice: análisis de regresión y nomogramas (Husch *et al.*,1972).

En cuanto al análisis de regresión, Infante y Zárate (1990) mencionan que las técnicas de regresión permiten construir y evaluar modelos que describen la relación entre variables, es decir el análisis de regresión permite estudiar la influencia de una o más variables independientes sobre otra dependiente e indica el cambio de una variable como consecuencia en el cambio de la otra variable. El ajuste por el método de cuadrados mínimos lleva a obtener el ajuste óptimo, el cual consiste en hacer que la suma de los cuadrados de las desviaciones de cada volumen real con respecto a su correspondiente volumen calculado, sea mínimo (Caballero, 1971; Infante y Zárate, 1990). Esta técnica garantiza que la recta o curva calculada sea la que mejor se ajusta a los datos de entre toda la familia de datos que se generen con el modelo seleccionado (Caballero, 1972).

Nomogramas. Existe una técnica gráfico mecánica, denominada nomogramas, que se ha empleado en Norteamérica para la construcción de cuadros de volumen, en México esta técnica no se ha utilizado. Los nomogramas son gráficas, en la que por medio de una línea recta que une ejes graduados se puede establecer la relación entre una variable dependiente eje “Z” (eje de volúmenes) y dos variables independientes ejes “X” e “Y” (se emplean para valores de diámetro a la altura del pecho y alturas) (Caballero,1972).

2.1.4 Elección de modelos

Caballero (1972) menciona que la técnica de cuadrados mínimos garantiza el óptimo ajuste de la curva o recta a los datos, pero no garantiza que el modelo escogido sea el más apropiado a los datos. Para encontrar el modelo que más se ajuste a los datos es necesario probar todos los modelos estadísticos posibles, dentro de los más utilizados destacan los siguientes tipos:

a) Modelos aritméticos. El mismo autor dice que en este tipo de modelos no intervienen logaritmos ni expresiones matemáticas complejas, como es la elevación de una variable a una constante fraccionaria, los exponentes que se utilizan en este

tipo de expresiones son los dígitos de 1 y 2 (Caballero, 1972). En el Cuadro 1 se muestran algunos de los modelos aritméticos que más se han empleado en la construcción de cuadros de volumen (Spurr 1952).

b) Modelos logarítmicos. Esta categoría incluye ecuaciones cuyo carácter exponencial permite expresarlas y resolverlas por medio del empleo de logaritmos (Caballero, 1972). Spurr (1952) destaca algunos de los más utilizados en la construcción de cuadros de volumen (Cuadro 1).

Cuadro 1. Modelos aritméticos y logarítmicos de mayor uso en la predicción de volúmenes.

Modelos aritméticos	Modelos logarítmicos
Variable combinada $V = a + bD^2 A$	Variable combinada $\text{Log}V = \log a + b \log (D^2 A)$
Australiana $V = a + bD^2 + cA + dD^2 A$	A) Schumacher $\text{Log}V = \log a + b \log D + c \log A$
Naslund $V = a + bD^2 + cD^2 A + dA^2 + EdA^2$	De Korsun $\text{Log}V = \log a + b \log(D+1) + c \log A$
Meyer modificada $V = a + bD + CdA + dD^2 A$	De Dwight $\text{Log}V = \log a + b \log D + (3 - b) \log A$

V = volumen; Log= logaritmo base 10; D =diámetro normal (cm); A = altura (m); a,b,c,d,e = coeficientes de regresión

2.1.5 Prueba de modelos

Los elementos de juicio que permiten escoger el mejor modelo son: a) el valor mas bajo de la raíz del cuadrado medio del error (RCME), y b) el valor más alto del coeficiente de determinación (R^2) (Infante y Zárate,1990). Por su parte, Walpole y Myers (1996) mencionan que existen otros criterios para comparar modelos tales como: c) el valor más bajo de la suma de cuadrados de los errores de la predicción (PRESS); d) el valor más bajo de la estadística Cp de Mallows; y e) el menor número de variables independientes utilizadas. Asimismo el análisis de los residuales permite modificar y mejorar un modelo de regresión; este análisis consiste en graficar el valor de cada residual contra el valor correspondiente de la variable independiente ("X").

Esta gráfica ayuda a detectar si el modelo está mal especificado (Mendenhall y Sincich, 1997). Por otra parte, cuando se emplean modelos donde la variable dependiente está transformada, es necesario buscar una base común de comparación (Prodan *et al.*, 1997). Una de estas alternativas es a través del índice de Furnival, quien propuso una forma de comparar el cuadrado medio del error de modelos con variables transformadas y no transformadas (Furnival, 1961).

2.2 *Pinus patula*

Pinus patula fue descrita por Schl. *et* Cham. en 1931; en 1945 Martínez encontró algunos ejemplares que no correspondían a la variedad típica y que podrían ser intermedios entre *P. patula* y *P. Pringlei*, la que más tarde Loock denominó *Pinus patula* Schl. *et* Cham. var. *longipedunculata* Loock (Martínez, 1948).

Pinus patula var. *longipedunculata*, es árbol que alcanza alturas que varían de 15 a 30 metros, con tronco que mide alrededor de 50 a 90 cm de diámetro; la corteza es escamosa y de color rojiza; sus hojas se encuentran en grupos de 3, 4, a veces hasta 5, las cuales miden de 12 a 25 cm de largo, son de color brillante; cono pedunculado oblongo ovoides o largamente cónicos, los cuales miden de 5 a 8 cm de largo. Las principales diferencias de esta variedad con respecto a la típica son los conos, más pequeños, débiles y largamente pedunculados (Martínez, 1948). Los árboles presentan alturas entre 20 y 30 m, de acuerdo a las condiciones ambientales y tipos de suelo (Vela, 1976).

La madera de esta especie es limpia y de color ligeramente amarillento, con vetas moreno pálidas es fácil de trabajar debido a su bajo contenido de resina, color claro, así como de madera de corazón (Martínez, 1948). Por su parte, Vela (1976) dice que la longitud de la traqueidas hace que sea apropiada en la elaboración de pulpa para papel, además se utiliza en la fabricación de cajas para empaque, muebles y en la construcción.

2.2.1 Distribución y ecología

Pinus patula se distribuye en la parte superior de la Sierra Madre Oriental, principalmente desde el estado de Hidalgo hasta el Cofre de Perote, así como en una porción del estado de Oaxaca; para el caso de la variedad *longipedunculata*, ésta se encuentra separada geográficamente por la depresión del Alto Papaloapan y se distingue de ella por conos pedunculados y de menor tamaño (5 a 8 cm de largo) (Vela, 1980)

Rzedowski (1978) menciona que *Pinus patula* es una de las especies que se le puede encontrar formando rodales puros en asociación de *P. Pseudostrobus*, tiene una amplia distribución, pero raramente forma rodales grandes, se encuentra en cañadas y laderas protegidas formando ecotonías con especies del género *Abies*. Se le encuentra en altitudes que van desde los 1800 a los 2800 m.s.n.m. pero debido a la variación de los límites se puede encontrar en menores altitudes. Los rangos de precipitación en que esta especie se encuentra es de 1000 a 2000 mm anuales (Perry, 1991). El rango de temperatura es de 12° a 29° C (Andrew, 1992). En la mayor parte del área de distribución de esta especie, las rocas más abundantes son de origen volcánico, las cuales cubren las calizas cretácicas que forman el macizo de la Sierra Madre Oriental, particularmente en el estado de Oaxaca se desarrolla en suelos derivados de calizas (Vela, 1976).

IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1 Predicción de volumen de fuste total

4.1.1 Volumen total de todas las categorías de diámetro y altura en la muestra

De los diferentes modelos probados para la predicción del volumen total de fuste con corteza, de todas las categorías de diámetro presentes en la muestra (V1) incluyendo tocón, fuste y punta, dos fueron los mejores. El primero de ellos es del tipo $V=B_0DN^2h+B_1DN$ y el segundo es el de la variable combinada versión logarítmica ($\text{Log}V=B_0+B_1\text{Log}DN^2h$)(Cuadro 5). Se puede notar que en la raíz del cuadrado medio del error (RCME) y el coeficiente de determinación (R^2) ambos modelos presentan valores muy similares. En el valor de PRESS destaca como mejor el primer modelo; sin embargo, en la distribución de residuales, así como en el Cp de Mallows, el segundo modelo resulta mejor, por tener una distribución de residuales uniforme y un menor valor en el Cp de Mallows.

Cuadro 5. Mejores modelos de regresión para la predicción de volumen total (incluyendo tocón, fuste y punta) con todas las categorías diamétricas y de altura (V1) presentes en la muestra, con sus respectivos estadísticos.

Modelo	RCME	R^2	Press	Distribución de residuales	K	Cp de Mallows
$V=B_0DN^2h+B_1DN$	0.2114	0.9875	15.75	Cónica	2	13.2214
$\text{Log}V=B_0+B_1\text{Log}DN^2h$	0.2088	0.9879	125.75	Uniforme	1	1.1383

V=volumen total (incluyendo tocón, fuste y punta) para todas las categorías de diámetro y altura presentes en la muestra; Log=logaritmo base 10; DN=diámetro normal (cm); h=altura (m); RCME=raíz del cuadrado medio del error; R^2 =coeficiente de determinación; Press=suma de los de cuadrados de los errores de la predicción; K=número de variables independientes; Cp=estadístico de Mallows.

Como lo señalan Walpole y Myers (1996) el coeficiente de determinación (R^2) expresa la proporción de la variación total de los valores de la variable dependiente ("Y") que se pueden contabilizar o explicar por una relación lineal con los valores de la variable aleatoria independiente ("X"). En cuanto al residual Press, los mismos

autores mencionan que éste proporciona un error de predicción donde la observación que está siendo pronosticada es independiente del ajuste del modelo. Asimismo hacen referencia que se puede obtener cierta visión respecto a lo adecuado del modelo mediante la observación de su valor de C_p de Mallows, por ejemplo mencionan que si C_p es mayor al número de parámetros (p) en el modelo, esto indica que el modelo es sesgado debido a que su ajuste es pobre, mientras que un valor de C_p aproximadamente igual al número de parámetros en el modelo (p) indica un modelo razonable. Los mismos autores mencionan que con una sencilla gráfica de residuales (de preferencia estudentizados) puede resultar benéfica para la detección de modelos mal especificados. Por su parte, Mendenhall y Sincich (1997) mencionan que cuando se grafican los residuales contra la variable independiente ("X"), si el modelo se especificó correctamente, se espera que los residuales varíen siguiendo un patrón aleatorio conforme se incrementa "X".

Para este caso al observar con detalle la distribución de residuales (Figuras 1 y 2) se puede apreciar que el primer modelo muestra una distribución cónica (Figuras 1a y 1b), en la cual los residuales se concentran cerca del valor cero, es decir en la parte izquierda de la gráfica, y después se observa que tienen una alta dispersión hacia el lado derecho de la misma, lo que de acuerdo con Mendenhall y Sincich (1997) significa que el modelo no es el adecuado, y como lo señala Walpole y Myers (1996) se requiere alguna transformación de variables. En el caso del modelo de la variable combinada versión logarítmica, se presenta una distribución más uniforme a través de toda la gráfica (Figuras 2a y 2b), de allí que se reconoce como una distribución de residuales más adecuada, es decir, que de los modelos probados, el modelo especificado para los datos (variable combinada versión logarítmica) es el más apropiado. Este procedimiento es de gran ayuda en la toma de decisiones relacionadas con la elección de modelos. Por ejemplo, Navarro (1997) utilizó este criterio para seleccionar un modelo para elaborar y validar un cuadro de volúmenes para *Pinus cembroides* en Sierra de Arteaga, Coahuila.

