

**UNIVERSIDAD AUTONOMA AGRARIA
“ANTONIO NARRO”**

DIVISIÓN DE INGENIERIA



**TEORIA DE LA CAPA LIMITE Y EL FLUJO
TURBULENTO**

Por:

Francisco Javier Rodríguez Contreras.

Monografía De Opción a Tesis

Presentada como requisito parcial para

Obtener el título de:

Ingeniero Agrónomo en Irrigación

Buenavista, Saltillo, Coahuila, México.

ENERO 2004

**UNIVERSIDAD AUTONOMA AGRARIA
“ANTONIO NARRO”**

TEORIA DE LA CAPA LIMITE Y EL FLUJO TURBULENTO

Presentado por:

Francisco Javier Rodríguez Contreras

Que somete a Consideración el H. Jurado Examinador como requisito
parcial para obtener el título de :

:Ingeniero Agrónomo en Irrigación

Presidente del Jurado

~~Ing. MC. Sergio Zeferino Garza Vara~~

Primer vocal

~~Ing. José Enrique Mandujano Álvarez~~

Segundo vocal

~~Ing. Tomas Reyna Cepeda~~

~~Ing. M.C. Luis Edmundo Ramirez Ramos~~

~~Coordinador División de Ingeniería~~

Buenvista ; Saltillo, Coahuila. Enero 2004

AGRADECIMIENTOS

Al ser supremo que es Dios , que por su Bienaventuranza y su amor hacia nosotros que nos ha prestado la vida y la razón, dedico a él mi trabajo.

A mi madre que me dio la oportunidad de ser.

A mi esposa que con su comprensión y apoyo moral me ha alentado para seguir adelante y que con su amor y cariño son el aliciente para continuar siendo útil a la sociedad y a mi mismo.

Al señor, (Q.e.p.d.), Manuel Luévano Macias que fue la persona que me enseñó muchos conocimientos sobre el respecto a la vida, a la naturaleza y a Dios; que fue él aportador principal y encauzador hacia la enseñanza y saberes de las tierras y sus criaturas.

A mis maestros y compañeros de clases; a mis amigos, compañeros de trabajos e investigaciones, a mi Universidad; a todos que directa e indirectamente aportaron algo sutil y palpable en sus consejos y correcciones, con sus presencias fraternales y por los buenos momentos vividos, a todos estoy muy agradecido.

Al Dr. ~~Jose~~ Felipe de Jesús Ortega ~~Jose~~ , Ing José Enrique Mandujano Alvarez Ing. M.C. Manuel González Molina, Ing. Tomas Reyna Cepeda y muy especialmente al Ing. M.C. Sergio Garza Vara que desinteresadamente me apoyó con sus recomendaciones y sugerencias y ,lo máspreciado de la vida ,su tiempo que puso a mi disposición ; a todos que Dios los bendiga y gracias.

INDICE

AGRADECIMIENTOS.....	I
INDICE.....	II
INTRODUCCION.....	1
OBJETIVO.....	2
REVISION DE LITERATURA.....	3
TEORIA DE LA CAPA LIMITE	10
CONCEPTOS FUNDAMENTALES.....	12
LA CAPA LIMITE TURBULENTA.....	18
LA CAPA LIMITE LAMINAR.....	26
LA CAPA LIMITE TURBULENTA SOBRE UNA PLACA PLANA.....	34
EL FLUJO TURBULENTO EN TUBERIAS	40
EJEMPLOS	48
CONCLUSIONES.....	56
BIBLIOGRAFIA.....	III
ANEXOS Y TABLAS.....	VI

INTRODUCCIÓN

Los conocimientos sobre el uso y manejo del agua están clasificados en base a observaciones y experimentación completamente empírica; dado que los movimientos de los líquidos en un medio ambiente libre es aleatoria y multidimensional; por lo tanto, sus concepciones matemáticas para describir sus movimientos en este medio también son empíricas y semi empíricas.

Presentamos aquí algunos de los temas importantes representado por medio de formulas y conceptos sencillos para tratar de entender los fenómenos del movimiento de fluidos así como algunos ejemplos fáciles de resolver.

Reynolds descubrió que los fluidos en movimiento tienen dos comportamientos distintos: uno, es un movimiento ordenado de las partículas del fluido nombrado por él como régimen laminar, que en el caso del agua en la práctica casi no existe. El otro, es el movimiento desordenado de partículas donde las líneas del flujo se entrecruzan aleatoriamente y nombrado por Reynolds como régimen turbulento, que es el tipo de flujo que se presentas frecuentemente en la conducción del agua.

OBJETIVO

El objetivo principal de este trabajo es hacer una revisión bibliográfica de algunos temas mas importantes que explican la forma mas básica acerca de los fenómenos y características particulares que se presentan en los fluidos, generalmente conocida como la *capa límite* y *el flujo turbulento*.

TEORIA DE LA CAPA LIMITE

Ronald V. Giles (1993), menciona que la definición de la teoría de la capa límite fue introducida por Prandtl y establece que para un “ fluido en movimiento, todas las pérdidas por fricción tienen lugar en una delgada capa adyacente al contorno del sólido (llamada capa límite), y que el flujo exterior a dicha capa puede considerarse como carente de viscosidad y que la distribución de las velocidades en la zona próxima al contorno es influenciada por la tensión cortante en el contorno”. En general, la capa límite es muy delgada en la parte de aguas arriba del contorno y va aumentándose el espesor hacia aguas abajo por la acción continuada de las tensiones cortantes. Además, en el caso de que la placa de L m. de longitud mantenida paralela al movimiento relativo del fluido, se aplican las siguientes cálculos para :

- *Capa límite laminar* (hasta números de Reynolds cerca de 500,000).
- *Capa límite turbulenta* (en contorno liso).
- *Capa límite en la transición* (de laminar a turbulenta sobre la placa (Re de 500,000 a 2000,000.aproximadamente)).

El desarrollo de una capa límite sobre una placa plana es debido a la transición de régimen laminar a turbulento en la capa límite que se forma de un flujo incomprensible sobre una placa plana lisa (con gradiente de presión cero) en la ausencia de transferencia de calor , se puede retrasar hasta un número de Reynolds , $Re = 3000 - 4000$, si se mantiene un mismo nivel de perturbaciones externas.

De este modo para las condiciones estándar del aire con una velocidad de la corriente libre igual a 100 m/s, la transición corresponde a una longitud x , a lo largo de

la placa, en el intervalo $0.43 \text{ m} < x < 0.58 \text{ m}$. Donde la capa límite sobre una placa plana, como se muestra la imagen cualitativa de la fig. 3 , de el crecimiento de la capa límite sobre una placa plana.

