

**UNIVERSIDAD AUTONOMA AGRARIA
“ANTONIO NARRO”**

DIVISIÓN DE INGENIERÍA



**Comparación de los Métodos: Diferencias Finitas,
Elemento Finito y Kriging aplicados a Freatimetría**

Por

JULIO AGUILAR CLAUDEZ

TESIS

**Presentada como Requisito Parcial
para Obtener el Título de:**

Ingeniero Agrónomo en Irrigación

**Buenavista, Saltillo, Coahuila, México
Mayo del 2001**

UNIVERSIDAD AUTONOMA AGRARIA ANTONIO NARRO

DIVISIÓN DE INGENIERIA

**COMPARACIÓN DE LOS METODOS: DIFERENCIAS FINITAS,
ELEMENTO FINITO Y KRIGING APLICADOS A FREATIMETRIA**

TESIS

Realizada por:

JULIO AGUILAR CLAUDEZ

**Que somete a consideración el H. Jurado Examinador como
Requisito Parcial para Obtener el Título de:**

Ingeniero Agrónomo en Irrigación

Aprobada:

**M.C. Luis Samaniego Moreno
Asesor Principal**

**Dr. Javier de Jesús Cortés Bracho
Asesor**

**M.C. Luis Edmundo Ramírez Ramos
Asesor**

**M. C. Jesús R. Valenzuela García
Coordinador de la División de
Ingeniería**

Buenavista, Saltillo, Coahuila, México; Mayo del 2001

AGRADECIMIENTOS

Al **CREADOR** por darme otra oportunidad para alcanzar este sueño tanpreciado.

A la **Universidad Autónoma Agraria Antonio Narro** por abrirme sus puertas cuando más lo necesitaba y permitir mi formación dentro de sus filas.

Al M.C. Luis Samaniego Moreno, por su confianza, amistad, apoyo y tiempo otorgado para la realización del presente trabajo.

Al Dr. Javier de Jesús Cortés Bracho, por su sabia orientación, corrección y revisión de este trabajo.

Al M.C. Luis Edmundo Ramírez Ramos, por su gran amistad y disposición en la corrección y revisión para finalizar este trabajo.

A los todos mis Maestros que aportaron su Ciencia y Sabiduría a mi formación en especial a los del Departamento de Riego y Drenaje.

A los Grandes Señores Elena y Antonio Morales Banda, por abrigarme en su hogar y sus sabios consejos.

A la Gran Señora Julia Díaz Torres por sus valiosos consejos en el momento oportuno.

A mis siempre amigos y compañeros de Tronco Común, Generación 95-96, en especial Rosalinda y Felipe por su gran amistad y esos momentos compartidos.

A mis inolvidables amigos de la Generación LXXXVII, de la Especialidad de Irrigación; todos grandes amigos, sin tomar en cuenta el orden de redacción: Basilio Antonio, Carlos Eduardo, Fernando H., Hugo, Perfecto, Rafael y Rubén por esa inmedible amistad y apoyo constante.

A mis amigos de ALMA TERRA MATER, en especial del Departamento de Riego y Drenaje, por su apoyo y amistad en todo momento.

DEDICATORIAS

A Dios

Por levantarme en mi caída y otorgarme la sabiduría para llegar a mi sueño deseado.

A mis abuelos

Por dar vida a mis Padres y forjar los principios que llevo presentes.

A mis Grandes Padres

Antioco Aguilar Estrada

Juana Claudez González

Por darme la dicha de ser uno de sus hijos, enseñarme el principio de lucha por la vida, y apoyo para ser lo que soy, Dios me los conserve siempre.

A mis hermanos

Andrés

Margarita

Miguel

José Isabel

Telésforo

María de la Luz

Reyna

Joel Eugenio

Por su gran apoyo moral y económico que nunca olvidaré que **El Creador** bendiga siempre su hogar.

A mis Sobrinos

Por su inmenso apoyo, amor, cariño, y confianza, Dios los bendiga en todo momento, ya que son el motivo de mi lucha por alcanzar el éxito.

Al Maestro y Amigo

Por ese apoyo en el momento oportuno tanto moral como económico; que sin éste no sería lo que soy; a ti Miguel, por creer en mi por segunda ocasión, que el todopoderoso siempre te otorgue la sabiduría para continuar adelante.

A la Cuñada y Amiga

Por ese inmedible apoyo y gran confianza, en los momentos más difíciles hasta hoy en mi vida; Paula Ma. de la Paz, que el Creador te ilumine siempre en todo instante.