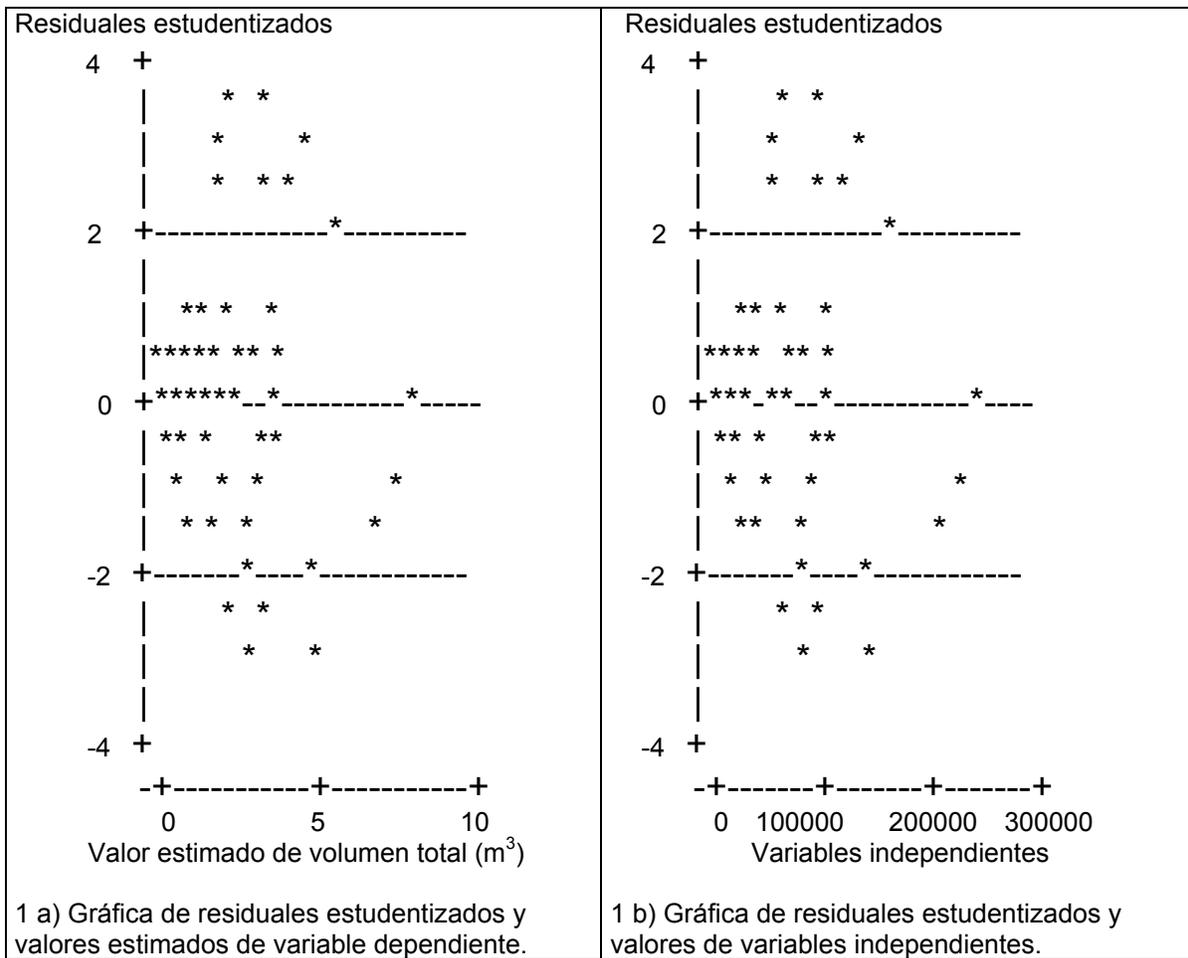


Figura 1. Gráficas de distribución de residuales estudentizados del modelo $V=B_0+B_1DN^2h+B_2DN$, (probado para volumen total de todas las categorías V1); a) contra valores estimados de variable dependiente, b) contra valores de variables independientes.

De manera que para la predicción del volumen total de fuste con corteza (incluyendo tocón y punta) con todas las categorías de diámetro y altura presentes en la muestra (V1) se considera como el mejor modelo, el de la variable combinada en su versión logarítmica ($\text{Log}V=B_0+B_1\text{log}DN^2h$). La expresión con los valores estimados de sus parámetros es la siguiente:

$$\text{Log } V = -4.203472 + 0.946655 \text{ log } DN^2 h$$

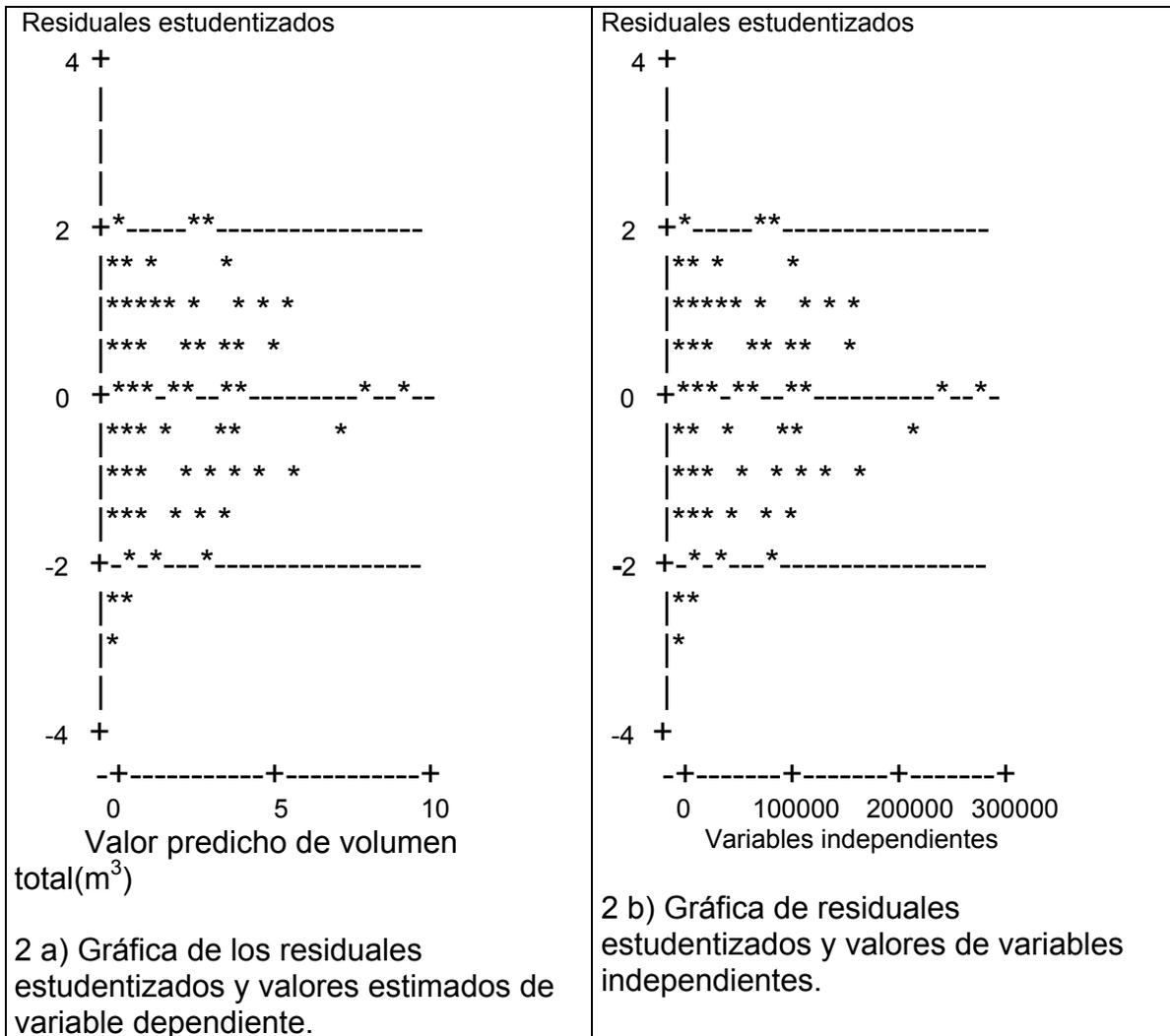


Figura 2. Gráfica de distribución de residuales estudentizados, del modelo de la variable combinada logarítmica, (probado para volumen total con todas las categorías de diámetro y alturaV1); a) contra valores estimados de variable dependiente, b) contra valores de variables independientes.

Donde:

Log = logaritmo base 10

V = volumen total (m³) de todas las categorías de diámetro y altura(V1)

B₀, B₁ = coeficientes de regresión

DN = diámetro normal (cm)

h = altura (m)

En diversos trabajos de predicción de volúmenes de fuste se ha empleado el modelo de la variable combinada, ya sea en su forma más sencilla, así como en alguna de sus versiones. Por ejemplo, para la predicción de volúmenes de fuste para *Pinus durangensis* Mtz. y *P. engelmannii* Carr. en Durango, Rentería y Meza (2001) encontraron como el modelo de mejor ajuste, de entre cinco que fueron probados en los cuales se probó la variable combinada simple y exponencial, el de la variable combinada versión logarítmica. En el caso de la estimación de volúmenes para *Pinus cooperi* Blanco, también en Durango, Quiñones *et al.* (2001) utilizaron el modelo de la variable combinada, por ser el que mejor se ajustó a los datos. En otros trabajos para la predicción de volúmenes de fuste también se ha utilizado el modelo de la variable combinada, entre los cuales destacan el de *Pinus cembroides* en el Sureste de Coahuila (Navarro *et al.*, 2000); *Pinus douglasiana* Mart. y *P. michoacana* Mart. en el sureste de Nayarit (Hernández *et al.*, 2001). *Pinus patula* var. *longipedunculata*, *P. pseudostrobus*, *P. ayacahuite*, *P. oaxacana*, *P. douglasiana*, *P. leiophylla* y *P. rudis*, en la Sierra Norte del estado de Oaxaca (Castellanos *et al.*, 1995).

La estimación del volumen total (m^3) para para fuste con corteza, (incluyendo tocón fuste y punta (V1), para todas las categorías de diámetro y altura, se muestran en el Cuadro 6, en el cual se presentan valores estimados para categorías diamétricas hasta de 80 cm y categorías de altura de hasta 50 m. En el cuadro los valores que se indican con sombreado son los volúmenes para los cuales existieron árboles muestra, asimismo, los valores que no se encuentran sombreados son los estimados fuera del área de distribución de los árboles muestra. Cabe hacer la aclaración que existen situaciones que en la práctica o en el campo no son comunes, por ejemplo, el encontrar árboles con diámetro de 80 cm y altura de 5 m, otra de las situaciones que no se observan en campo es el encontrar un árbol de 50 m de altura con 5 cm de diámetro, y demás valores cercanos a éstos. Esto hace afirmar que los valores cercanos al área sombreada del cuadro de volumen, son los que tienen más probabilidades de presentarse en campo.