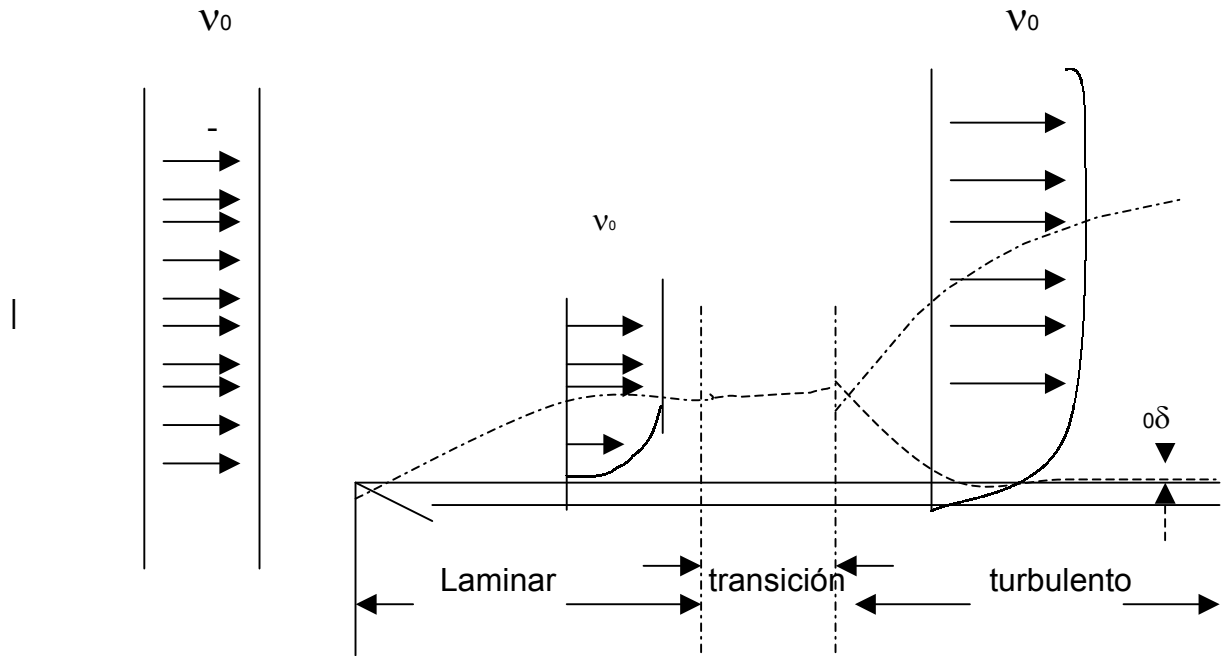


Fig. 3 capa límite sobre una placa plana (el espesor vertical se ha exagerado.)

En la imagen cualitativa de la fig. 3 se indica que la capa límite turbulenta crece con una rapidez mayor que la capa límite laminar. Es δ_0 el espesor de la subcapa laminar en el flujo turbulento

Una aplicación importante de este concepto es que el control del comportamiento de la capa límite es la base para la mayoría de los dispositivos de “alto ascenso” para la aviación y la aeronáutica.

CONCEPTOS FUNDAMENTALES

Samuel Trueba Coronel hace referencia en su libro Hidráulica (1981) a una suposición imaginaria donde hace circular agua por un tubo con una velocidad que puede variar arbitrariamente. Al principio hace que el líquido en reposo contenido en

un tubo, circule de una sección dada, con velocidad progresivamente mayor. Cuando el líquido comienza a moverse la velocidad es pequeña entonces el régimen es laminar; al ir aumentando paulatinamente la velocidad llegando a un valor donde el régimen se vuelve turbulento, entonces el valor que tiene que alcanzar la velocidad para pasar de un régimen laminar a turbulento, se llama velocidad crítica alta. Y cuando el agua está circulando con gran velocidad, de tal manera que el régimen es turbulento y que hace disminuir paulatinamente la velocidad ; el régimen permanece turbulento hasta que esta disminución de la velocidad hace que el flujo sea laminar , por lo tanto, el cambio de régimen de turbulento a laminar se le llama velocidad crítica baja. Existen dos valores para la velocidad crítica: crítica baja y crítica alta , en donde el valor de la primera es mayor que el segundo; aún cuando exista un valor intermedio entre estos dos velocidades el valor real dependerá exclusivamente de los antecedentes de circulación de los líquidos que se traten.

Reynolds citado por Trueba Coronel (1981) por medio de experimentos determinó los valores de velocidades críticas llamándolo número de Reynolds; asegurando así que cuando en un escurrimiento se tiene un número menor de 2100 el régimen es laminar o tranquilo, y si es mayor de 3000 el escurrimiento es turbulento.

El número de Reynolds está representado por la letra Re y por el cociente de los siguientes términos:

$$Re = \frac{v D \rho}{\mu} \dots\dots\dots(1)$$

v = es la velocidad media en (m. / seg.)

D = el diámetro del conducto(m.)

ρ = es la densidad del líquido (kg. $\text{seg}^2 / \text{m}_4$)

μ = viscosidad absoluta del líquido (Kg. seg / m^2)

Según la geometría de la capa límite en el interior del volumen de control, los procesos pueden ser *flujos externos* influenciados por los vientos, corrientes marinas y ríos, *flujos internos* por los cuerpos que contienen los fluidos como; canales, tuberías y medios porosos.

Para los cálculos en la práctica las velocidades que se manejan son generalmente mayores que la velocidad crítica alta por lo que al utilizar las fórmulas en tuberías se supondrá que el régimen es turbulento. En un medio fluido por el cual se desplazan cuerpos ejerce una resistencia al movimiento de los mismos cuerpos y recibe el nombre de resistencia al avance o arrastre. La resistencia al avance de un cuerpo depende de dos tipos de básicos de fuerza que actúan sobre el mismo : fuerzas cortantes y fuerzas de presión.

Resistencias a las fuerzas cortantes.

Llamada también resistencia superficial ,y se llama frecuentemente rozamiento de arrastre debido a las fuerzas de presión.

Resistencia a las fuerzas de presión.

Se le llama resistencia al avance de forma (arrastre de forma).La Conjugación de estas fuerzas de resistencia y en general el esfuerzo cortante en una superficie plana no varia, y en consecuencia se puede ver que cualquier problema en que intervengan esfuerzos cortantes aparece también el patrón de flujo de la vecindad de la superficie. Por lo tanto se tiene que: Debido a esta fuerza de fricción, cuando un fluido corre

sobre una superficie, ocurre un interesante fenómeno. Al hacer contacto con la superficie, el fluido se detiene completamente; no hay velocidad o movimiento en la superficie. Una nueva capa de fluido se forma encima del flujo que está detenido en la superficie. En esta nueva capa hay menos fricción, y por lo tanto, el flujo logra cierto movimiento. Se forman nuevas capas, cada una con menos fricción, hasta que a una cierta distancia de la superficie original, ya no hay ningún efecto del flujo retardado por la fricción, y el resto de las capas de fluido viajan a la velocidad original. La distancia que hay entre la superficie original y la capa del flujo que viaja a la velocidad original se conoce como el espesor de la capa límite. En general, el espesor de la capa límite aumenta conforme el fluido se mueve a lo largo de la superficie. Qué tanto aumenta el espesor de la capa límite y qué tan rápido lo hace?, son factores que dependen de la suavidad de la superficie, la forma de la superficie, la viscosidad del fluido, y la velocidad del flujo.

Capa Límite Laminar

Cuando la velocidad es baja, un fluido que corre a lo largo de una superficie lisa que es relativamente corta y plana producirá una capa límite muy delgada. El flujo dentro de la capa límite será suave y ordenado, lo cual quiere decir que las diferentes capas de fluido permanecerán básicamente paralelas unas a otras, sin mezclarse. A este tipo de capa límite se le llama capa laminar.

Desafortunadamente, la naturaleza tiende hacia el desorden, por lo que es raro poder mantener una capa límite laminar para mucho tiempo.

“Es la capa de fluido cercana a la superficie que reciente los cambios en su velocidad por el efecto del esfuerzo cortante de la superficie” .Después de definir las

componentes en función de fuerzas para los efectos de resistencia de los cuerpos en un medio fluido en realidad nos acercamos al área de estudio general que trata del patrón de flujo en esta capa y de esfuerzos de corte correspondientes se llama *teoría capa límite laminar*.

Régimen laminar.

Se caracteriza por que en la circulación de líquidos existen dos corrientes características como cuando la velocidad del flujo es pequeña y hasta un cierto límite el movimiento se realiza por capas superpuestas siendo las líneas de corriente paralelas a las paredes que contiene el fluido.

Régimen turbulento.

Se manifiesta cuando la velocidad pasa de un cierto límite, entonces las corrientes de las capas de flujo dejan de ser lineales y superpuestas ; convirtiéndose después en un régimen turbulento con su considerable pérdidas de carga por esto.