A la Gran Mujer

Que me enseñe lo que es el verdadero amor, cuando me encontraba en el camino equivocado, para tí, **Julissa Cardona Díaz**; por ese impulso para concluir este trabajo, que Dios nos permita realizar nuestros sueños e ilusiones.

INDICE DE CONTENIDO

	Pág.
INDICE DE CUADROS.....	iii
INDICE DE FIGURAS.....	iv
RESUMEN.....	v
INTRODUCCION.....	1
OBJETIVO.....	2
REVISION DE LITERATURA.....	3
El Drenaje y su Importancia en Agricultura.....	3
Estudios Generales para un Sistema de Riego.....	4
Estudios Topográficos.....	4
Estudios Agrológicos.....	4
Estudios Generales de Salinidad Analizada.....	4
Estudios de Freatimetría.....	5
Análisis Numérico.....	5
Antecedentes.....	5
Métodos de Estimación.....	6
Interpolación Polinomial.....	7
Polinomio de Interpolación de Newton.....	8
Polinomios de Interpolación de Lagrange.....	10
Interpolación Lineal.....	11
Interpolación Cuadrática.....	12
Interpolación Splines.....	13
Método de Diferencias Finitas.....	15
Método de Elemento Finito.....	17
Método de Kriging.....	20

MATERIALES Y METODOS.....	25
Descripción General del Distrito de Riego 029 Xicoténcatl, Tamaulipas.....	25
Clima.....	26
Infraestructura Hidrológica.....	26
Canales.....	26
Drenes.....	26
Caminos.....	27
Volúmenes de Agua Utilizados para Uso Agrícola.....	27
Cultivos.....	27
Estudio Topográfico.....	27
Localización de los Pozos de Observación del Manto Freático.....	28
Métodos de Comparación.....	28
Procedimiento para Interpolación por el Método Kriging.....	28
Metodología para la Obtención de Resultados.....	37
Análisis Estadístico.....	43
RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	45
Plano de Isohypsas.....	45
Cálculo de Parámetros Estadísticos.....	54
Correlación Lineal.....	54
Regresión Lineal Simple.....	54
Prueba de Hipótesis para los Métodos Comparados.....	66
CONCLUSIONES.....	70
RECOMENDACIONES.....	71
BIBLIOGRAFIA.....	72

INDICE DE CUADROS

No. Cuadro		Pág.
3.1	Cotas de Nivel Freático Existentes.....	36
3.2	Selección del Modelo por medio del Coeficiente de Correlación más alto Validación Cruzada (1991).....	38
3.3	Selección del Modelo por medio del Coeficiente de Correlación más alto de Validación Cruzada (1992).....	39
3.4	Selección del Modelo por medio del Coeficiente de Correlación más alto Validación Cruzada (1993).....	40
3.5	Selección del Modelo por medio del Coeficiente de Correlación más alto Validación Cruzada (1994).....	41
3.6	Selección del Modelo por medio del Coeficiente de Correlación más alto Validación Cruzada (1995).....	42
4.1	Resultados de la interpolación por el Diferencias Finitas.....	46
4.2	Resultados de la interpolación por el Elemento Finito.....	48
4.3	Resultados de la interpolación por el método de Kriging.....	49
4.4	Comparación de Métodos, mostrando Parámetros Estadísticos (1991).....	56
4.5	Comparación de Métodos, mostrando Parámetros Estadísticos (1992).....	57
4.6	Comparación de Métodos, mostrando Parámetros Estadísticos (1993).....	58
4.7	Comparación de Métodos, mostrando Parámetros Estadísticos (1994).....	59
4.8	Comparación de Métodos, mostrando Parámetros Estadísticos (1995).....	60
4.9	Intervalos de confianza de los métodos en diferentes años.....	68
5.0	Valores de t calculada y valores de t de tablas.....	69