Cuadro 6. Volumen total (incluyendo tocón, fuste y punta) (V1) con corteza (m³) de todas las categorías diamétricas (CD) y de altura para *Pinus patula* var. *longipedunculata* Loock en la Sierra Sur de Oaxaca.

CD (cm)	Categorías de altura (m)									
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
5	0.0060	0.0116	0.0171	0.0224	0.0277	0.0329	0.0381	0.0433	0.0484	0.0539
10	0.0224	0.0433	0.0635	0.0834	0.1030	0.1225	0.1417	0.1608	0.1798	0.1986
15	0.0484	0.0933	0.1369	0.1798	0.2221	0.2639	0.3054	0.3466	0.3874	0.4281
20	0.0834	0.1608	0.2361	0.3100	0.3829	0.4551	0.5266	0.5975	0.6680	0.7381
25	0.1273	0.2454	0.3602	0.4730	0.5842	0.6943	0.8034	0.9117	1.0192	1.1261
30	0.1798	0.3466	0.5087	0.6680	0.8251	0.9806	1.1346	1.2875	1.4394	1.5904
35	0.2407	0.4640	0.6812	0.8944	1.1048	1.3129	1.5192	1.7239	1.9273	2.1294
40	0.3100	0.5975	0.8771	1.1517	1.4226	1.6906	1.9562	2.2198	2.4816	2.7419
45	0.3874	0.7468	1.0962	1.4394	1.7780	2.1129	2.4449	2.7744	3.1016	3.4269
50	0.4730	0.9117	1.3382	1.7572	2.1705	2.5794	2.9847	3.3869	3.7864	4.1835
55	0.5665	1.0920	1.6029	2.1047	2.5998	3.0895	3.5749	4.0566	4.5352	5.0108
60	0.6680	1.2876	1.8900	2.4817	3.0654	3.6429	4.2152	4.7832	5.3474	5.9082
65	0.7774	1.4983	2.1993	2.8878	3.5670	4.2390	4.9050	5.5659	6.2224	6.8750
70	0.8944	1.7240	2.5306	3.3227	4.1043	4.8775	5.6438	6.4043	7.1597	7.9106
75	1.0193	1.9645	2.8837	3.7864	4.6770	5.5581	6.4313	7.2979	8.1587	9.0144
80	1.1517	2.2198	3.2585	4.2785	5.2849	6.2805	7.2672	8.2464	9.2191	10.1860

4.1.2 Volumen total sin incluir las categorías mayores de la muestra

De igual manera se construyó un cuadro para estimar el volumen total de fuste con corteza, sin incluir categorías de diámetro mayores a 60 cm y altura mayor de 45 m (V1scm) incluyendo tocón, fuste y punta. De los modelos probados dos fueron los mejores. El primero de ellos es del tipo $V=B_0+B_1DN^2h+B_2DNh$ y el segundo el de la variable combinada versión logarítmica ($\text{Log}V=B_0+B_1\text{Log}DN^2h$) (Cuadro 7). Se puede notar que en la raíz del cuadrado medio del error (RCME) y el coeficiente de determinación (R^2) ambos modelos presentan valores muy similares. En el valor de Press destaca como mejor el primer modelo; sin embargo, en la distribución de residuales (Figuras 3 y 4), así como en el Cp de Mallows, el segundo modelo resulta mejor, por tener una distribución más uniforme y un menor valor, respectivamente.

Cuadro 7. Mejores modelos de regresión para la predicción de volumen total (incluyendo tocón, fuste y punta) sin incluir categorías de diámetro mayores de 60 cm y alturas mayores de 45 m (V1scm) con sus respectivos estadísticos.

Modelo	RCME	R ²	Press	Distribución de residuales	K	Cp de Mallows
$V=B_0+B_1DN^2h+B_2DNh$	0.26045	0.9680	16.410	Cónica	2	-1.9372
$\text{Log}V=B_0+B_1\text{Log}DN^2h$	0.26060	0.9682	121.812	Uniforme	1	0.3214

V=volumen total (incluyendo tocón, fuste y punta); Log=logaritmo base 10; DN=diámetro normal (cm); h=altura (m); RCME=raíz del cuadrado medio del error; R²=coeficiente de determinación; Press=suma de los de cuadrados de los errores de la predicción; K=número de variables independientes; Cp=estadístico de Mallows.

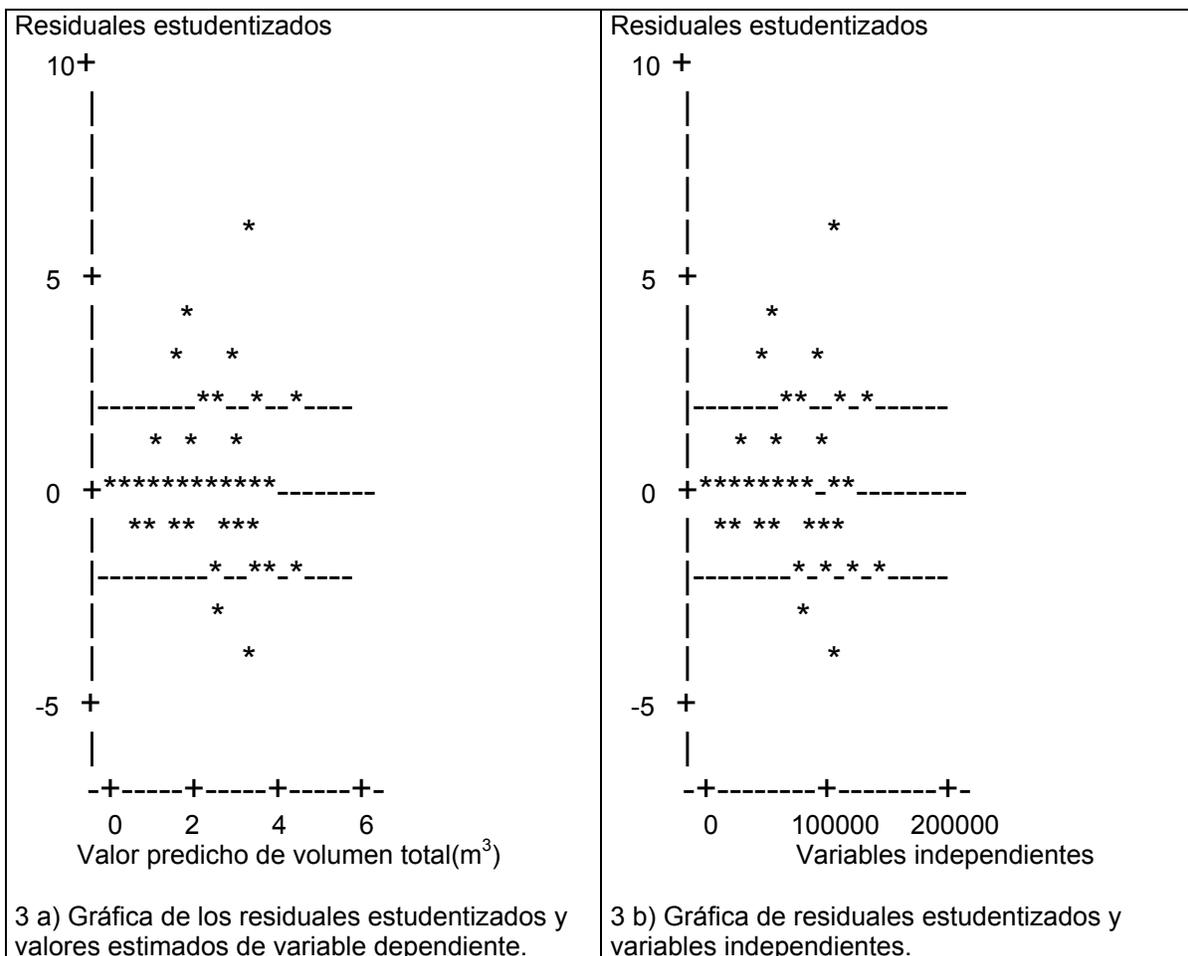


Figura 3. Gráficas de distribución de residuales estudentizados del modelo $V=B_0+B_1DN^2h+B_2DNh$, (para volumen total sin categorías de diámetro mayores de 60 cm y categorías de altura mayores de 45 m) a) contra valores estimados de variable dependiente, b) contra valores de variables independientes.

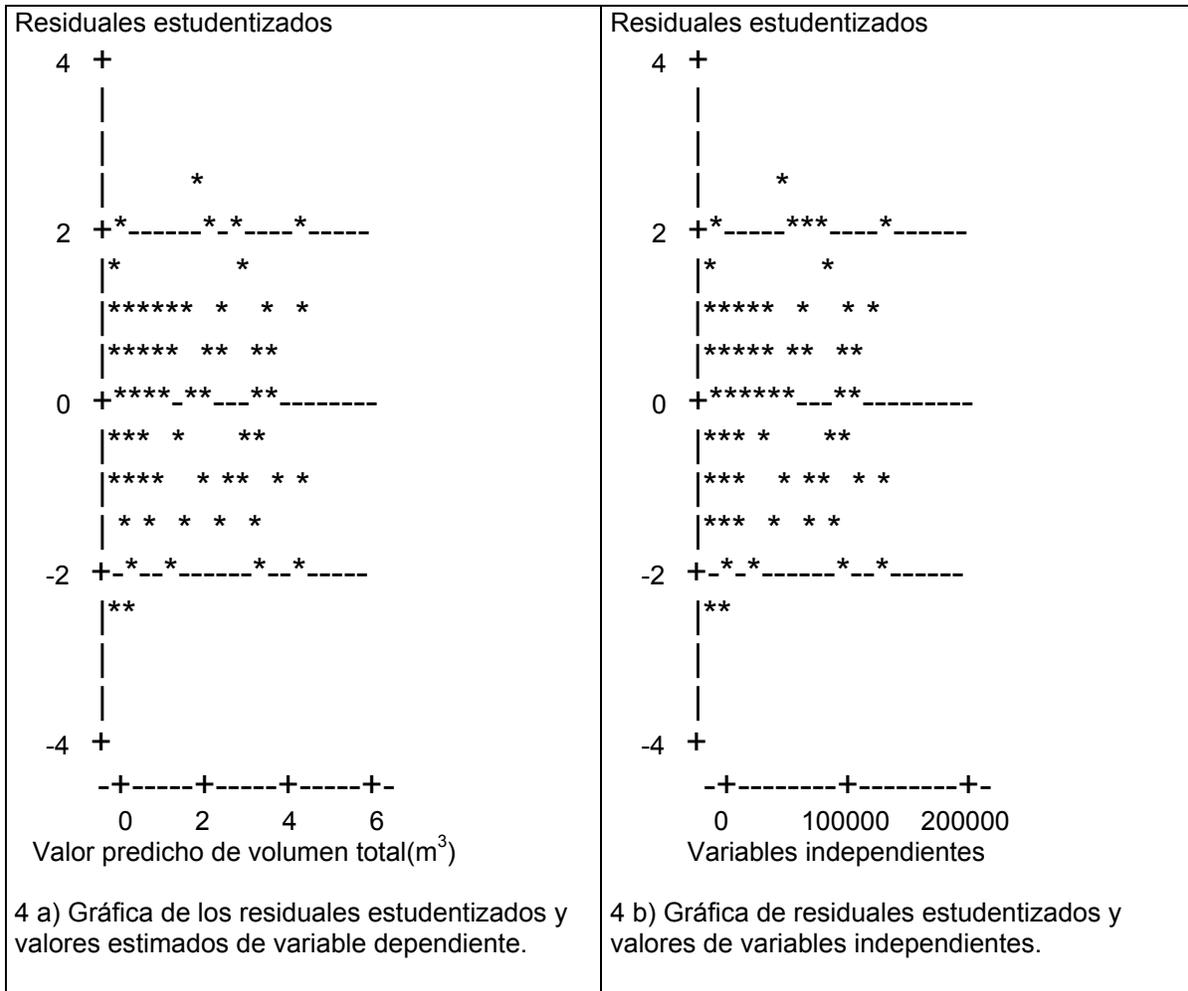


Figura 4. Residuales estudentizados del modelo de la variable combinada logarítmica. (para volumen total sin categorías de diámetro mayores de 60 cm y categorías de altura mayores de 45 m) a) contra valores estimados de variable dependiente, b) contra valores de variables independientes.