Velocidad crítica.

Se le denomina crítica porque debajo de la cual la circulación de los fluidos se realiza siempre en régimen laminar y el valor de esta velocidad está vinculada con un coeficiente que se conoce como Número de Reynolds que es:

$$(Re) = \frac{4 v \gamma R}{n g} \dots\dots\dots(2)$$

Re = número de Reynolds.

V = velocidad media (m. /seg.)

γ = peso específico del líquido que circula (kg./m³)

R = radio hidráulico medio de la sección(m.)

g = aceleración de la gravedad terrestre 9.81 (m / seg²)

μ = viscosidad dinámica (kg seg./m²)

Características de la capa límite.

a) La velocidad del fluido en las partes de contacto y en las fronteras del cuerpo valen cero.

b) El grado de velocidades y el esfuerzo cortante tendrá valores máximos en las fronteras y disminuye a medida que el punto se aleja de esta frontera.

c) Afuera de la frontera de la capa límite ,el grado de velocidades, esfuerzo cortante y los efectos viscosos serán igual a cero.

d) Fuera de la capa límite las líneas de la corriente se hacen un flujo con potencial.

e) fuerzas de presión, normales a la superficie de control debidas a las diferencias de presión.

f) fuerza gravitatoria, por efecto del campo gravitatorio sobre la masa del fluido.

g) fuerza viscosa, debida a los esfuerzos viscosos producidos durante el movimiento del fluido en las proximidades de la superficie de control.

h) las acciones de las fuerzas viscosas se producen en las proximidades de la zona de contacto sólido-líquido de la capa límite.

LA CAPA LIMITE TURBULENTA

Conforme un fluido se mueve sobre una superficie larga y relativamente plana, la capa límite se irá haciendo más gruesa, y las capas de fluido comenzarán a mezclarse y a girar una alrededor de la otra. Esta capa límite en la que el movimiento del fluido es agitado y giratorio, se llama capa límite turbulenta. A esta agitación continua de las partículas del fluido se le llama turbulencia. Si el movimiento giratorio del fluido es regular y repetible, entonces se conoce como vórtice o remolino.

Puesto que la mayoría de las capas límite que se forman sobre los aviones son turbulentas, los ingenieros aerodinámicos tratan de diseñar las superficies de modo que reduzcan al mínimo la cantidad de turbulencia o vórtices que podrían hacer en condiciones normales, efectos aerodinámicos negativos o desastrosos para efectos de construcción y desarrollo de aparatos de vuelo.

Cálculos importantes.

La aplicación mas importante para determinar la distribución de velocidades en flujos turbulentos lo constituye el calculo de la resistencia al flujo en diferentes

conducciones traducido en pérdida de energía y por fricción así como el esfuerzo cortante. Esta parte del calculo debe de contener el análisis de la capa limite laminar para números de Reynolds de 500,000. Para el caso de una placa plana de L m. De longitud. Mantenido paralela al movimiento relativo del fluido, se aplican las siguientes ecuaciones las cuales son fundamentales en los cálculos de los fenómenos que ocurren dentro de un flujo turbulento.

(a) Coeficiente de resistencia media $C_D = \frac{1.328}{\sqrt{VL/v}} \dots\dots\dots(3)$

(b) Espesor de la capa límite δ (a una distancia genérica X viene dada por):

$$\delta / x = \frac{5.20}{\sqrt{Vx/v}} \dots\dots\dots(4)$$

(c) La tensión cortante (kg./m^2) $\tau_o = \frac{0.33 \rho V^2}{\sqrt{R_E}} \dots\dots\dots(5)$

V = vel. de aproximación del fluido al contorno ($m / \text{seg.}$) (velocidad no perturbada desde su borde hasta el punto de interés en (m.)

X = distancia al borde de ataque(m.)

L = longitud total de la placa en metros(m.)

R_E = Número de Reynolds local para la distancia X adimensional.

v = viscosidad cinemática del fluido en(m^2 / seg)

ρ = densidad del fluido en($\text{kg. seg}^2 / m^3$)

Fórmulas para el cálculo de la capa límite turbulenta.

(en contornos lisos). Se Considera los siguientes factores implícitos:

(a) El coeficiente de resistencia medio (C_D) sí $2 \times 10^5 < R_E < 10^7$

$$C_D = \frac{0.074}{R_E^{0.20}} \dots\dots\dots(6)$$

(b) El coeficiente de resistencia medio Sí $10^6 < R_E < 10^9$

$$C_D = \frac{0.455}{(\lg_{10} R_E)^{2.58}} \dots\dots\dots(7)$$

Re = Número de Reynolds.

lg= logaritmo base 10.

En contornos rugosos el coeficiente de resistencia varia con la rugosidad relativa ϵ / L y no con él numero de R . Se tiene que:

(a) El espesor de la capa limite δ se calcula para $5 \times 10^4 < R_E < 10^6$

$$\delta = 0.38$$

$$\frac{\delta}{x} = \frac{0.38}{(Re_x)^{0.167}} \dots\dots\dots (8)$$

(b) El espesor de la capa limite δ se calcula para $10^6 < Re < 5 \times 10^8$

$$\delta = \frac{0.38}{(Re)^{0.167}} \dots\dots\dots (9)$$

(c) La tensión cortante en la pared se estima por:

$$\tau_o = 0.0587 \frac{\rho V^2}{2} \left(\frac{v}{xV} \right)^{1.5} \dots\dots\dots (10)$$

(d) Capa limite en la transición. De la lamina a turbulenta sobre la placa (Re de 500,000 a 20,000,000. Aproximadamente.

(e) Coeficiente de resistencia medio(C_D)

$$(C_D) = \frac{0.455}{\left(\lg_{10} Re \right)^{2.58}} - \frac{1700}{Re} \dots\dots\dots (11)$$

Cálculos para la capa límite sobre una placa plana

Entre dos placas planas paralelas fluye aire en condiciones estándar como se ilustra en la figura de abajo. En la sección de entrada, la velocidad es uniforme con una magnitud $V_0 = 25$ m/s. La colocación de un elemento “turbulizador” (o dispositivo para generar turbulencias) en ambas paredes de la sección de entrada, permite asegurar que la *capa límite* que se desarrolla sea turbulenta desde la sección de entrada. El perfil de las velocidades para la *capa límite* y su espesor se pueden aproximar mediante el siguiente esquema:

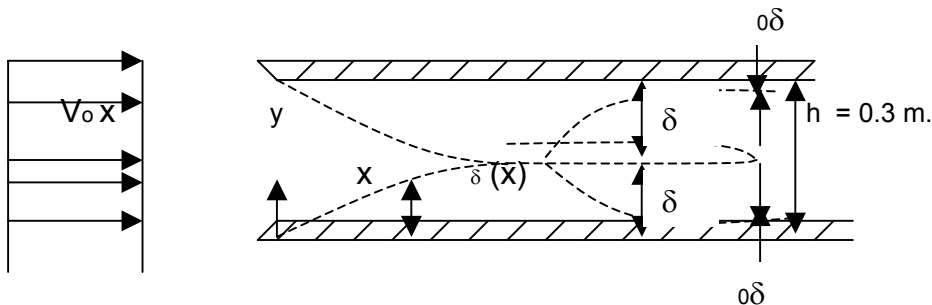


Fig. 4.

Donde V_{0x} es la velocidad en el centro. Obsérvese que dicha velocidad V_0 es una función de x . El ancho de las placas w , es mucho mayor que la distancia entre ellas h , y por lo tanto, considerar despreciables los efectos en los extremos. Determinar la caída de presión entre la sección de entrada y una sección colocada a 5 m. Desde la entrada.

El flujo de aire entre dos placas planas paralelas .