INDICE DE FIGURAS

Figura	Pág
No.	
2.1 Diagrama de Flujo del Análisis Numérico.....	6
2.2 Diagrama de Flujo del error Análisis Numérico.....	6
2.3 Ejemplo de Polinomios.....	8
2.4 Interpolación Lineal.....	11
2.5 Spline de grado 0 con seis puntos.....	14
2.6 Spline de grado 1 con seis puntos.....	15
2.7 Malla de Cuadrados del Método de Diferencias Finitas.....	17
2.8 Dominio Discretizado por el Método de Elemento Finito.....	19
2.9 Semivariograma teórico.....	21
3.1 Localización Geográfica del Area de Estudio, Distrito de Riego 029, Xicoténcatl, Tamaulipas.....	25
3.2 Localización de los Pozos de Observación de Cotas de Nivel Freático del Distrito de Riego 029, Xicoténcatl, Tamaulipas.....	29
3.3 Malla de 12 x 9 km de los Pozos de Observación Seleccionados.....	30
3.4 Elementos para correr el Programa de Diferencias Finitas (Agosto, 1991)....	31
3.5 Elementos para correr el Programa de Diferencias Finitas (Agosto, 1992)....	31
3.6 Elementos para correr el Programa de Diferencias Finitas (Agosto, 1993)....	32
3.7 Elementos para correr el Programa de Diferencias Finitas (Agosto, 1994)....	32
3.8 Elementos para correr el Programa de Diferencias Finitas (Agosto, 1995)....	33

3.9	Elementos para correr el programa de Elemento Finito (Agosto, 1991).....	33
3.10	Elementos para correr el programa de Elemento Finito (Agosto, 1992).....	34
3.11	Elementos para correr el programa de Elemento Finito (Agosto, 1993).....	34
3.12	Elementos para correr el programa de Elemento Finito (Agosto, 1994).....	35
3.13	Elementos para correr el programa de Elemento Finito (Agosto, 1995)	35
4.1	Representación de Isohypsas de los diferentes métodos utilizados (1991).....	49
4.2	Representación de Isohypsas de los diferentes métodos utilizados (1992).....	50
Figura		Pág
No.		
4.3	Representación de Isohypsas de los diferentes métodos utilizados (1993).....	51
4.4	Representación de Isohypsas de los diferentes métodos utilizados (1994).....	52
4.5	Representación de Isohypsas de los diferentes métodos utilizados (1995).....	53
4.6	Diagrama de dispersión de Cotas medidas de Nivel Freático y Cota Estimada de Nivel freático de los métodos Comparados (1991).....	61
4.7	Diagrama de dispersión de Cotas medidas de Nivel Freático y de Cota Estimada de Nivel Freático de los Métodos Comparados (1992).....	62
4.8	Diagrama de dispersión de Cotas medidas de Nivel Freático y de Cota Estimada de Nivel Freático de los Métodos Comparados (1993).....	63
4.9	Diagrama de dispersión de Cotas medidas de Nivel Freático y de Cota Estimada de Nivel Freático de los Métodos Comparados (1994).....	64
4.10	Diagrama de dispersión de Cotas medidas de Nivel Freático y de Cota Estimada de Nivel Freático de los Métodos Comparados (1995).....	65

RESUMEN

Un buen sistema de riego requiere de un a serie de estudios como topográficos, agrológicos, de salinidad y freaticimetría. En estos últimos estudios se estudia la posición del nivel freático con respecto al tiempo; así como las áreas mas afectadas por dicho nivel; esto se visualiza los cuales bajo el apoyo de planos de isobatas, áreas tiempo e isohypsas.

Para la realización de los planos, a veces se dificulta obtener los datos de campo para su realización, cuando esto sucede se tiene que buscar solución a dicho problema; por ejemplo una alternativa es elegir un método que ayude a calcular la información extraviada o faltante.

Así en el presente trabajo la finalidad es comparar los métodos de Diferencias Finitas, Elemento Finito y Kriging, así como evaluarlos por medio de parámetros

estadísticos, para aplicar el mejor a la freatimetría del Distrito de Riego 029, Xicoténcatl, Tamaulipas.

En la comparación el mejor método resulto ser el de Kriging, ya que existió mejor correlación entre los datos estimados y medidos de Cota de Nivel Freático; por esto este método se debe aplicar en el área de estudio del distrito exclusivamente , ya sea cambiando la distancia entre variables analizadas o cambiando el tamaño de la superficie.

INTRODUCCION

El éxito de la agricultura depende de los ciertos factores dentro de los cuales se incluye un buen sistema de drenaje que permita el movimiento del agua y evitar que la zona radicular de los cultivos se encuentre saturada, deteniendo su crecimiento y por consiguiente su producción lo que lleva a reducir ganancias para el productor.

Para obtener el máximo beneficio neto antes mencionado se deben realizar estudios generales para el diseño de un sistema de drenaje, tales como

topográficos, agrológicos, de salinidad y freatimetría

Con la freatimetría se conoce la posición y variación del nivel freático con respecto al tiempo, así como las superficies afectadas por dichos niveles. Dicho estudio se realiza bajo el apoyo de planos de isobatas, áreas tiempo e isohypsas.