De manera que para la predicción del volumen total sin incluir categorías mayores de 60 cm de diámetro y altura mayor de 45 m (V1scm) también se considera como mejor modelo el de la variable combinada versión logarítmica ($\text{Log}V=B_0+B_1\text{log}DN^2h$), pero con diferentes valores en sus parámetros. La expresión con los valores estimados de sus parámetros es la siguiente:

$$\text{Log } V = - 4.192249 + 0.944123 \text{ log } DN^2 h$$

Donde:

Log = logaritmo base 10

V1scm = volumen total con corteza incluyendo tocón, fuste y punta (m^3)

B_0, B_1 = coeficientes de regresión

DN = diámetro normal (cm)

h = altura (m)

Como se señaló anteriormente, diversos autores (Castellanos *et al.*, 1995; Navarro *et al.*, 2000; Hernández *et al.*, 2001; Quiñones *et al.*, 2001) han empleado el modelo de la variable combinada en alguna de sus versiones.

La estimación del volumen total (m^3) para fuste total con corteza, incluyendo tocón fuste y punta, sin categorías diamétricas mayores de 60 cm y categorías de altura mayores de 45 m (V1scm) se presenta en el Cuadro 8, en el cual se presentan valores estimados para categorías diamétricas hasta de 80 cm y categorías de altura de hasta 50 m. Los valores que se indican con sombreado en el cuadro son los volúmenes para los cuales existieron árboles muestra, asimismo, los valores que no se encuentran sombreados son los estimados fuera de la distribución de los árboles muestra.

Cuadro 8. Volumen total (incluye tocón, fuste y punta) (V1scm) con corteza (m^3) sin categorías diamétricas mayores de 60 cm. y categorías de altura mayores de 45 m para *Pinus patula* var. *longipedunculata* en la Sierra Sur de Oaxaca.

CD (cm)	Categorías de altura (m)									
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
5	0.0061	0.0118	0.0173	0.0226	0.0280	0.0332	0.0384	0.0436	0.0488	0.0539
10	0.0226	0.0436	0.0640	0.0840	0.1037	0.1231	0.1424	0.1616	0.1806	0.1995
15	0.0488	0.0938	0.1376	0.1806	0.2230	0.2649	0.3064	0.3475	0.3884	0.4290
20	0.0840	0.1616	0.2370	0.3109	0.3839	0.4560	0.5274	0.5983	0.6687	0.7386
25	0.1280	0.2463	0.3612	0.4739	0.5851	0.6950	0.8038	0.9119	1.0191	1.1257
30	0.1806	0.3475	0.5096	0.6687	0.8255	0.9806	1.1342	1.2866	1.4379	1.5883
35	0.2416	0.4650	0.6818	0.8946	1.1044	1.3119	1.5174	1.7213	1.9238	2.1250
40	0.3109	0.5983	0.8774	1.1512	1.4212	1.6881	1.9526	2.2150	2.4755	2.7344
45	0.3884	0.7473	1.0959	1.4379	1.7752	2.1086	2.4390	2.7667	3.0921	3.4155
50	0.4739	0.9119	1.3372	1.7545	2.1659	2.5728	2.9758	3.3757	3.7727	4.1673
55	0.5674	1.0917	1.6008	2.1004	2.5930	3.0801	3.5626	4.0413	4.5166	4.9890
60	0.6687	1.2867	1.8867	2.4755	3.0561	3.6301	4.1988	4.7630	5.3232	5.8800
65	0.7778	1.4966	2.1946	2.8795	3.5547	4.2224	4.8839	5.5401	6.1917	6.8393
70	0.8947	1.7214	2.5242	3.3119	4.0886	4.8566	5.6175	6.3722	7.1217	7.8666
75	1.0192	1.9609	2.8754	3.7728	4.6575	5.5324	6.3991	7.2589	8.1127	8.9612
80	1.1512	2.2150	3.2481	4.2617	5.2611	6.2494	7.2284	8.1996	9.1641	10.1225

Por otra parte, cabe hacer la aclaración que las líneas continuas que aparecen en el cuadro delimitan a las categorías mayores para las cuales se eliminaron datos de árboles muestra.

El cuadro anterior (Cuadro 8) se generó sin considerar categorías diamétricas mayores a 60 cm y categorías de altura mayores a 45 m, esto con el fin de evitar que la tendencia de los volúmenes fuera hacia categorías mayores, debido a que en ellas faltaron repeticiones. Por lo tanto se considera que al elaborarla excluyendo las categorías mayores es más confiable, debido a la mayor frecuencia de datos en categorías menores a las indicadas.

4.2 Comparación de cuadros de volúmenes

La comparación de diversos cuadros de volúmenes, respecto al cuadro de volúmenes totales sin incluir categorías diamétricas mayores de 60 cm y categorías de altura mayores de 45 m (V1scm) generado en este trabajo y el cual se tomó como referencia se presenta en la Figura 5, donde se observan las diferencias expresadas en porcentaje de sobrestimación o subestimación del volumen.

La primera comparación realizada fue con el cuadro de un grupo de especies, entre las cuales se encuentra *Pinus patula*, elaborado por el Instituto Nacional de Investigaciones Forestales (INIF), del cual no se tiene más información, en este caso se encontró que sobrestima el volumen en todas las categorías de diámetro y altura del arbolado en un rango que va de 18.59% para las categorías pequeñas y disminuye gradualmente a 15.09% para las categorías mayores, éstas diferencias son atribuidas a que el cuadro fue elaborado para un grupo de especies, de las cuales alguna de las especies consideradas tiene un coeficiente mórfico mayor al de *Pinus patula*, o bien al hecho de que los datos provienen de muestra de arbolado de todo el estado.

Otra de las comparaciones se realizó con el cuadro donde se incluyen todas las categorías de diámetro y altura presentes en la muestra (V1) en la cual se puede observar que de la categoría de 5 cm de diámetro y categoría de 10 m de altura, el volumen se subestima en porcentaje menor a 1.69 % y disminuye de forma gradual

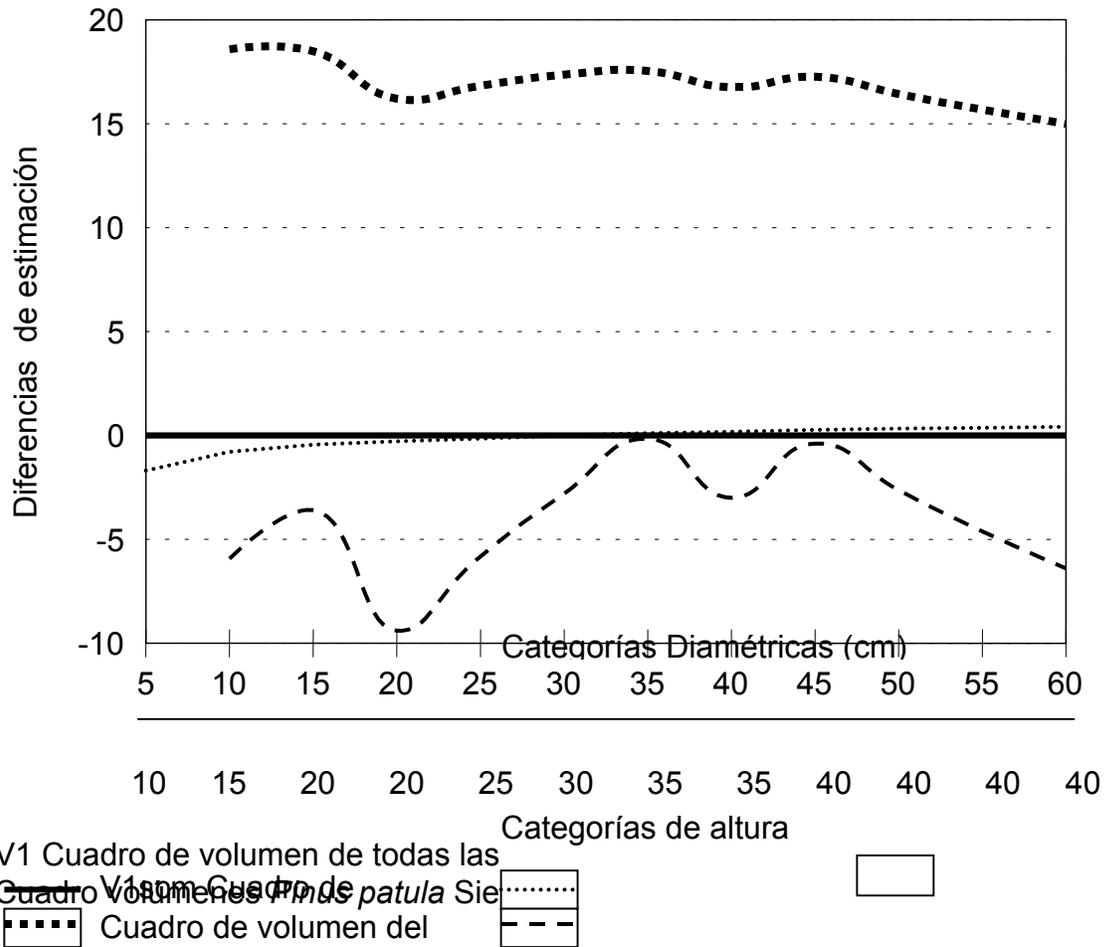


Figura 5. Gráfica de las diferencias de estimación de: cuadro de volumen total de referencia (V1scm); cuadro volumen de grupo de especies elaborado por el INIF; Volumen total con todas las categorías de la muestra(V1);cuadro de volumen total de *Pinus patula* en Sierra Norte.

hasta llegar a 0% en las categorías de 30 cm de diámetro y 30 m de altura, a partir de estas categorías se inicia una sobrestimación que aumenta de forma gradual hasta alcanzar un 0.42% en la categoría de 60 cm de diámetro y categoría de 40 m de altura.

Con respecto al cuadro de volumen para *Pinus patula* para la Sierra Norte de Oaxaca elaborado por el INIFAP muestra una subestimación que varía en un rango de 3 a 9% en categorías menores de 30 cm de diámetro y 30 m de altura, posteriormente la subestimación es menor en categorías de 35 cm de diámetro y 35 m de altura, la forma de la variación continúa en un rango de 2 a 7% en categorías mayores. Dichas diferencias de estimación del volumen se pueden atribuir a que son regiones diferentes, así como a las diferencias entre las formas del tronco, lo cual es resultado de la densidad del rodal en el cual crecen los árboles, por ejemplo un árbol que crece en competencia desarrolla un tronco más cilíndrico, a diferencia de un árbol que crece sin competencia el cual desarrolla un tronco más ahusado (Hocker, 1984; Daniel *et al.*, 1982).