El espesor de las velocidades dentro de la capa límite para cada una de las paredes esta dada por:

$$\frac{\delta}{x} = 0.370 \left[\frac{V}{V_0 X} \right]^{1/5} \dots\dots\dots(12)$$

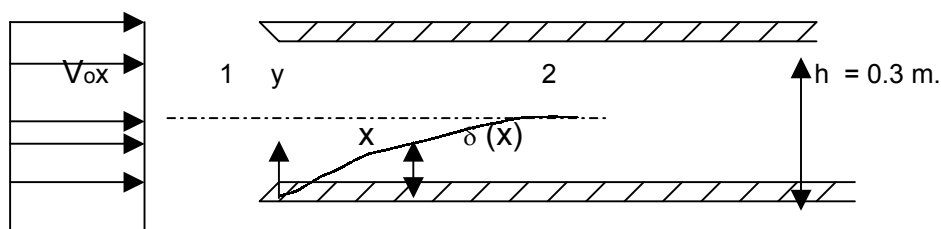
El perfil de las velocidades dentro de la capa límite se puede expresar mediante

$$\frac{v}{V} = \left[\frac{y}{\delta} \right]^{1/7} \dots\dots\dots(13)$$

Donde :

$$V_0 = 25 \text{ m./s}$$

Ancho uniforme de la placa = W (m.)



$$X_1 = 0$$

$$X_2 = 5\text{m.}$$

Ejemplo.

La capa límite se mantiene laminar a lo largo de una distancia corta desde el extremo inicial ; la transición se presenta en una región de la placa y no en una sola línea transversal a ella. Esta región de transición se extiende agua abajo hasta aquellas localidades donde el flujo de la capa límite se vuelve completamente turbulento

Determinar :

a).- Verificar si la capa límite ha llegado al plano del centro en la sección 2 si $X_2= 5\text{m.}$

δ = Espesor de desplazamiento de la capa límite. Empleando la ecuación (2).

$$\delta = 0.370x_2 \left[\frac{V}{V_0 X} \right]^{1/5} = 0.370 (5 \text{ m.}) \left[\frac{.0000145 \text{ m}^2}{\text{seg}} \times \frac{\text{seg}}{25\text{m.}} \times \frac{1}{5\text{m.}} \right]^{1/5}$$
$$\delta = 0.00759\text{m.}$$

Es importante considerar en este parte de la capa límite se inicia la caída de presión y los cálculos de esta se recomienda al lector para lecturas mas avanzadas.

LA CAPA LIMITE LAMINAR

Las pruebas experimentales de Blasius indican que cuando se esta muy cerca del borde de ataque de la placa habría un error debido a una suposición simplificadora, pero no se considera importante para los problemas de ingeniería. Con placas pulidas muy delgadas se puede esperar que la placa límite laminar cambie a turbulenta con números de Reynolds aproximados de 500,000; sin embargo, si el flujo que llega es turbulento, o si la placa es rugosa , o ambas cosas, la capa límite laminar se hará turbulenta con números de Reynolds menores.

Esta se encuentra en la región más próxima a la superficie de un objeto en la que el fluido puede sufrir cambios en su velocidad y trayectoria, esto debido al efecto de la resistencia cortante dada en la superficie de contacto. En general las capas límites pueden existir en cualquier tipo de flujos de líquidos en movimiento siempre y cuando haya cuerpos obstructores con las paredes de los fluidos; puede ser laminar para un flujo uniforme, pero, también en estos pueden haber capas límites que aumenten de espesor y donde se pueden esperar cambios notables de velocidad al variar su distancia a lo largo de la misma, además tiene las siguientes características de formación:

Características de formación .

Como se ha explicado previamente, el fenómeno de los flujos de líquidos sufren deformaciones, tanto en sus velocidades y en sus características medibles, por que, debemos considerar en este instante, hacer una metodología que siga al proceso de formación de una capa límite; por lo tanto :

- a).**- Siempre debe de haber una corriente de flujo en una dirección determinada y que su coeficiente de fricción o número de Reynolds sea < 500 .
- b).**- Deberán de existir cuerpos que obstruyan el flujo en cualquiera de sus fronteras de contacto y serán en contra de la dirección del flujo.
- c).**- Serán perceptibles sus cambios de velocidad debido al frenado del movimiento de las partículas del flujo a lo largo de la corriente.

Conjugando estas características de formación, podremos decir que, el crecimiento del espesor de la capa límite laminar puede continuar mansa cuesta abajo pero hasta que su grosor se hace demasiado grande y el flujo se vuelve inestable, ahí la capa límite se transforma en turbulenta. Ahora, en la capa límite turbulenta los torbellinos formados mezclan el fluido haciendo que el de alta velocidad se corra hacia la región cercana a la superficie del cuerpo obstructor, por lo que el grado de velocidad en la superficie del cuerpo obstructor se hace mayor que el correspondiente a un flujo laminar en el punto inmediato anterior al punto de transición con una diferencia de distancias piezométricas.

Ya se ha explicado que es la fuerza de corte y como se caracteriza en el frenado de las partículas a lo largo de la estela de la capa límite formada. Ahora , se tratará de plantear el modo de cambio del esfuerzo de corte a lo largo de la capa límite, este esfuerzo se expresa por medio de la relación de la ecuación lo cual se ve

que su valor es grande cerca del borde de ataque del cuerpo obstructor y donde el grado de velocidad cambia y se hace menor en sentido de la corriente, mientras el gradiente se reduce. Pero donde la capa límite se hace turbulenta, es cuando el esfuerzo cortante vuelve a crecer. Eludiendo las demostraciones teóricas y matemáticas que al efecto de este trabajo no estarán al alcance de exposición, por lo tanto, solo se hace alusión a sus significados en función de sus definiciones bibliográficas mas importantes y a su presentación matemática simple.

Prandtl (1904), fue el primero en establecer la esencia de la teoría de la capa límite indicando que los efectos de la viscosidad se concentran en una capa delgada del fluido (de la capa límite) que rodea la superficie del sólido. Al mismo tiempo de sus análisis de las características, simplificó las ecuaciones generales del movimiento de un fluido (ecuaciones Navier – Stokes) para aplicarlas en la capa límite. Blasius (1908) obtuvo la solución matemática para el flujo de una capa límite laminar suponiendo que la velocidad relativa de las capas y las distancias relativas de la superficie debía ser la misma en cualquier sección. En relación a esto, se presentarán las ecuaciones que intervienen en un análisis completo de la capa límite y su relación con el flujo turbulento.

Se tienen cuatro cálculos que deben de realizarse en este caso como son:

- a) |Calcular primero si el flujo es laminar o turbulento.
- b) Calcular el esfuerzo cortante.
- c) Calcular la viscosidad absoluta.
- d) Calcular el espesor de la capa limite.

e) calculo del coeficientes de resistencia .

Calculo del flujo para determinar si es laminar o turbulento.

Al igual que en el caso de flujo laminar de un líquido no confinado sobre una superficie plana las distribución de las velocidades es parabólica, pero la velocidad máxima se encuentra en la línea media entre las dos placas. Después de integrar la velocidad a lo largo de la sección y dividida entre el área de la misma y donde la velocidad media equivale a dos terceras partes, se observa que el flujo es el resultado de un cambio de presión , o lo que es lo mismo las pulsaciones de presión en donde cuyos ensayos revelan que si el número de Reynolds es alrededor de 2000 en la mayoría de los casos prácticos este es flujo laminar.

Como observaremos en la siguiente ecuación de donde se explico que simplemente para calcular cuando es útil o no un flujo; solo debemos de despejar las incógnitas de la formula del numero de Reynolds para determinar los parámetros de construcción de un flujo acorde a las necesidades del ingeniero hidráulico, obviamente conocemos algunas constantes para los cálculos restantes.

$$Re = \frac{q \rho}{\mu} = 2000 \dots \dots \dots (14)$$

Re = Número de Reynolds.

q = Gasto del fluido (m³ / seg.)