Para obtener la información de campo y realizar los planos se presentan obstáculos; tales como construcciones o material edáfico difícil de perforar, los cuales impiden la toma de datos para realizar dicha actividad, por esto se debe de realizar una interpolación de datos faltantes a partir de datos conocido

Actualmente, se cuenta con una gran cantidad de métodos para realizar la estimación de los datos faltantes, los cuales van desde métodos empíricos hasta métodos analíticos. Para elegir el método adecuado se tienen que llevar a cabo un proceso y así determinar el mejor con respecto al otro y emplearlo en la obtención de tal información faltante.

Así el objetivo es comparar los métodos: Diferencias Finitas, Elemento Finito y Kriging, evaluados a partir de un análisis estadístico, para aplicarlo a la freaticimetría del Distrito de 029, Xicoténcatl, Tamaulipas.

REVISION DE LITERATURA

El Drenaje y su Importancia en la Agricultura

El drenaje puede estar relacionado con la red física de ríos y corrientes superficiales de una área determinada o se puede referir únicamente al agua que es transportada (Luthin, 1986).

Por otro lado Alva, (1976) menciona que el drenaje es el movimiento del exceso de agua por medios artificiales que se encuentran sobre el terreno (drenaje superficial) y/o en el perfil del suelo (drenaje subterráneo o de subsoleo).

El agua estancada en el subsuelo se debe principalmente a un alto nivel de aguas freáticas y la topografía del lugar (se da en lugares con permeabilidad rápida o lenta del suelo, de clima húmedo o árido y en tierras planas o en pendiente).

Así un sistema de drenaje es necesario cuando en un suelo se presentan algunas características como estancamiento de agua en la superficie, el color del suelo es gris azulado con moteado marrón y amarillo desde los 20 cm hasta los 40 cm, existencia del estrato compactado en el suelo superficial, el suelo a un metro de profundidad se encuentra seco después de un largo periodo de lluvias, aparición de vegetación acuática en el terreno. Esto afecta el crecimiento de los cultivos por la saturación de cualquier parte apreciable de la zona radicular o por el agua encharcada en el subsuelo, bajando la producción debido a:

- 1) Evaporación, que resta calor al suelo, disminuyendo temperatura del mismo, acortando la temporada de crecimiento.

- 2) los puntos anegados alargan faenas de cultivo o impiden tratamiento uniforme.
- 3) La saturación de la superficie impide la circulación del aire en el suelo e impide la actividad bacteriana, favoreciendo el desarrollo de parásitos y enfermedades.
- 4) Limita la penetración de las raíces debido a que se afecta la estructura del suelo; bajando conductividad hidráulica.
- 5) Concentración de sales y álcalis en zona radicular o en superficie del suelo.

Por lo tanto la importancia del drenaje en la agricultura, radica en aumentar la producción, mantener rendimientos o reducir los costos de producción, buscando así el máximo beneficio neto (Diez, 1978).

Estudios Generales para un Sistema de Drenaje

La SEMARNAP et al, (1988) menciona que los principales estudios generales que se requieren para un diseño de sistema de drenaje son:

Estudios Topográficos

Por medio de estos estudios se conocen las pendientes dominantes, esquema general del escurrimiento superficial, altitud, y principales detalles naturales o artificiales.

Estudios Agrológicos

Estos estudios proporcionan el conocimiento del tipo de textura y la estratigrafía de los suelos con la problemática y el diseño del drenaje.

Estudios Generales de Salinidad Analizada

Estos estudios se llevan con el propósito de proponer el tipo de cultivo, manejo de humedad del suelo, así como programas de recuperación de suelos ensalitrados.

Estudios de Freatimetría

Con estos estudios se conoce la posición y variación del nivel freático con respecto al tiempo, así como las superficies afectadas por dichos niveles. Estos estudios se deben de llevar acabo en los meses más críticos bajo el apoyo de planos de isobatas, áreas-tiempo e isohypsas.

Un problema para obtener estos estudios, es cuando los puntos a perforar para determinar la profundidad de nivel freático se encuentran obstruidos por construcciones, vegetación o material edáfico difícil de penetrar; por lo tanto aquí es donde se tiene que llevar acabo una interpolación para obtener la información faltante por medio del método que la proporcione con mayor aproximación al terreno real.