Después de observar las diferencias de estimación entre los distintos cuadros, se considera que los cuadros elaborados en el presente estudio son más confiables para la predicción de los volúmenes, ya que con respecto a dos de los cuadros comparados, uno sobrestima y otro subestima el volumen, es decir se encuentra en valores intermedios de la estimación de volúmenes, y en lo que respecta al cuadro para todas las categorías(V1) las diferencias son mínimas, lo cual quiere decir que el volumen prácticamente es similar.

4.3 Predicción del volumen del fuste sin tocón

Al realizar el aprovechamiento de los árboles el volumen que se extrae no es el total, ya que en campo queda el tocón y éste es un volumen que puede ser considerable. Por lo que se obtuvieron las dos mejores ecuaciones de predicción de volúmenes de fuste con corteza sin incluir el tocón; la primera con el modelo $V=B_0+B_1DN^2h+B_2DNh$, y la segunda corresponde al modelo de la variable combinada en su versión logarítmica ($\text{Log}V=B_0+B_1\text{log}DN^2h$). Al comparar estos dos modelos, por los estadísticos RCME, R^2 , Press, distribución de residuales (Apéndices 2 y 3), y Cp de Mallows (Cuadro 9), el modelo elegido para usarse por ser mejor es el de la variable combinada en su versión logarítmica.

Cuadro 9. Mejores modelos de regresión para volumen sin tocón (V2scm) sin considerar categorías diamétricas mayores de 60 cm y categorías de altura total mayores de 45 m.

Modelo	RCME	R2	Press	Distribución de residuales	K	Cp. de Mallows
$V = B_0 + B_1 DN^2 h + B_2 DNh$	0.26244	0.9661	16.6751	Cónica	2	-1.8046
$\text{Log}V = B_0 + B_1 DN^2 h$	0.26233	0.9664	119.802	Uniforme	1	-0.0024

V = volumen sin tocón (fuste y punta); log = logaritmo base 10; DN = diámetro normal (cm); h = altura (m); RCME= raíz del cuadrado medio del error; R² = coeficiente de determinación; PRESS = suma de los de cuadrados de los errores de la predicción; K = número de variables independientes; Cp = estadístico de Mallows.

Los valores estimados de los parámetros de la ecuación para el modelo de la variable combinada, versión logarítmica son los siguientes:

$$\text{Log}V = - 4.261825 + 0.956233 \log DN^2 h$$

Los valores obtenidos de predicción para volumen (m³) de fuste con corteza, sin tocón (V2scm) donde no se incluyen categorías diamétricas mayores de 60 cm ni categorías de altura mayores de 45 m, se muestran en el Apéndice 1.

Con el objeto de conocer la proporción del tocón, la punta y el fuste, respecto al volumen total real de los arboles muestra, se obtuvieron los porcentajes respectivos, los cuales se muestran en la Figura 6., En la cual se puede observar que para categorías menores a 10 cm de diámetro, el volumen del tocón representa menos del 10%, el fuste representa aproximadamente el 30% del volumen total y la punta representa el 60% con respecto al volumen total, también se observa que entre las categorías de 10 a 15 cm de diámetro el fuste influye de un 30 a 75% al volumen total. En cambio, el porcentaje que representa la punta disminuye de un 60 a 20%. A partir de estas categorías el volumen del tocón presenta una disminución ligera en un rango de 5.0 a 2.3% para categorías mayores; por el contrario el fuste a partir de la categoría de 15 cm, y a medida que aumentan el valor de diámetro y altura representa el mayor porcentaje en un rango de aproximadamente 75 a 97% del volumen total; a su vez la punta disminuye gradualmente en un rango del 8 a 1% a medida que aumenta el diámetro y la altura del árbol.

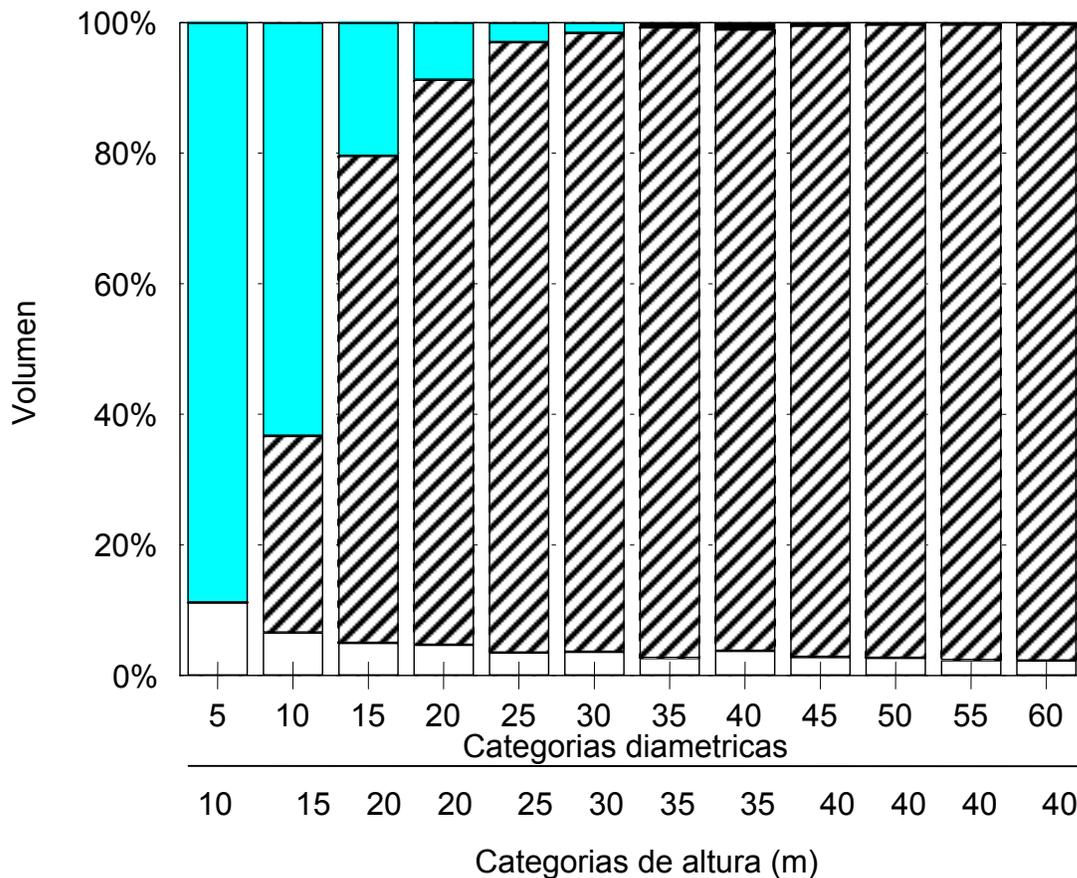
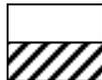
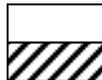


Figura 6. Gráfica de porcentajes que representan: el tocón, el fuste y la punta con respecto al volumen total real.

 Volumen del tocón
  Volumen del fuste
  Volumen de la

Lo anterior quiere decir que en categorías pequeñas la punta influye en mayor porcentaje al volumen total, y el tocón influye aún menos que el fuste. Todo lo contrario sucede a medida que aumenta el valor de diámetro y altura, el fuste representa el mayor porcentaje, el tocón y la punta son los que menos influyen al volumen total.

De acuerdo a los porcentajes obtenidos se deduce que al aprovechar árboles de categorías menores lo que más se obtiene es el volumen que corresponde a la punta, el cual en la mayoría de las ocasiones no se aprovecha en su totalidad y se

abandona en campo, a medida que el diámetro aumenta, la parte que se está cosechando es la parte que corresponde al fuste, pero no se sabe con exactitud si toda esa parte es destinada al aserrío, para conocer ello se debe hacer un trabajo sobre la distribución de productos como el trabajo realizado por Hernández (1998) para *Pinus rudis* en la Sierra de Arteaga, Coahuila. Por lo tanto, si se suma el volumen del tocón y la punta no representa un volumen significativo con respecto al total sobre todo en categorías mayores, por lo que no se considera necesario elaborar un cuadro de volumen en el que no se considere la punta y el tocón, esto debido al mínimo porcentaje que estos representan.

III MATERIALES Y MÉTODOS

3.1 Descripción general del área de estudio

El presente trabajo se llevó a cabo en el predio de régimen comunal perteneciente a la Comunidad de Santiago Textitlán el cual se encuentra ubicado en el Distrito de Sola de Vega estado de Oaxaca, que se localiza a una distancia de 246 km al suroeste de la ciudad capital (Secretaría de Gobernación, 1988).

El área de estudio se encuentra en las estribaciones de la Sierra Madre del Sur, entre las coordenadas 16° 44' 00" a 16° 41' 00" de latitud Norte y de 97° 17' 00" a 97° 21' 00" de longitud Oeste y en un rango de altitud de los 1700 a los 2200 msnm. (INEGI 1987, 1988a).

En lo que respecta a la hidrología la región se encuentra ubicada en la región hidrográfica RH20, dentro de la cuenca Río Atoyac o Verde (INEGI, 1988b). El origen geológico del área es de rocas ígneas extrusivas, granito, del periodo terciario de la época cenozoica, y rocas sedimentarias, calizas, del cretácico inferior de la época mesozoica (INEGI, 1989). Los suelos que predominan en la región son dos tipos: a) regosol eútrico, y b) feozem calcárico (U.E.A.F.C. "Zapoteca Cárdenas", 1998). El regosol eútrico son suelos formados por materiales de textura gruesa y con más de 100 cm de profundidad, tienen saturación de 50% de bases entre los 20 y 50 cm de profundidad, presentan un horizonte A ócrico o úmbrico; el feozem calcárico, son suelos que presentan un horizonte A mollico, concentraciones de caliza pulverulenta blanda y tienen saturación del 50% de bases como mínimo en los primeros 125 cm de profundidad (FAO/UNESCO, 1990).

La topografía existente en el área se considera muy accidentada, con pendientes promedio de 56 % en el cual se pueden encontrar todas las exposiciones posibles (U.E.A.F.C. "Zapoteca Cárdenas", 1998).

De acuerdo a la clasificación climática de Koppen modificada por García, en el área de estudio la fórmula climática es C(W2)(i) (DETENAL-UNAM, 1970), que corresponde a un clima templado subhúmedo con temperatura media anual entre 12° y 18° C, y la del mes más frío entre -3° y 18°C, con un cociente P/T > 55.0. Se considera el más húmedo de los templados subhúmedos con lluvias en verano, con poca oscilación isotermal entre 5° y 7°C en temperaturas medias mensuales (García, 1988). De mayo a octubre la temperatura máxima promedio es de 24 °C y la mínima es de 12 °C; en este período se presenta una precipitación promedio de 2000 a 2300 mm (INEGI, 1984a). De noviembre a abril la temperatura máxima promedio es de 24 °C y la mínima de 6 °C; la precipitación promedio es de 125 a 150 mm (INEGI, 1984b).

La vegetación que se encuentra en el área es la típica de bosques de clima templado húmedo, donde predominan los bosques de pino y encino generalmente mezclados con otras especies de latifoliadas; las especies de pino que se pueden encontrar son *Pinus pseudostrobus* Lindl., *P. patula* Schl et Cham., *P. teocote* Schl et Cham, *P. pringlei* Shaw., *P.oocarpa* Schiede y *P. ayacahuite* Ehr., así como algunas especies de los géneros *Abies* y *Quercus* (U.E.A.F.C "Zapoteca Cárdenas,1998).