ρ = Densidad ((kg seg² /m.⁴)

μ = viscosidad dinámica del líquido (Kg seg / m² .)

Ecuación para el calculo del esfuerzo cortante de la capa límite laminar.

El espesor de la capa límite se define como la distancia desde la superficie de la placa o cuerpo obstructor hasta el punto en que la velocidad del fluido es de 99.0% de la correspondiente a la corriente libre. Así mismo Prandtl, con esta suposición para el movimiento de las capas superficiales obtuvo una solución para la distribución de velocidades relativas donde se obtuvo la inversa de la pendiente de la curva que vale 0.332.

$$\tau_o = .0332\mu \frac{v_o}{X} Re^{1/2} \dots\dots\dots(15)$$

τ_o = esfuerzo cortante (kg / m².)

x = distancia al borde del ataque de la placa (m.)

v_o = velocidad de aproximación (m/seg)

μ = viscosidad absoluta (kg seg / m²)

Ecuación para el calculo de la viscosidad absoluta de la capa límite laminar.

$$\mu = \rho \nu c \dots\dots\dots(16)$$

μ = viscosidad dinámica (kg seg./m²)

ρ = densidad (kg seg²/m⁴)

νc = viscosidad cinemática (m² / seg.)

Ecuación para el calculo del espesor de la capa limite laminar.

$$\delta = \frac{5 x}{Re^{1/2}} \dots\dots\dots(17)$$

δ = espesor del desplazamiento de la capa límite(m,)

x = es la distancia al borde de ataque (m.)

Re = Numero de Reynolds.

cálculo del coeficiente de resistencia y presión.

Expresando el esfuerzo cortante en términos de coeficientes adimensionales de resistencia y presión dinámica de la corriente sin perturbar, tenemos:

$$C_F = \frac{1.33}{Re L^{3/2}} \dots\dots\dots(18)$$

1.33 = constante adimensional.

Re = Numero de Reynolds.

L = longitud (m.)

Cálculo del coeficiente de esfuerzos cortantes totales.

Esta es la combinación de los esfuerzos cortantes en la capa límite y la fuerza cortante total , en términos de coeficientes adicionales de resistencia y de presión dinámica en la corriente sin perturbaciones y en relación al número de Reynolds.

$$F_s = \frac{C_f B L \rho U_o^2}{2} \dots\dots\dots(19)$$

F_s = resistencia superficial producida por los esfuerzos cortantes en una de las caras de la placa. (kg. m / seg²)

L = longitud de la placa (m.)

B = ancho de la placa (m)

ρ = densidad del líquido (kg / m³)

U_o = Velocidad de aproximación (m / seg)

Crane (1990) cita a Crowe al referirse al desarrollo de las ecuaciones de la cantidad de movimiento a lo largo de la capa límite para obtener ecuaciones en forma útil para determinar los esfuerzos cortantes locales o la resistencia total sobre la placa, también se usa en otras muchas aplicaciones para relacionar la resistencia de un cuerpo con la distribución de diferencias de presión y el flujo de cantidad del movimiento entre dos sectores de una corriente, entre las aplicaciones de este tipo se incluyen las de determinar la resistencia de una ala, el análisis de capas límites sobre superficies rugosas, el análisis de capas límites sobre superficies evaporadoras y la predicción de puntos de separación sobre superficies curvas.

Conceptos fundamentales:

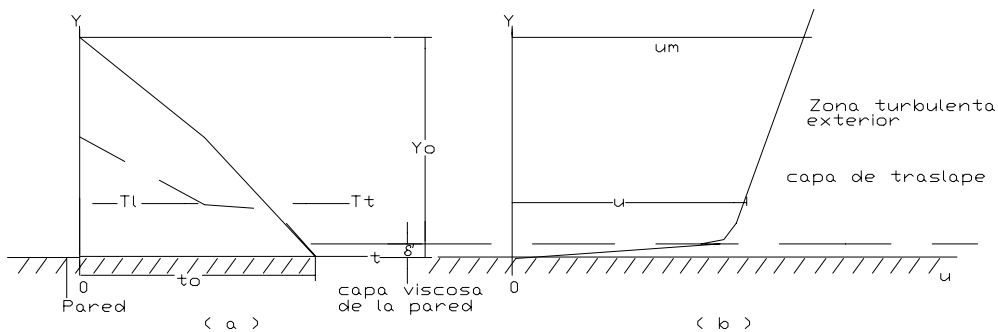
Victor L. Streeter (1988) define que la ecuación de cantidad de movimiento sirve para determinar el crecimiento de la *capa límite turbulenta* y los esfuerzos cortantes sobre una placa lisa y sugiere que una forma más sencilla es usar *la ley de la potencia de un séptimo* de Prandtl.

La subcapa viscosa.

En todas las formas de corrientes de fluidos si observáramos un cuerpo de agua fluyendo en dirección nuestra ,se nos presentaría una forma convexa a nuestra vista y si nos transportáramos con ella al mismo tiempo, miraríamos que el flujo se mueve como efecto de banda transportadora; es decir, como una banda tipo oruga, pero esto es aparente, puesto que la capa que estaría en contacto con las paredes del recipiente que lo conduce obedece a las leyes de distribución de velocidades y a los esfuerzos cortantes y a su viscosidad; entonces la capa de fluido que por efecto de la pared permanece relativamente laminar a pesar que la mayor parte del flujo en la capa límite es turbulenta.

Distribución de velocidades.

En flujos turbulentos las condiciones cercanas a una superficie son bastantes más complejas que en flujos laminares. Conviene visualizar a la capa de corte turbulento cerca de la pared como si estuviera dividida en tres capas: la capa viscosa de la pared el esfuerzo cortante del fluido es esencialmente constante e igual al esfuerzo cortante de la pared t_0 donde la distribución de velocidades esta relacionada con el esfuerzo cortante y la viscosidad absoluta dentro de la región $\leq \delta$ por la ley de velocidad de Newton.



Esquema de a) esfuerzo cortante y b) distribución de la velocidad próxima a la pared en el flujo turbulento.

Resumen de relaciones para la capa límite turbulenta sobre una placa plana.

Como resumen , se exponen las ecuaciones para :

- Calcula el Re .
- Esfuerzo cortante total.

- c) Velocidad de corte o fricción.
- d) Espesor de la subcapa viscosa.
- e) Espesor de la capa límite.
- f) Resistencia cortante total.

Calcular el número de Re a una distancia X

$$Re = \frac{V_0 (X)}{\nu} \dots\dots\dots(20)$$

V_0 = Velocidad inicial del fluido (m. / seg.)

Re = Número de Reynolds.

ν = viscosidad cinemática del fluido ($m^2 / seg.$)

X = longitud de la placa (m.)

Calcular el esfuerzo cortante local.

$$\tau_o = \frac{0.058}{Re^{1/5}} \dots\dots\dots(21)$$

τ_o = esfuerzo cortante (kg / m²)

Re = Número de Reynolds.

1/5 = constante.

Cálculo de la viscosidad relativa usando la ecuación . (16).

Cálculo de la resistencia cortante total usando la ecuación. (19)

Cálculo de la velocidad de corte conocida como *velocidad de fricción* por :

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}} \dots\dots\dots(22)$$

u_* = velocidad de corte. (m/seg)

τ_o = tensión cortante (kg / m²)

ρ = densidad del fluido(kg seg² / m³)

El cálculo del espesor de la subcapa viscosa adimensional y nos dice que la velocidad relativa (velocidad con respecto a la velocidad de corte) en la subcapa viscosa es igual a una distancia adimensional medida desde la pared, de esta forma , la masa de fluido con una cantidad de movimiento relativamente tiende a acelerar al fluido de baja velocidad dentro de la región en que se mueve. La acción mezcladora de la turbulencia hace que la velocidad del fluido en un punto dado fluctúe con el tiempo

$$\delta = \frac{5V}{u_*} \dots\dots\dots(23)$$

u_* = Es la velocidad de corte del fluido (m. /seg.)