Análisis Numérico

Antecedentes

Con el advenimiento de las computadoras, los procedimientos numéricos, son de uso común y más general en la solución de problemas de ingeniería, y quizás a la vez más accesible al ingeniero (Sotelo, 1997)

El análisis numérico tiene que ver con el desarrollo y evaluación de los métodos para calcular los resultados requeridos a partir de datos numéricos. Esto sitúa al análisis numérico como parte del moderno procesamiento de información. Los datos

constituyen la información de entrada, los resultados son la información de salida y el método de cálculo se conoce como el algoritmo. Los ingredientes esenciales de un problema de análisis numérico se resume en el diagrama de flujo (Mostrado en la figura 2.1).

Para referir un algoritmo, se toman como criterios, la rapidez y exactitud, buscando minimizar la presencia del error con el segundo criterio, ya que dicho error proviene de la presencia de información de entrada no exacta, causa de una mala medición, así se introduce un error algoritmo y por consiguiente la información de salida contiene errores de ambas partes (Ver Figura 2.2) (Scheid, 1979).



Figura 2.1 Diagrama de Flujo de Análisis Numérico (Tomado de Scheid, 1979).



Figura 2.2 Diagrama de Flujo del error de Análisis Numérico (Tomado de Scheid, 1979).

Métodos de Estimación

Actualmente, se cuenta con una gran cantidad de métodos para la estimación de variables en general, los cuales van desde métodos empíricos simples hasta métodos analíticos con distintos grados de sofisticación.

La interpolación es estimar valores intermedios entre valores conocidos.

Cuando se conocen los $n+1$ valores que toma una función $f(x)$, en los puntos del conjunto $\{x_0, x_1, \dots, x_n\}$ denominado soporte, es decir; $f(x_0) = y_0, f(x_1) = y_1, \dots, f(x_n) = y_n$.

Si el valor de x se encuentran en el intervalo $[x_0, \dots, x_n]$ se esta interpolando. Si se encuentran fuera de dicho intervalo, se extrapola (Cobos, 2001).

El método más común para determinar valores intermedios entre valores conocidos es la *interpolación polinomial*.

Interpolación Polinomial

La interpolación por polinomios es una de las ideas más antiguas en el análisis numérico y es una de las usadas todavía. Lo más importante es que los polinomios son fáciles de calcular por que intervienen potencias enteras, sus derivadas e integrales se hallan también sin mucho esfuerzo. Las raíces de una ecuación polinómica aparece con mayor facilidad; explicándose la popularidad de los polinomios en el campo de la interpolación.

Dentro de los tipos más generalizados de interpolación polinomial, a saber tenemos: *Lagrange* y *Newton* (Cobos, 2001).

La interpolación polinomial se representa por la Ecuación General de un Polinomio (ver Ecuación 1).

$$P_n(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + \dots + a_n x^n \quad \text{ó} \quad P_n(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i \quad (1)$$

Para $n + 1$ puntos, existe uno y sólo un polinomio de n -ésimo orden o menor que pasa a través de todos los puntos. Por ejemplo, hay sólo una línea recta (es decir un

polinomio de primer orden) que conecta dos puntos. El polinomio de interpolación consiste en determinar el único polinomio de n -ésimo orden que se ajusta a los $n + 1$ puntos dados. Este polinomio proporciona una fórmula para calcular los valores intermedios (Sánchez, G.L. 2000).

Aquí los coeficientes $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ son arbitrarios. Ejemplos de polinomios de cero, primero y segundo grado (con $a_0 = 3, a_1 = 1, y a_2 = -1/2$, por ejemplo) son:

$$P_0(x) = 3$$

$$P_1(x) = 3+x$$

$$P_2(x) = 3+x - \frac{1}{2} x^2$$

En la Figura 2.3, note que $P_0(x)$ representa una línea recta paralela al eje x , $P_1(x)$ representa una línea recta inclinada que corta al eje x , y $P_2(x)$ representa una curva con un máximo o mínimo.

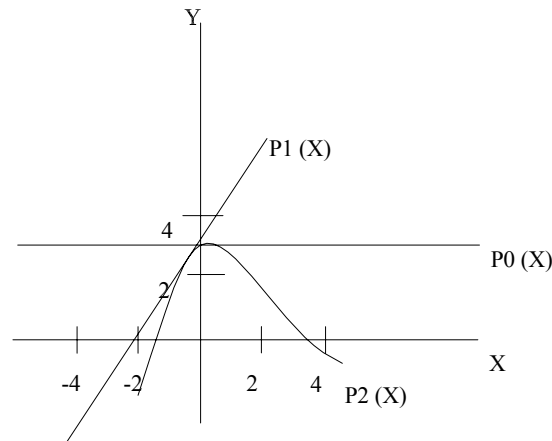


Figura 2.3 Ejemplo de polinomios (Tomado de Sánchez, G.L. 2000).