3.2 Metodología del estudio

3.2.1 Selección de la muestra

La selección de los árboles se llevó a cabo tomando en cuenta varias consideraciones; principalmente que fuese representativo de las condiciones del arbolado, sin plagas y enfermedades, que estuviesen bien conformados, sin daños de incendio; asimismo se buscó cubrir el mayor rango de las categorías diamétricas (Romahn *et al.*,1994). Para realizar el presente trabajo se tomaron datos de un total de 134 árboles, dichas mediciones se tomaron en los frentes de corta, los árboles muestra utilizados para la elaboración de cada uno de los cuadros de volumen fueron

distribuidos tomando en cuenta categorías diamétricas de 5 cm y 5 m para las categorías de altura.

3.2.2 Registro de datos en campo

Una vez seleccionados los árboles muestra, antes de su derribo y con la ayuda de la forcípula con aproximación a centímetros, se midieron diámetros con corteza a la altura del suelo 0.0 m, a 0.30 m. y a 1.30 m. Una vez derribado el árbol muestra, se midieron diámetros con corteza a partir del 1.30 m, a cada dos metros hasta la punta (yema terminal). En el presente estudio la altura total del árbol, se obtuvo por adición de la longitud de cada una de sus trozas.

3.2.3 Cálculo de volúmenes individuales

El cálculo del volumen con corteza de los árboles muestra, se obtuvo mediante la cubicación de cada una de sus respectivas trozas, utilizando las ecuaciones para los diferentes cuerpos dendrométricos (Romahn *et al.*, 1994).

El volumen del tocón se estimó usando la fórmula del neiloide truncado, la cual es:

$$V = \frac{H}{4} \left(S_0 + S_1 + \sqrt[3]{(S_0)(S_1)} \left(\sqrt[3]{S_0} + \sqrt[3]{S_1} \right) \right)$$

Donde:

V = volumen (m³)

H = altura del tocón (m)

S₀ = área de la sección mayor (m²)

S₁ = área de la sección menor (m²)

Para las demás trozas se calculo con el empleo de la fórmula de Smalian y para la punta se utilizó la del paraboloides apolónico (Romahn *et al.*, 1994):

$$\text{Para troza} \quad V = [(s_1 + s_2) / 2] L$$

$$\text{Para punta} \quad V = (s_0 L) / 2$$

Donde:

V = volumen de la troza o de la punta (m³)

s₁ = área de la sección menor de la troza (m²)

s₂ = área de la sección mayor de la troza (m²)

S₀ = área de la base de la punta (m²)

L = longitud de la troza o punta (m)

Con la ayuda del equipo de cómputo, utilizando el programa SAS (Statistical Analysis System) versión 6.04 y con la utilización de las fórmulas anteriores se calculó el volumen para cada una de las trozas del árbol y por adición se obtuvo el volumen de cada uno de los árboles muestra, con dos tipos de volumen: a) volumen total (V1); y b) volumen sin tocón (V2).

De igual forma, conocido el volumen real de los árboles muestra con una sencilla regla de tres simple se obtuvieron los porcentajes que corresponden al tocón, el fuste y la punta.

3.2.4 Prueba y elección de modelos

Una vez que se calcularon los diferentes tipos de volumen individual de los árboles muestra: a) volumen total (V1); b) volumen sin tocón (V2); se procedió a elaborar los modelos de predicción de volumen, mediante el procedimiento de selección de variables, con la ayuda del procedimiento Stepwise de SAS, el cual selecciona de todas las posibles variables (d,h,d²,h²,dh,d²h,dh²,log d, log h,log dh, log d²h, log dh²) las más significativas para construir un modelo (Rebolledo, 1994). De esta forma se construyeron los modelos de regresión, se construyó un modelo

para predecir volumen total, usando todas las categorías de diámetro y altura presentes en la muestra, excepto aquellos árboles que se encontraban muy alejados del área de dispersión del conjunto de datos (V1) se emplearon un total de 125 arboles muestra (Cuadro 2). Asimismo se construyó un modelo para predecir el volumen total, pero ahora se eliminaron datos en las categorías mayores de 60 cm de diámetro y categorías de altura mayores a 45 m, esto debido a la falta de repetición de observaciones para dichas categorías (V1scm), de igual forma se eliminaron árboles que se encontraban muy alejados de la nube de puntos, por lo tanto el número total de árboles muestra utilizados fue de 121 (Cuadro 3). Y por último se construyó un modelo para predecir el volumen sin tocón (V2scm) en el cual se aplicó un procedimiento similar al primero, es decir, se eliminaron categorías de diámetro mayores de 60 cm y categorías de altura mayores de 45 m, así como datos fuera del área de la nube de puntos, para dicho modelo se emplearon un total de 119 árboles muestra (Cuadro 4). Éste con el objetivo de conocer la cantidad de volumen (m^3) que se extrae en un aprovechamiento forestal.

Los criterios utilizados en la selección de los modelos de mejor ajuste para la predicción del volumen fueron los siguientes: el valor más bajo de la raíz del cuadrado medio del error (RCME); el valor más alto del coeficiente de determinación (R^2) (Infante y Zárate 1990). El valor mas bajo de la suma de los cuadrados de los errores de la predicción (Press), una distribución gráfica más uniforme de los residuales contra valores de la variable independiente (Mendenhall y Sincich,1997). Además menores valores de C_p de Mallows y menor número de variables independientes (k) (Walpole y Myers, 1996).

Para realizar la comparación entre modelos donde la variable dependiente se transformó y donde no se transformó, se hizo una destransformación de los valores estimados (predichos) de cada una de las observaciones mediante el uso del antilogaritmo base 10, ya que la variable dependiente se había transformado mediante el uso del mismo. A partir de allí se calcularon nuevamente los residuales, los press, así como suma de cuadrados corregidos de la regresión y del error, para

estimar el coeficiente de determinación (R^2); el cuadrado medio del error (CME), la raíz del cuadrado medio del error (RCME) y la suma de press.

Cuadro 2. Distribución de los árboles muestra para todas las categorías de diámetro y categorías de altura total, para la elaboración del cuadro de volumen total (V1) de *Pinus patula* var. *longipedunculata*.

CD (cm)	Categorías de altura (m)										Total
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
5	1	3	2								6
10		4	12	1							17
15			11	13							24
20				10	1						11
25				2	5	1					8
30				1	4	5	1				11
35					2	2	5				9
40					3	2	2				7
45							5	4	1		10
50							2	2	2	1	7
55							2	3			5
60							2	1	1		4
65								1	1		2
70							1			1	2
75											
80								1			1
85								1			1
Total	1	7	25	27	15	10	20	13	5	2	125

Cuadro 3. Distribución de los árboles muestra sin incluir categorías mayores de 60 cm de diámetro y categorías mayores de 45 m de altura total, para la elaboración del cuadro de volumen total (V1scm) de *Pinus patula* var. *longipedunculata*.

CD (cm)	Categorías de altura (m)										Total
	5	10	15	20	25	30	35	40	45		
5	1	3	2								6
10		4	11	1							16
15			11	13							24
20				10	1						11
25				2	5	1					8
30				1	4	5	1				11
35					2	2	5				9
40					3	2	2				7
45							5	4	1		10
50						1	2	3	2		8
55							2	3	1		6
60							2	2	1		5
Total	1	7	24	27	15	11	19	12	5		121

Cuadro 4. Distribución de los árboles muestra sin incluir categorías mayores de 60 cm de diámetro y categorías de altura total mayor de 45 m, para la elaboración del cuadro de volúmenes sin tocón (V2scm) de *Pinus patula* var. *longipedunculata*.

CD (cm)	Categorías de altura (m)									Total
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	
5	1	3	2							6
10		3	10	1						14
15			11	13						24
20				10	1					11
25				2	5	1				8
30				1	4	5	1			11
35					2	2	5			9
40					3	2	2			7
45							5	4	1	10
50						1	2	3	2	8
55							2	3	1	6
60							2	2	1	5
Total	1	6	23	27	15	11	19	12	5	119

3.2.5 Construcción de cuadros de volumen

Una vez seleccionados los modelos de mejor ajuste, y sus respectivas ecuaciones, se obtuvieron tres cuadros de volumen, tales como: a) Volumen total en el cual se incluyen todas las categorías de diámetro y altura presentes en la muestra (V1); b) volumen total sin incluir categorías diamétricas mayores de 60 cm y categorías de altura mayores a 45 m (V1scm); c) volumen sin tocón (V2scm), para el cálculo de éste volumen se eliminaron datos de categorías mayores de 60 cm de diámetro y categorías altura mayores de 45 m. Los valores predichos para cada uno de los diferentes tipo de volumen se concentraron en forma tabular para hacer más práctica su utilización.

Con el propósito de conocer las diferencias de estimación entre los diferentes cuadros de predicción de volumen de fuste que se han realizado para la especie en estudio, se compararon los volúmenes de cuatro cuadros: a): el que se utiliza actualmente en la comunidad que fue elaborado por el INIF; b) el cuadro de volúmenes de todas las categorías de diámetro y altura presentes en la muestra (V1) elaborado en el presente trabajo; c) el cuadro de volúmenes elaborado para *Pinus*

patula var. *longipedunculata* de la Sierra Norte de Oaxaca; y d) el cuadro de volúmenes totales sin incluir categorías diamétricas mayores de 60 cm y categorías de altura mayor de 45 m (V1scm), también elaborado en el presente trabajo y el cual se usó como referencia para realizar las comparaciones.

El procedimiento para realizar esta comparación, consistió en seleccionar del volumen de referencia (V1scm), de cada categoría de diámetro la categoría de altura más frecuente (mayor número de árboles muestra), asimismo que siguiera la tendencia general de la distribución de los árboles muestra. Una vez seleccionadas las categorías de diámetro y altura se comparó el volumen del cuadro de referencia contra el volumen de los cuadros ya mencionados.

RESUMEN

Para estimar el volumen de madera en los bosques de la comunidad Santiago Textitlán, Sola de Vega, Oaxaca, actualmente se utiliza un cuadro de volúmenes para un grupo de especies, generado por el INIF, con datos del inventario forestal del estado realizado en 1985, debido a que se carece de cuadros de predicción de volúmenes para cada especie y locales que son los más precisos y recomendados. Por lo que en el presente trabajo se propuso como objetivo generar ecuaciones de predicción de volumen para *Pinus patula* Schl. et Cham. var. *longipedunculata*, Loock.

Para realizar el presente estudio se midieron diámetros con corteza a diferentes alturas en 134 árboles de diferentes categorías diamétricas derribados en frentes de corta. El volumen total de los árboles muestra se obtuvo mediante la utilización de las ecuaciones para los tipos dendrométricos. Se probaron modelos de regresión para predecir diferentes tipos de volumen, de los modelos se seleccionó el que presentó menor valor en la raíz del cuadrado medio de error (RCME), menor valor del coeficiente de determinación (R^2), menor suma de los errores de la predicción (Press), una distribución más uniforme de los residuales, un menor valor de Cp de Mallows y el menor número de variables independientes.