V = Velocidad del fluido (m/seg)

Cálculo del espesor de la capa límite :

$$\delta = 0.37 \frac{(x)}{Re_{1/5}} \dots\dots\dots(24)$$

δ = espesor de la capa (m)

X = distancia de la placa u objeto (m)

Re_e = Número de Reynolds.

Cálculo de la resistencia cortante total:

En este caso se analiza las dos capas juntas en un mismo fluido sobre una placa plana y lisa, donde la capa límite laminar se desarrolla primero en el extremo corriente arriba de la placa, a medida que esta capa se desarrolla y crece su espesor, se hace inestable y aparece la turbulencia hasta que se forma la capa turbulenta sobre el resto de la placa. Al calcular las resistencias; se debe calcular la resistencias por separado y sumarlas para obtener el total.

$$F_s = \left[\frac{1.33}{Re_{cr}^{1/2}} BX_{cr} + \frac{0.074}{Re_L^{1/5}} BL - \frac{0.074}{Re_{cr}^{1/5}} BX_{cr} \right] \rho \frac{U_o^2}{2} \dots\dots\dots(25)$$

Donde :

Re_{cr} = Número de Reynolds en la transición.

Re_L = Número de Reynolds en el extremo de la placa.

X_{cr} = Distancia del borde de ataque de la placa a la zona crítica o de transición.(m)

B = ancho de la placa u objeto.(m)

L = Largo de la placa u objeto .(m)

Simplificada queda : $F_s = C_f (B) (L) (\rho) \frac{U^2}{2} \dots\dots\dots(26)$

EL FLUJO TURBULENTO EN TUBERÍAS

Algunas consideraciones básicas

La naturaleza del flujo laminar o turbulento, y su posición relativa sobre una escala que indica la importancia relativa de las tendencias de turbulento a laminar o viceversa son indicadas por la ecuación del número de Reynolds. Reynolds obtuvo el número al cual el flujo del agua se hace de laminar a turbulento siendo este de $Re = 12000$ y de $Re = 2000$ cuando se vuelve de turbulento a laminar, y es llamado también número crítico para flujos en tuberías, siendo también a la vez de $Re = 2000 - 4000$ el número crítico para el cambio de laminar a turbulento en tuberías.

La ecuación de cantidad de movimiento sirve para calcular el crecimiento de la capa límite turbulenta y los esfuerzos cortantes sobre una placa liza; la ley universal de distribuciones de velocidad para tubos lisos propuesta por Prandtl o ley de potencia de un séptimo donde n varía con el número de R . Esta ecuación empírica es válida solo en algunas distancias de la pared. Para $R < 100,000$; y $n = 1/7$, donde para los valores de R n decrece y tiende a fallar en predecir un valor diferente de cero en el centro del tubo. La forma matemática más sencilla de esta expresión es en base a la medida desde la pared del tubo en donde si $r =$ al radio del tubo. En un flujo turbulento las 3 componentes de la velocidad son distintos de cero; por lo que a los ingenieros casi nunca le interesan mucho

los detalles de las componentes de velocidad que fluctúan aleatoriamente; por lo tanto, introducimos la noción de una cantidad promedio temporal. El esfuerzo cortante turbulento promediado temporal conocido como esfuerzo cortante aparente. Esto demuestra que la distribución de esfuerzos cortantes es lineal para flujo turbulento lo mismo que para flujo laminar por lo tanto, el esfuerzo cortante turbulento es cero en la pared, porque las irregularidades de velocidad son nulas en la pared y el esfuerzo cortante total es cero en la línea central.

Victor L. Streeter(1988) afirma que; el parámetro Número de Reynolds también se puede considerar como una razón de fuerzas inerciales a viscosas. Un Re grande indica un flujo altamente turbulento con pérdidas proporcionales al cuadrado de la velocidad. La turbulencia puede ser de escala fina compuesta por un gran número de pequeños remolinos que se pueden convertir la energía mecánica a irreversible utilidad por medio de la acción viscosa; o de escala grande como los inmensos remolinos y vórtices en un río o ráfagas de viento en la atmósfera.

En el diagrama de Nikuradse se observa que para valores grandes del número de Reynolds, el factor de fricción se hace constante y depende solamente del valor inverso de la rugosidad relativa (D/k); esta zona del diagrama se denomina “Zona turbulenta rugosa”. Mientras menor es (D/k), menor es el valor de Re para el cual comienza la zona rugosa.

En el flujo turbulento rugoso la resistencia de rozamiento tiene una relación cuadrática con la velocidad. La explicación que se acepta hoy en día es la siguiente

- En el caso de la pared lisa las asperezas de las paredes (valor k) quedan dentro de la subcapa laminar (espesor δ_L). No hay remolino junto a las paredes y las asperezas no influyen en el flujo.
- Si las asperezas son del orden de magnitud de la subcapa laminar, estas no son capaces de destruir esta subcapa, pero hay algunos remolinos que absorben energía y aumentan la resistencia del flujo. Esta es la zona de transición.
- En el caso de que las asperezas aumenten considerablemente en relación con la subcapa laminar ($k \geq 5\delta_L$), se produce la destrucción de ella.

Las paredes salientes generan alteraciones considerables y aparecen vórtices y una estela turbulenta. Es posible encontrar expresiones que permitan determinar las características más importantes del flujo turbulento rugoso, basándose en datos experimentales principalmente de la experiencia de Nikuradse.

La ecuación general se puede escribir:

$$\frac{v}{v^*} = 5.575 \log \frac{2y}{D} + \frac{v_m}{v^*} \dots\dots\dots(27)$$

Según la citada experiencia el valor del paréntesis del segundo miembro es constante e igual a 8.50

De aquí:

$$\frac{v}{v_*} = 5.575 \log \frac{y}{k} + 8.50 \dots\dots\dots(28)$$

Integrando la expresión para obtener el valor de la velocidad media, se obtiene:

$$\frac{\bar{v}}{v_*} = 5.57 \log \frac{D}{2k} + 4.75 \dots\dots\dots(29)$$

se obtiene una mejor coincidencia con los valores experimentales, usando la siguiente relación:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \frac{D}{2k} + 1.74 \dots\dots\dots(30)$$

esta es la ecuación general de la resistencia de rozamiento en tubería rugosa o ley de la tubería rugosa, esta ecuación puede escribirse también:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \frac{3.7D}{k} \dots\dots\dots(31)$$

Para determinar la distribución de velocidad, la ecuación se puede escribir también:

$$\frac{\bar{v}}{v_*} = 5.57 \log \frac{333y}{k} \dots\dots\dots(32)$$

Comparando esta ecuación con la general del flujo turbulento vemos que la distancia “y₁” para la cual la velocidad es nula vale:

$$y = \frac{k}{3.3} \dots\dots\dots(33)$$

El espesor de la subcapa laminar vale según la relación:

$$\frac{v_*}{\delta_L} = 11.6 \dots\dots\dots(34)$$

El número de Reynolds (R*) es el correspondiente a la rugosidad y es un valor muy significativo para determinar el tipo de flujo en una tubería. El flujo turbulento rugoso comienza para R*≥60 según se ha podido comprobar experimentalmente

Flujo de transición, ecuación de Colebrook y White.