Polinomio de Interpolación de Newton

Este método se aplica usualmente para interpolaciones cercanas al principio de la tabla por que dicha formula usa solamente datos del lado de adelante del argumento de interpolación x , los únicos datos disponibles en buena cantidad.

El análisis anterior se generaliza en el ajuste de un polinomio de n -ésimo orden con $n+1$ puntos como:

$$P_n(x) = b_0 + b_1 (x-x_0) + \dots + b_n (x-x_0)(x-x_1) \dots (x-x_{n-1}) \quad (2)$$

Que equivale a la anterior ya que, como se hizo antes se usan los puntos en la evaluación de los coeficientes b_0, b_1, \dots, b_n .

Se requieren $n+1$ puntos para obtener un polinomio de n -ésimo orden x_0, x_1, \dots, x_n .

Usando estos datos con las ecuaciones siguientes se evalúan los coeficientes :

$$b_0 = f(x_0) \quad (3)$$

$$b_1 = f(x_1, x_0) \quad (4)$$

$$b_2 = f(x_2, x_1, x_0) \quad (5)$$

$$b_n = f(x_n, \dots, x_2, x_1, x_0) \quad (6)$$

En donde las ecuaciones de la función entre corchetes son diferencias divididas finitas, la primera se representa como:

$$f[x_i, x_j] = \frac{f(x_i) - f(x_j)}{x_i - x_j} \quad (7)$$

La segunda diferencia dividida finita representa la diferencia de las dos primeras diferencias divididas finitas, se representa como:

$$f[x_i, x_j, x_k] = \frac{f[x_i, x_j] - f[x_i, x_k]}{x_i - x_k} \quad (8)$$

De manera similar la n-ésima diferencia dividida finita es:

$$f[x_n, x_{n-1}, \dots, x_2, x_1, x_0] = \frac{f[x_n, x_{n-1}, \dots, x_2, x_1] - f[x_{n-1}, x_{n-2}, \dots, x_2, x_1, x_0]}{x_n - x_0} \quad (9)$$

Estas diferencias divididas se usan para evaluar los coeficientes de las ecuaciones (3) hasta la (6) las cuales se sustituyen la ecuación (2) para obtener el polinomio de interpolación :

$$P_n(x) = f(x_0) + (x-x_0) f(x_1, x_0) + (x-x_0)(x-x_1) f(x_2, x_1, x_0) + \dots + (x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{n-1}) f(x_n, x_{n-1}, x_{n-2}, \dots, x_2, x_1, x_0) \quad (10)$$

La cual se llama Polinomio de interpolación con diferencias divididas de Newton. Se debe notar que no es necesario que los datos usados en esta ecuación estén igualmente espaciados o que los valores de la abscisa sean ascendentes. También nótese que las ecuaciones (2, 7 y 8) son recursivas, esto es que las diferencias divididas de orden superior se componen de diferencias divididas de orden inferior lo que sirve para programar el algoritmo computacional del método.

Polinomio de Interpolación de Lagrange

Según Sánchez G.L, (2000), el polinomio de interpolación de Lagrange, simplemente es una reformulación del polinomio de Newton que evita los cálculos de las diferencias divididas. Este se representa concretamente como:

$$f(x) = \sum_{i=0}^n L_i(x) f(x_i) \quad (11)$$

$$L_i(x) = \prod_{j=0, j \neq i}^n L_j(x) f(x_i) \quad (12)$$

En donde Π denota el "producto de". Por ejemplo, la versión con un polinomio de interpolación lineal con ($n = 1$), y tomando el primer producto a $i = 0, j = 1$ y luego de la suma a $i = 1, j = 0$ siendo:

$$f_1(x) = \frac{x - x_1}{x_0 - x_1} f(x_0) + \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} f(x_1) \quad (13)$$

Para un polinomio de aproximación de segundo grado con $n = 3$ y tomando en el primer producto a $i = 0, j = 2$, después de la primera suma a $i = 1, j = 2$ y después de la segunda suma es $i = 2, j = 0$ siguiendo $j = 1$; es:

$$f_2(x) = \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)} f(x_0) + \frac{(x - x_0)(x - x_2)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)} f(x_1) + \frac{(x - x_0)(x - x_1)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)} f(x_2) \quad (14)$$

Al igual que el Método de Newton, la versión Lagrange tiene un error aproximado, dado por:

$$R_n = f[x_n, x_{n-1}, \dots, x_0] \prod_{i=0}^n (x - x_i) \quad (15)$$

La ecuación (11) se deriva directamente del polinomio de Newton. Sin embargo, la razón fundamental de la formulación de Lagrange se puede comprender directamente notando que cada término $Li(x)$ será *uno* en $x = x_i$ y *cero* en todos los demás puntos.