El modelo de la variable combinada en su versión logarítmica resultó ser el de mejor ajuste para predecir el volumen de fuste total incluyendo todas las categorías de diámetro mayores a 60 cm y categorías de altura mayor a 45 m presentes en la muestra ($\log V = -4.203472 + 0.946655 \log DN^2h$), de igual manera sin incluir las categorías de diámetro mayores a 60 cm y categorías de alturas mayores a 45 m ($\log V = -4.192249 + 0.944123 \log DN^2h$), así como para el volumen total sin tocón ($\log V = -4.261825 + 0.956233 \log DN^2h$).

V CONCLUSIONES

1. Es posible hacer predicciones del volumen del fuste total y el volumen del fuste sin tocón a partir del diámetro y la altura mediante el modelo de predicción generado
2. El modelo de la variable combinada en su versión logarítmica resultó ser el mejor para estimar el volumen de fuste total. El modelo generado usando todas las categorías diamétricas y de altura presentes en la muestra es: $\text{LogV} = -4.203472 + 0.946655 \log \text{DN}^2\text{h}$, y el generado sin incluir categorías de diámetro mayores a 60 cm y altura mayores a 45 m es: $\text{Log V} = -4.192249 + 0.944123 \log \text{DN}^2\text{h}$.
3. El cuadro de predicción de volumen que corresponde al grupo de especies elaborado por el INIF tiende a sobreestimar el volumen para *Pinus patula*
4. El modelo que permitió estimar el volumen del fuste sin tocón fue el de la variable combinada versión logarítmica ($\text{LogV} = -4.261825 + 0.956233 \log \text{DN}^2 \text{h}$).
5. El volumen del fuste, sin tocón y sin punta, en categorías pequeñas es una proporción pequeña, en cambio en categorías mayores representa el mayor porcentaje respecto al volumen total.

VI RECOMENDACIONES

1. Se recomienda utilizar las ecuaciones generadas para la obtención de volúmenes sólo en las áreas donde se realizó el presente trabajo, así como en las áreas donde el arbolado presente características similares.
2. Se recomienda utilizar el modelo de la variable combinada para la construcción de cuadros de volumen a partir del diámetro y altura.
3. Se recomienda realizar cuadros de volumen para cada una de las especies existentes en el en el predio.

VII LITERATURA CITADA

- Aguirre D., H. 1991. Tabla de volúmenes para la especie *Pinus rudis* Endl. en San Miguel Aloapan, Ixtlan, Oaxaca. SARH, INIFAP. Desplegable informativa No. 2. 1 p.
- Andrew, J.R. 1992. *Pinus patula*. 50 ITF-SM 54. Puerto Rico. pp. 1-5
- Aguilar R., M. 1994. Elaboración de tarifas de volumen a partir de análisis troncales. *Ciencia forestal*. 19 (76): 89-101
- Avery, T. E. y H. E. Burkhardt. 1983. *Forest measurements*. Third edition. Ed. MacGraw-Hill. USA. 331 p.
- Bruce, D. y F. X. Schumacher. 1965. *Medición Forestal*. Ed. Herrero. México. 474 p.
- Caballero D., M. 1971. Elaboración de tablas de volumen por medio del empleo de una variable combinada. *Bosques* 8 (1): 14 - 27.
- Caballero D., M. 1972. *Tablas y tarifas de volúmenes*. SAG- Inventario Nacional Forestal. Nota informativa No. 7. México. 55 p.
- Castellanos B., J. F., M. Ruíz M., M. Gómez C. y L. Santiago P. 1995. *Tablas de volúmenes para siete especies de pinos en la Sierra Norte de Oaxaca*. En: memoria de II Congreso de Mexicano Sobre Recursos Forestales. Colegio de Postgraduados. Montecillo. Texcoco, México. pp. 150.
- Daniel, T. W., J. A. Helms, y F. S. Baker. 1982. *Principios de silvicultura*. McGraw-Hill. México. 490 p.
- DETENAL-UNAM. 1970. *Carta de climas*. Claves 14P-II y 14 Q-VIII. Esc. 1:500,000. Dirección de planeación-UNAM.

FAO. 1980. Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento con referencia especial a los trópicos. Vol 1 estimación del volumen. FAO Montes. Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación. 22 (1). Roma. 92 p.

FAO/UNESCO. 1990. Mapa mundial de suelos. Informes sobre recursos mundiales de suelos No. 60. Roma. 142 p.

Furnival G. M. 1961. An index for comparing equations used in constructing volume tables. For. Sci. 7 (4): 337 - 341

García, E. 1988. Modificaciones al sistema de clasificación climática de Köppen. Cuarta edición. Instituto de Geografía. U.N.A.M. México. 246 p.

Hernández G., H. G. 1998. Análisis dasométrico y financiero de un bosque de *Pinus rudis* Endl. sujeto a dos intensidades de aclareo en Arteaga, Coahuila. Tesis profesional. UAAAN. Buenavista, Saltillo, Coahuila. México. 111 p.

Hernández M., E., P. Morales L., O. Delgado de J., E. H. Cornejo O. y S. Valencia M. 2001. Predicción de volúmenes de fuste para *Pinus michoacana* Mart. y *Pinus douglasiana* Mart. en el Sureste de Nayarit. Foresta-AN. Nota Técnica No. 4. UAAAN. Saltillo, Coah. 13 p.

Herrera H., B., M. Moreno S. y Vázquez P. 1993. Elaboración de tablas fotogramétricas de volumen maderable para diferentes densidades de arbolado. Dasociencia. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, México. 1(1): 9-29.

Hocker, H. W. 1984. Introducción a la biología forestal. AGT Editor S.A. México. 446 p.

Husch, B., CH. I. Miller y T. W. Beers. 1972. Forest mensuration. Second edition. John Wiley and Sons. USA. 410 p.

INEGI. 1984a. Carta de efectos climáticos regionales noviembre - abril. E14 – 12 Zaachila. Esc. 1: 250,000

INEGI. 1984b. Carta de efectos climáticos regionales mayo - octubre. E14 – 12 Zaachila. Esc. 1: 250,000

INEGI. 1987. Carta topográfica. E14 D65. Santiago Ixtayuta. Esc. 1: 50,000

INEGI. 1988a. Carta topográfica. E14 D66. San Vicente Lachixio. Esc. 1:50,000

INEGI.1988b. Carta hidrológica de aguas superficiales. E14 - 12 Zaachila. Esc.1:250,000

INEGI. 1989. Carta geológica. E14-12. Zaachila Esc 1:250,000

INEGI. 1997. La explotación forestal en el estado de Oaxaca. Aguascalientes, Ags. México. 62 p.

Infante G., S. y G.P. Zárate de L. 1990 Métodos estadísticos. Segunda edición. Trillas. México. 643 p.

Jiménez P., J. 1990. Aplicación de un modelo matemático para elaborar tablas de volumen y tarifas de volumen un ejemplo con *Pinus pseudostrobus*. Reporte Científico No. 16. UANL. Facultad de Ciencias Forestales. México. 54 p.

Jiménez P., J. E.J., Treviño G., V. Herrero., M. 1994. Elaboración de tablas de volumen para *Pinus hartwegii* en la Sierra Madre Oriental. En: memoria Simposio y II

Reunión Nacional de Silvicultura y Manejo de Recursos Forestales. Colegio de postgraduados. Motecillo, Texcoco. México. p. 40.

Klepac, D. 1976. Crecimiento e incremento de árboles y masas forestales. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, México. 365 p.

Ladrach, E., W. M. Gutiérrez V. y J. L. Ramírez M. 1975. Tablas de volumen de peso verde y peso seco de *Cupressus lusitanica* Mill. Informe Investigación Forestal No. 9. Smurfit Cartón de Colombia. Cali, Colombia. 50 p.

Ladrach, E., W. M. Gutiérrez. M. H. García. P. C. Arboleda. y J. L. Ramírez. 1978. Tablas de volumen de peso verde y peso seco de *Pinus patula*. Informe investigación forestal No. 38. Smurfit Cartón de Colombia. Cali, Colombia. 5 p.

López R., J. L. 1983 Tablas de volumen, peso verde y ecuación de conicidad para *Pinus kesiya*. Informe investigación forestal No. 83. Smurfit Cartón de Colombia. Cali, Colombia. 12 p.

Márquez L., M.A. J. Soto R. y J. Contreras A. 1995. Tablas de volúmenes para árboles del género *Pinus* en el ejido vencedores, San Dimas, Dgo. En: memoria del II Congreso Mexicano sobre Recursos Forestales. Colegio de Postgraduados. Montecillo. Texcoco. México. pp. 8.

Martínez, M. 1948. Los pinos mexicanos. Segunda edición. Ediciones Botas, México. 367 p.

Mazuera, H. 1982. Volumen de fustes y ramas de árboles del bosque mixto en la región tropical. Investigación Forestal. Informe de investigación forestal No 76. Smurfit Cartón de Colombia. Cali, Colombia 23 p.

Mendenhall., W. y T. Sincich. 1997. Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias. Ed. Prentice-Hall Hispanoamericana. México. 1182 p.

Navarro M., S. A., 1997. Elaboración y validación de tablas de volumen para *Pinus cembroides* Zucc. en la Sierra de Arteaga, Coah. Tesis profesional. UAAAN. Buenavista, Saltillo, Coah. México. 57 p.

Navarro M., S. A., L. M. Torres E., A. Cano P., S. Valencia M. y E. H. Cornejo O. 2000. Predicción de volúmenes fuste para *Pinus cembroides* Zucc. En el Sureste de Coahuila. Foresta-AN. Nota Técnica No. 3. UAAAN. Saltillo, Coah. 16 p.

Perry Jr., J. P. 1991. The Pines of Mexico and America Central. Timber Press. Portland, Oregon, USA. 231 p.

Prodan, M., P. Peters, F. Cox y P. Real. 1997. Mensura forestal. IICA, BMZ y GTZ. Costa Rica. 581 p.

Quiñones, C., A. P. Alvarado M. y R. Trujillo R. 2001. Elaboración de una tabla de volúmenes para *Pinus cooperi* Blanco mediante análisis troncales en Durango. En: Memoria del V Congreso Mexicano Sobre Recursos Forestales. Universidad de Guadalajara. Guadalajara, Jal. México. pp. 65-66.

Rebolledo R., H. H. 1994. SAS en microcomputadora. Análisis de experimentos con fines de optimización de insumos agrícolas. UACH. Chapingo. Cuarta edición. México. 93 p.

Rentería, A. J.B. y M. Meza. S. 2001. Elaboración de una tabla regional para *Pinus durangensis* Mtz y *P.engelmannii* Carr en Durango. En: Memoria del V Congreso Mexicano Sobre Recursos Forestales. Universidad de Guadalajara Guadalajara, Jal. México. pp. 67-68.

Romahn de la V., C. F., H. Ramírez. M. y J. L. Treviño G. 1994. Dendrometría. Universidad Autónoma Chapingo. División de ciencias forestales. Chapingo, México. 354 p.

Rzedowski, J. 1978. Vegetación de México. Ed. Limusa. México. 432 p.

Santillán P., J. 1986. Elementos de dasonomía. Universidad Autónoma Chapingo. División de ciencias forestales. Chapingo, México. 348 p.

Secretaría de Gobernación. 1988. Los municipios de Oaxaca, colección enciclopédica de los municipios de México. Talleres Gráficos de la Nación. México. 280 p.

Spurr, H. S. 1952. Forest inventory. The Ronald Press Company. USA. 476 p.