Hemos visto que para una tubería lisa, rige para el factor de fricción la relación presentada anteriormente. Esta expresión todavía puede escribirse haciendo algunas transformaciones algebraicas como:

$$\left(2 \log \frac{3.7D}{k} - \frac{1}{\sqrt{f}}\right) = -2 \log R_* + 1.036 \dots\dots\dots(35)$$

Para la tubería rugosa el factor de fricción vale:

$$2 \log \left(\frac{3.7D}{k} - \frac{1}{\sqrt{f}}\right) = 0 \dots\dots\dots(36)$$

En la tubería lisa, el término en paréntesis depende del valor R_* y para la tubería rugosa dicho término es nulo en función del valor de R_* de acuerdo a las experiencias de Nikuradse con rugosidad uniforme artificial puede apreciarse, según estas experiencias, que el alejamiento de la ley de tubería lisa comienza con $R_* = 4$ lo que indica que una tubería deje de ser lisa cuando la altura de las rugosidades es alrededor de 1/3 del espesor de la subcapa laminar.

La ley de las tuberías rugosas comienza a tener vigencia para el $R_* = 60$ o sea la altura de las rugosidades es 5 veces el espesor de la subcapa laminar y se estableció que la rugosidad de las tuberías comerciales normales podía expresarse en términos de la rugosidad efectiva de arena "k" que corresponde a la rugosidad

artificial de Nikuradse. El valor de esta rugosidad equivalente que llamaremos ϵ se obtiene midiendo la pérdida de energía en la zona turbulenta rugosa. Sin embargo, las tuberías comerciales no tienen una rugosidad uniforme ni regularmente distribuida lo que hace diferente el comportamiento de la tubería con la rugosidad uniforme de Nikuradse. Aún cuando las leyes de la tubería lisa y rugosa siguen siendo validas con toda certeza la curva de la zona de transición varía apreciablemente.

Los estudios de Colebrook y White en el Imperial College de Londres publicado en 1937, permitieron un avance importante en el conocimiento de la resistencia de las tuberías comerciales. Ellos hicieron ensayos con aire en una tubería de 35 cm de diámetro recubierto con 2 clases de granos de arena de distinta magnitud y disposición. Se hizo la comparación con los resultados obtenidos para diversos tipos de tubería comerciales y se encontró que la mayor coincidencia se obtenía cuando la rugosidad artificial estaba compuesta de granos aislados. Los resultados de los ensayos mostraron diferencias con los de Nikuradse y la transición se obtenía con una curva gradual y suave tangente a las rectas de la tubería lisa y rugosa.

Tal vez la explicación de este hecho estriba en que al ser las rugosidades irregulares, algunas pocas rugosidades grandes perturban a la subcapa laminar antes de que ellas fueran uniformes, de esta manera la separación de la ley de la tubería lisa es gradual, conservándose la suavidad de la curvatura. La ley de transición encontrada por Colebrook y White puede expresarse con la ecuación:

$$M = 2 \log \left(1 + \frac{3.29}{R_*} \right) \dots\dots\dots(37)$$

De esta relación se desprende que m tiende a cero para valores grandes de R_* que corresponden a la tubería rugosa (prácticamente par $R_* = 60$ se cumple la ley de la tubería rugosa). Para valores pequeños de R_* la expresión anterior como la ecuación para tuberías lisas queda:

$$M = 2 \log \frac{3.29}{R_*} = 1.035 - 2 \log R_* \dots\dots\dots(38)$$

La formula de Colebrook y White proporciona al ingeniero un instrumento de diseño muy útil y ampliamente confirmado por la práctica. Desgraciadamente la formula son muy compleja para su uso directo en la práctica. En 1944, L.F. Moody reprodujo las curvas de transición en un diagrama $f-Re$. La relación entre f , Re y D/ϵ puede leerse directamente en un diagrama.

EJEMPLOS

Una placa lisa de 3 m por 12 m se mueve a través del aire cuya temperatura es de 15° con una velocidad relativa de 1.2m/seg manteniéndose el movimiento paralelo a la superficie y a su longitud . calcular la resistencia de una se sus caras de la placa:

A)- suponiendo condiciones laminares.

B).- Suponiendo condiciones turbulentas.

C).- En las condiciones laminares calcular el espesor de la capa límite en el centro de la placa y en el borde de salida.

Solución :

Calculara el numero de Reynolds usando Ec.(14) se tiene.

$$Re = \frac{V D \rho}{\mu} = \frac{V L}{\mu}$$
$$Re = \frac{(1.2) (3)}{(1.47) (.0000175)} = 245,000.$$

A).- para condiciones laminares usando la Ec.(5) se tiene que:

$$C_D = \frac{1.328}{\sqrt{Re}} = \frac{1.328}{\sqrt{245,000}}$$
$$C_D = 0.00268$$

$$\text{Resistencia} = (C_D)(\rho)(L)V^2 / 2$$

$$\text{Resistencia} = .00268 (0.1245)(3 \times 1.2)^2 / 2$$

$$\text{Resistencia} = 0.865 \text{ kg}$$

B).- para régimen turbulento el coeficiente de resistencia medio es, con $Re < 10^7$ usando la Ec.(6) se tiene que:

$$C_D = \frac{0.074}{Re^{0.2}} = \frac{0.074}{245,000^{0.2}}$$

$$C_D = \underline{0.00618}$$

$$\text{Resistencia} = 0.00618 (0.1245)(3 \times 1.2)^2 / 2$$

$$\text{Resistencia} = 0.000200 \text{ kg}$$

C).- En las condiciones laminares calcular el espesor de la capa límite en el centro de la placa y en el borde de salida. Para $X = 1.5\text{m}$.

$$Re = 1.2(1.5) / 1.47(.00001)^{-5}$$

$$Re = \underline{122,500}$$

Obsérvese que el Número de Reynolds se ha calculado de partir de que $L = X\text{m}$.

Este valor se le llama número de Reynolds local, por lo tanto, usando la Ec.(4) se tiene

$$\delta = \frac{5.20(x)}{\sqrt{Re}} = \frac{5.20(1.5)}{\sqrt{122,500}}$$

$$\delta = \underline{22.2\text{mm}}$$

Para $X = 1.5\text{m}$, $Re = 245,000$

$$\delta = \frac{5.20(x)}{\sqrt{Re}} = \frac{5.20(3)}{\sqrt{245,000}}$$

$$\delta = \underline{31.5\text{mm}}$$

Sobre una placa plana delgada fluye petróleo crudo a 70°F ($\nu = 10 \text{ pies}^2/\text{seg}$, la densidad relativa = 0.86) cuya velocidad en la corriente libre es de 10pies²/seg. La placa tiene 4 pies de ancho y 6 pies de longitud en la dirección paralela al flujo. Determine el espesor de la capa límite y haga una del mismo así como de la distribución de esfuerzos cortantes a lo largo de la placa.

Solución, usando Ec. (20) tenemos que:

$$Re_x = \frac{V_0 (x)}{\nu} = \frac{10x}{10_{-4}} = 10x_5$$

$$Re_x^{1/2} = 3.16(10^2 x^{1/2})$$

El esfuerzo cortante se calcula por la Ec.(15) donde:

$$\tau_o = .0332\mu \frac{U_o}{X} Re_x^{1/2}$$

Donde

$$\mu = \rho\nu = 1.94(0.86)(10_{-4})$$

$$= 1.67(10_{-4}) \text{ lbf-s/pie}^2$$

asi en E.(15) tenemos.

$$\begin{aligned}\tau_o &= 0.332(1.67)(10^4)^{-1/2} \cdot 10 / x (3.16)(10^4)^{1/2} \\ &= 0.75 / x^{1/2} \text{ lb / pie}^2\end{aligned}$$

El espesor de la capa límite se calcula por la Ec.(17) Quedando:

$$\begin{aligned}\delta &= \frac{5x}{\text{Re}^{1/2}} = \frac{5x}{3.16(10^4)^{1/2}} = 1.58(10^2)^{1/2} \text{ pie} \\ &= 0.190^{1/2} \text{ pulg. Ver gráfica en anexos.}\end{aligned}$$

Sobre una placa delgada lisa de 3m(9.8 pies) ancho y 6m (19.7pies) de longitud fluye aire a una temperatura de 20°C (68°F), cuya velocidad en la corriente

sin perturbar es de 30m/seg (98pies/seg). Suponiendo que obligamos a que la capa límite sea turbulenta desde el borde de ataque, determine el esfuerzo cortante, el espesor de la subcapa viscosa y el espesor de la capa límite a 5m (16.4pies) corriente abajo del borde de ataque.