Por lo tanto, cada producto $Li(x) f(x_i)$ toma un valor de $f(x_i)$ en el punto x_i . Por consiguiente la sumatoria de todos los productos, dada por la ecuación (11) es el único polinomio de n -ésimo orden que pasa exactamente por los $n+1$ puntos.

Interpolación Lineal

La fórmula más simple de interpolación es la de conectar dos puntos con una línea recta. Este método, llamado *Interpolación Lineal*, se muestra en la figura 2.4.

Usando triángulos semejantes, se tiene:

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} \quad (16)$$

Que se puede reordenar como:

$$f(x) = f(x_0) + \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}(x - x_0) \quad (17)$$

La cuál es la *fórmula de interpolación lineal*. La notación $f_1(x)$ indica que se trata de un polinomio de interpolación de primer orden. Nótese que además de representar la pendiente de la línea que conecta los dos puntos, el término $[f(x_1) - f(x_0)] / (x_1 - x_0)$ es una aproximación de diferencias divididas finitas a la primera derivada. En general, entre más pequeño sea el intervalo entre los puntos, más exacta será la aproximación. (Cobos, 2001).

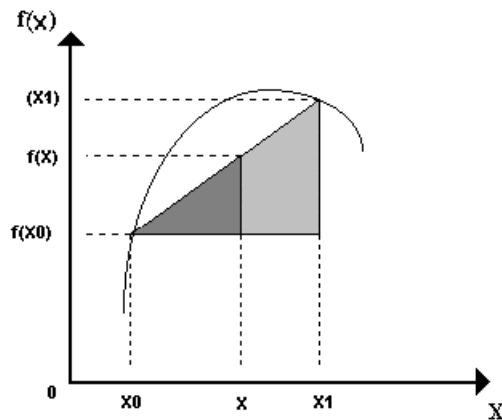


Figura 2.4 Interpolación Lineal (Tomado de Cobos, 2001).

Interpolación Cuadrática

El error producido por la interpolación lineal es por que se aproxima mediante una línea recta, para mejorar la aproximación se utiliza una curva que conecta a los

puntos conocidos. Si se dispone de 3 datos se utiliza la curva usada es un polinomio de 2o. Orden (polinomio cuadrático o parabólico).

Deducido de la ecuación general del polinomio para una interpolación cuadrática nos queda: $P_n(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n$ Ecuación General del Polinomio es decir que:

$$P_2(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \quad (18)$$

Luego la ecuación:

$$P_2(x) = b_0 + b_1 (x-x_0) + b_2 (x-x_0)(x-x_1) \quad (19)$$

es equivalente a la anterior ya que

$$P_2(x) = b_0 + (b_1 x - b_1 x_0) + (b_2 x x - b_2 x x_1 - b_2 x_0 x + b_2 x_0 x_1) \text{ agrupando términos}$$

$$P_2(x) = b_0 + (-b_1 x_0 + b_2 x_0 x_1) + (b_1 x - b_2 x_0 x - b_2 x x_1) + (b_2 x_2)$$

$$P_2(x) = (b_0 - b_1 x_0 + b_2 x_0 x_1) + x (b_1 - b_2 x_0 - b_2 x_1) + (b_2 x_2) \text{ donde:}$$

$$a_0 = b_0 - b_1 x_0 + b_2 x_0 x_1$$

$$a_1 = b_1 - b_2 x_0 - b_2 x_1$$

$$a_2 = b_2 x_2$$

De esta manera de las ecuaciones (18) y (19) son fórmulas alternativas equivalentes del único polinomio de segundo grado que une a los tres puntos conocidos de la función.

Se puede usar un procedimiento simple para determinar los valores de los coeficientes.