Torres R., J. M., O.S. Magaña T., y A. G. Valles G. 1993. Funciones de ahusamiento para 8 especies forestales del estado de México. En: memoria de I Congreso Mexicano Sobre Recursos Forestales. Saltillo, Coahuila. México. pp. 15.

Unidad Especializada de Aprovechamiento Forestal Comunal "Zapoteca Cárdenas" 1998. Programa de manejo forestal de la comunidad de Santiago Textitlán, Distrito de Sola de Vega, Oaxaca, Oax. 92 p.

Vela G., L. 1976. *Pinus patula*, una importante especie mexicana de pino. Ciencia forestal 1 (1): 12-20.

Vela G., L. 1980. Contribución a la ecología de *Pinus patula*. SARH-INIF. Publicación especial No 9. México. 109 p.

Walpole , R. E. y R. H. Myers. 1996. Probabilidad y estadística. Cuarta edición. Mc Graw- Hill. México. 797 p.

APÉNDICE

Apéndice 1. Volumen sin tocón (V2scm) sin categorías (CD) mayores de 60 cm de diámetro y categorías de altura mayores de 45 m para *Pinus patula* var. *longipedunculata* Loock en la Sierra Sur de Oaxaca.

CD (cm)	Categorías de altura (m)								
	5	10	15	20	25	30	35	40	45
5	0.0055	0.0107	0.0158	0.0208	0.0258	0.0307	0.0356	0.0404	0.0452
10	0.0208	0.0404	0.0596	0.0784	0.0971	0.1156	0.1340	0.1522	0.1704
15	0.0452	0.0878	0.1294	0.1704	0.2109	0.2511	0.2910	0.3306	0.3700
20	0.0784	0.1522	0.2243	0.2954	0.3656	0.4353	0.5044	0.5731	0.6415
25	0.1202	0.2333	0.3438	0.4526	0.5603	0.6670	0.7729	0.8782	0.9829
30	0.1704	0.3306	0.4872	0.6415	0.7941	0.9453	1.0954	1.2446	1.3930
35	0.2288	0.4440	0.6542	0.8614	1.0663	1.2694	1.4711	1.6714	1.8707
40	0.2954	0.5731	0.8446	1.1121	1.3766	1.6388	1.8991	2.1577	2.4150
45	0.3700	0.7179	1.0580	1.3930	1.7244	2.0528	2.3789	2.7029	3.0251
50	0.4526	0.8782	1.2942	1.7040	2.1093	2.5111	2.9099	3.3062	3.7004
55	0.5431	1.0538	1.5530	2.0447	2.5311	3.0132	3.4917	3.9673	4.4403
60	0.6415	1.2447	1.8342	2.4150	2.9894	3.5588	4.1240	4.6857	5.2443

Modelo seleccionado volumen sin tocón (V2scm) $\log V = b_0 + b_1 \log (DN^2 h)$

Ecuación obtenida: $\log V = -4.261825 + 0.956233 \log DN^2 h$

Donde: V= volumen (m3)

Log = Logaritmo base 10

$b_0 = -4.261825$

$b_1 = 0.956233$

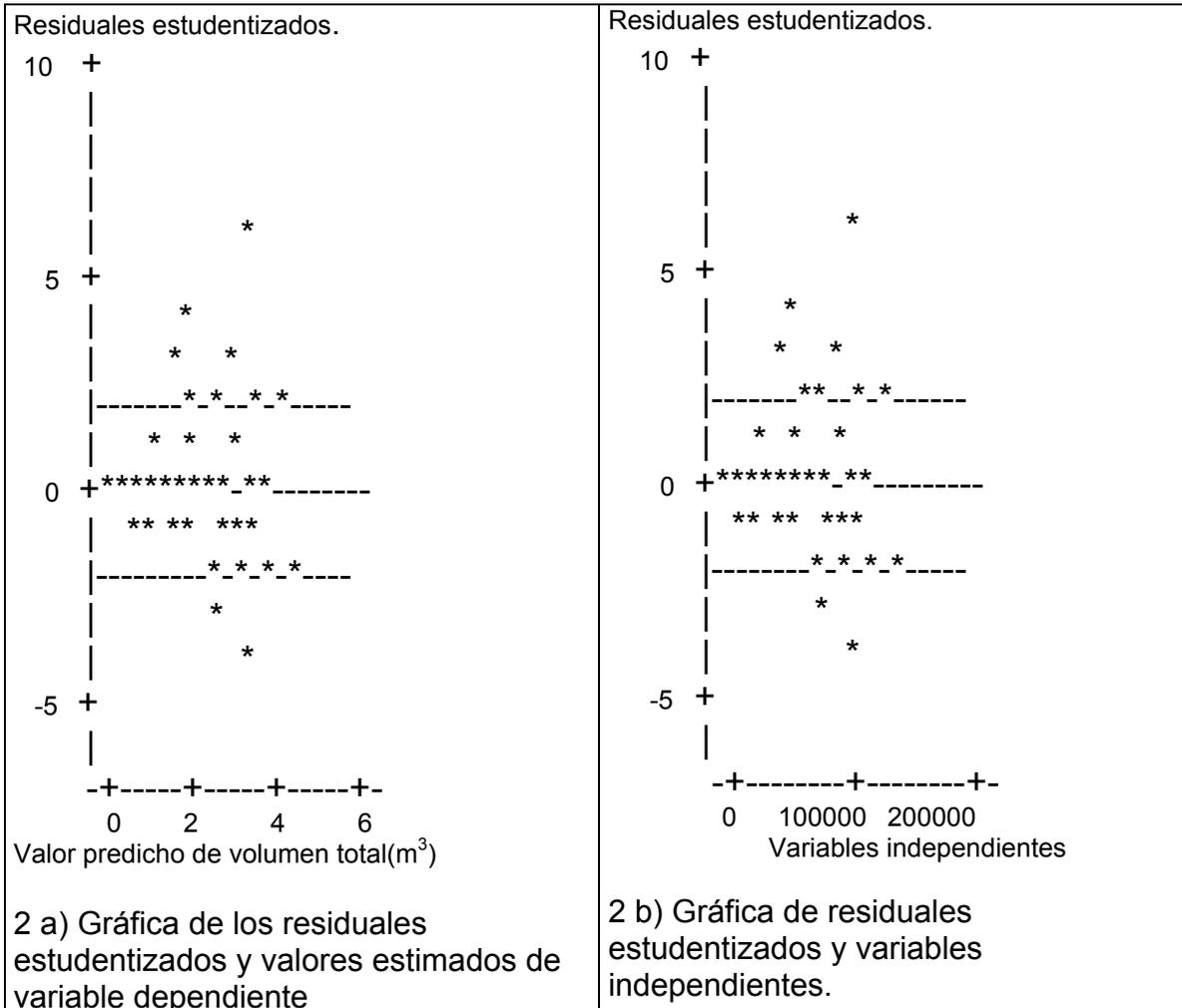
DN = diámetro normal

H = altura

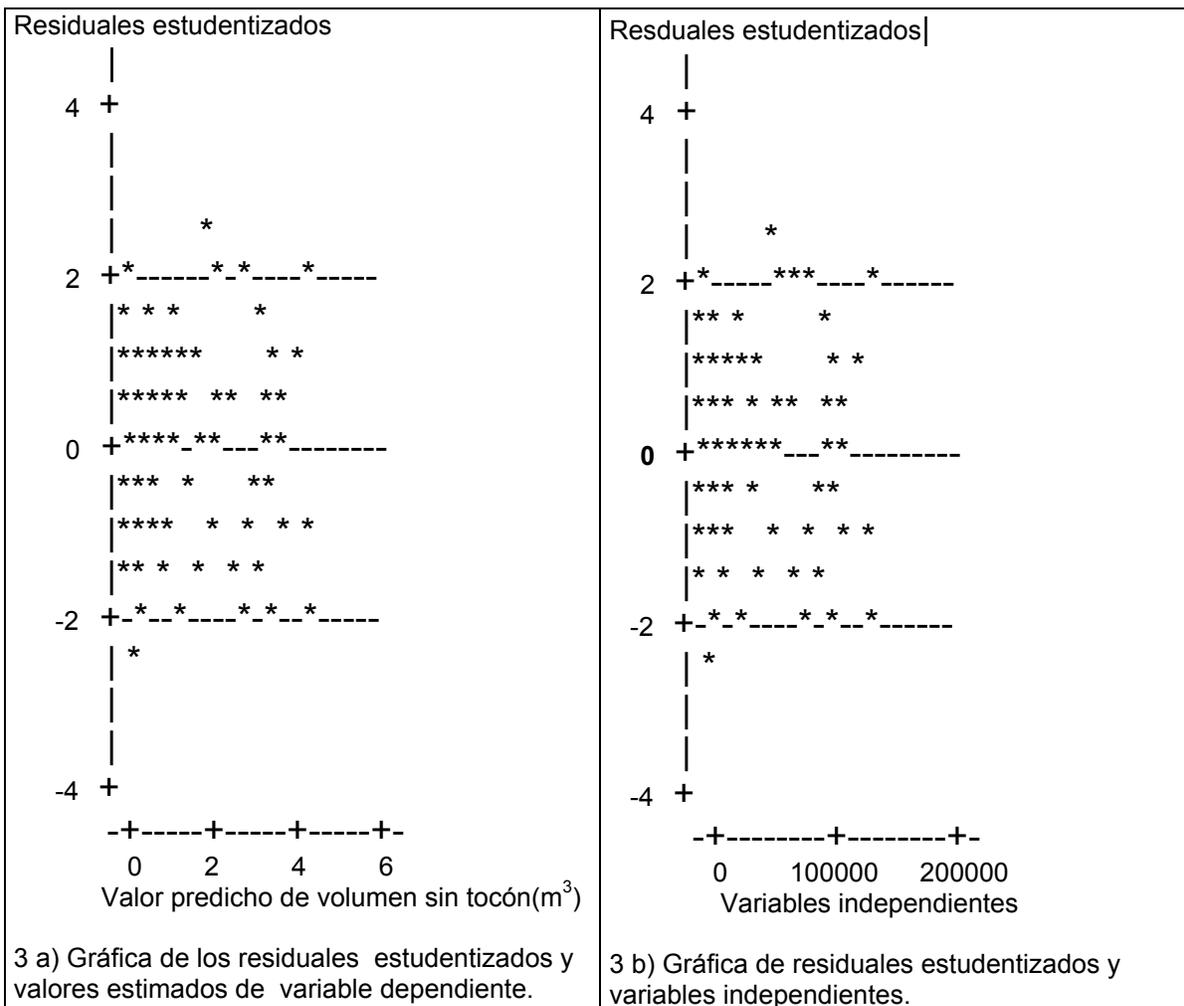
Coefficiente de determinación (R^2) = 0.96640

Número de observaciones = 119

En el cuadro anterior, los valores que se indican con sombreado son los volúmenes para los cuales existieron árboles muestra, los valores que no se encuentran sombreados son los estimados fuera de la distribución de los árboles muestra.



Apéndice 2. Gráficas de distribución de residuales estudentizados del modelo $V=B_0+B_1DN^2h+B_2DN$, (probado para volumen sin tocón V2scm); a) contra valores estimados de variable dependiente, b) contra valores de variables independientes



Apéndice 3. Gráfica de distribución de residuales estudentizados del modelo de la variable combinada logarítmica, (probado para volumen sin tocón V2scm); a) contra valores estimados de variable dependiente, b) contra valores de variables independientes.