Usando Ec.(20) tenemos que :

$$Re_x = \frac{V_0 (x)}{\nu} = \frac{(30\text{m/seg})(5\text{m})}{1.49(10^{-6})\text{m}^2/\text{seg}} = 107$$

$$Re_x = (107)^{1/5} = 25$$

Ahora calcularemos τ_o , a partir de $\tau_o = c_f \rho V_o^2 / 2$ donde de Ec.(21) se obtiene:

$$C_f = 0.058 Re_x^{-1/5} = 0.058/25$$

Además $\rho = 1.20 \text{ kg/m}^3$ ($0.00232 \text{ slugs/pie}^3$) de tablas

Por lo tanto

$$\tau_o = \frac{0.058}{25} (1.20 \text{ kg / m}^3) \frac{30^2}{2} \text{ m}^2 / \text{seg}^2$$

$$= 1.25 \text{ kg m- seg}^2 = 1.25 \text{ N / m}^2$$

Con el sistema ingles si tiene que :

$$\tau_o = \frac{0.058}{25} (0.00232) \frac{98^2}{2}$$

$$= 0.0259 \text{ lbf / pie}^2$$

A continuación calcularemos la subcapa viscosa por Ec.(23)

$$U_* = \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}} = \frac{1.25 \text{ N/m}^2}{1.20 \text{ kg/m}^3}$$

$$= 1.02 \text{ m/s}$$

En el sistema inglés queda = 3.34 pies /seg.

El espesor de la subcapa viscosa esta dado por Ec. (24) y si consideramos que la velocidad $v = 1.49 (10^{-5}) \text{ m}^2/\text{seg}$ sustituimos en Ec. Obtenemos :

$$\delta = \frac{5v}{U_*} = \frac{5(1.49)(10^{-5}) \text{ m}^2/\text{seg}}{1.02 \text{ m/seg}}$$

$$= 0.07 \text{ mm}$$

En el sistema inglés = 2.42(10⁻⁴) pies

El espesor de la capa límite se calcula con Ec.(25) dando que:

$$\delta = 0.37 \frac{(x)}{\text{Re}_{1/5}} = \frac{(0.37)(5) \text{ m}}{25}$$

$$= 0.074 \text{ m.}$$

$$= 74 \text{ mm.}$$

En el sistema inglés obtenemos. = 2.9 pulg.

CONCLUSIONES

Podemos definir que estas consideraciones que el campo de estudio en la hidráulica está aun en los albores de la investigación considerando que las aplicaciones han sido numerosas en todos los ámbitos de la ingeniería moderna, así como su desarrollo para nuevas tendencias de investigación, no dejan de ser tendenciosas al sistema estadístico y heurístico pero con un grado de acierto aceptable para los estudios e investigaciones locales; es decir, para aplicaciones dentro de un sistema tridimensional. Pero que pasa cuando estos estudios o investigaciones se pretenden aplicar en un sistema de espacio, materia, energía y tiempo. Las leyes de la mecánica ceden ante estas aseveraciones puesto que la implicación del tiempo en estos conceptos vuelve a una concepción teórica matemática empíricamente irracional en un medio temporal, es decir en un medio discontinuo y un medio discontinuo es estadístico al azar. También, es necesario interpretar y darle un nuevo enfoque al estudio del movimiento de los fluidos, tal

vez sea necesario ser más filosófico del modo de ver las cosas y los fenómenos que rigen las leyes del universo. H. Dieter Zeh, dice que “ son necesarios los observadores para dar existencia al mundo “. Escribió Wojcieck Zurek “ Más allá de las partículas, de los campos de fuerza, de la geometría, del espacio y del tiempo, está el último elemento constitutivo de todo ello, el acto todavía más sutil del observador que participa”.

De esto se desprende las siguientes conclusiones particulares:

a) que las hipótesis y teorías de los flujos de agua turbulentos en función del movimiento universal seguirán siendo de tendencia y resultados probabilísticos en sus estudios.

b) que la concepción de un resultado en las investigaciones de los flujos hidráulicos turbulentos deberá ser extrapolado en 2 sistemas el real continuo y el rígido o puntual.

c) Que sus interpretaciones matemáticas actuales presentan un panorama real continuo para aplicaciones temporales; donde sus aseveraciones serán eficientes en la medida de la intensidad de las repeticiones realizadas para su explicación.

d) Que el conocimiento y manejo de estos principios fundamentales proveerá razonamientos lógicos en la interpretación, solución y espera de resultados por efectos de los flujos turbulentos en espacios abiertos y cerrados.

BIBLIOGRAFIA.

Artur G. Hanssen (1971), *Mecánica de Fluidos* . Ed. Limusa – Wiley U. S. A.

C. Potter Merle y C. Wiggert David, (1998), *Mecánica de Fluidos*. Segunda Edición Editorial Prentice Hall Hispanoamericana, S.A.

Collazo L. Javier (1980), *diccionario enciclopédico de términos técnicos inglés - Español , español- inglés* volumen I editorial Mc Graw Hill U. S. A.

División de Ingeniería Crane (1990) *Flujo de Fluidos* Ed. Mc. Graw Hill U. S. A.

H. French Richard (1991), *Hidráulica de Canales Abiertos*. Ed. Mc Graw Hill.

L.A. Ruiz Facorro, (1960). *Curso de Hidráulica*. Ed. librería y editorial Alsina.

L. Streeter Victor y Willie E. Benjamin, (1999). *Mecánica de los Fluidos*. Octave Edición , Ed. Mc. Graw Hill / Interamericana S.A. México.

R. W. Fox A. T. Mc. Donald (1990), *Introducción a la Mecánica de fluidos* Segunda Edición , Editorial Mc. Graw Hill , México.

Robertson .Ihara y T Crove Clayton, (1984).*Mecánica de Fluidos*. Segunda Segunda edición Editorial Interamericana, México.

Ronald V. Giles (1993), *Mecánica de Fluidos e Hidráulica*. Segunda edición
Editorial Mc. Graw Hill, México.

Russel George E. (1968), *Hidráulica primera impresión* Editorial Compañía
Editorial Continental , S.A. México.

Sotelo Avila Gilberto. (1974), *Hidráulica General* vol. I segunda reimpresión
Editorial Limusa, México.

Sierra Espinosa, F. Z ., Bates, C. J., and O' Doherty, T. *Reverse and fully
Developed Flows regions in an equally divided 90 pipie juntion*, ASME
Fluids Eng. Div. Summ, Meeting, paper – 3288, Vancouver (1997).

Shames, I., "Mecánica de Fluidos", Mc Graw Hill, Colombia (1997).

Streeter, V. L. y E. B. Wylie (1987), "*Mecánica de los Fluidos*", Editorial McGraw
Hill, México.

Trueba Coronel Samuel. (1982), *Hidráulica*. décima cuarta impresión editorial
Continental, S. A. México.

Williams Horace King (1962), *Manual de Hidráulica*. Cuarta Edición . Ed. Unión
Tipográfica, Editorial Hispanoamérica.

Wheeler Jhon. (2001), *Tendencias científicas* By Webzinemaker.

www.wezinemaker.com

www.matematicasmetropoligloval.com. El paraíso de las matemáticas

www2.uah.es. Página de internet ; posible exposición y resumen del Prof. Ramos sobre el flujo turbulento.