Para b_0 se usa la ecuación (19) con $x = x_0$ el primer punto conocido se obtiene :

$$P_2(x) = b_0 + b_1 (x-x_0) + b_2 (x-x_0)(x-x_1)$$

$$P_2(x_0) = b_0 + b_1(x_0-x_0) + b_2(x_0-x_0)(x_0-x_1) = b_0 + 0 + 0 = b_0 = f(x_0)$$

$$\text{Es } b_0 = f(x_0) \quad (20)$$

sustituyéndola en la ecuación (19) y evaluando $x = x_1$ se obtiene:

$$b_1 = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} \quad (21)$$

y por último, las ecuaciones (20) y (21) se sustituyen en la ecuación (19) y se evalúa en $x = x_2$ tenemos:

$$b_1 = \frac{\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} - \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}}{x_2 - x_0} \quad (22)$$

Nótese que al igual que en la interpolación lineal, b_1 aún representa la pendiente de la línea que une los puntos x_0 y x_1 por lo tanto los dos primeros términos de la ecuación (19) son equivalentes a la interpolación de x_0 a x_1 .

El último término $b_2(x-x_0)(x-x_1)$, introduce la curvatura de segundo orden en la fórmula.

Interpolación de Splines

Una *función splines* está formada por varios polinomios, cada uno definido sobre un sub-intervalo, que se unen entre sí obedeciendo a ciertas condiciones de continuidad.

Suponiendo que se dispone de $n+1$ puntos, a los que denominaremos *nodos*, tales que $t_0 < t_1 < \dots < t_n$, además que se ha fijado un entero k . Se dice entonces que una *función spline de grado k* con nodos en t_0, t_1, \dots, t_n es una función S que satisface las condiciones:

- a) En cada intervalo (t_{i-1}, t_i) S es un polinomio de grado menor o igual a k .

b) S tiene una derivada de orden $(k-1)$ continua en (t_0, t_n) .

Los splines de grado cero son funciones constantes por zonas. Una forma explícita de presentar un spline de grado cero en la formula (23).

$$S(x) \left\{ \begin{array}{ll} S_0(x) = c_0 & x \in (t_0, t_1) \\ S_1(x) = c_1 & x \in (t_1, t_2) \\ \cdot & \\ \cdot & \\ S_{n-1} = c_{n-1} & x \in (t_{n-1}, t_n) \end{array} \right. \quad (23)$$

Los intervalos (t_{i-1}, t_i) no intersectan entre sí, por lo que no hay ambigüedad en la definición de la función en los nodos. Un spline de grado 1 se puede se define en formula (24)

$$S(x) \left\{ \begin{array}{ll} S_0(x) = a_0x + b_0 & x \in (t_0, t_1) \\ S_1(x) = a_1x + b_1 & x \in (t_1, t_2) \\ \cdot & \\ \cdot & \\ S_{n-1} = a_{n-1}x + b_{n-1} & x \in (t_{n-1}, t_n) \end{array} \right. \quad (24)$$

En las figuras (2.5) y (2.6) se muestran las gráficas correspondientes a los splines de grado cero y de grado uno respectivamente.

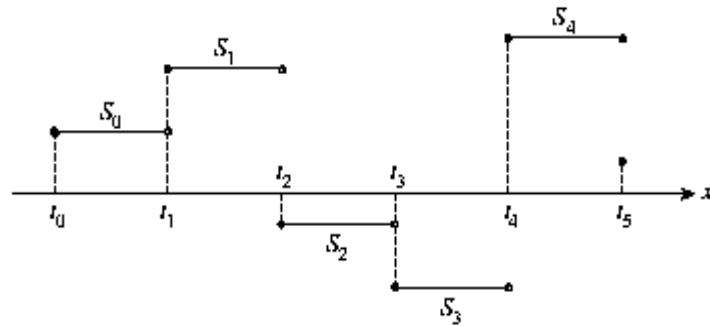


Figura 2.5 Spline de grado 0 con seis puntos (Tomada de Díaz, 1998).

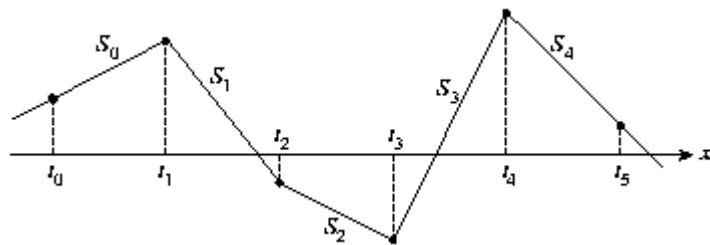


Figura 2.6 Spline de grado 1 con seis puntos (Tomada de Díaz, 1998).

Método de Diferencias Finitas

Bear y Verruijt (1987) y Custodio y Llamas (1983), describen que aunque las ideas fundamentales han sido establecidas y usadas por matemáticos del Siglo XVIII, tal como Taylor y Lagrange, la aplicación del método de diferencias finitas a la solución de problemas de ingeniería, es usualmente considerado como un hecho notable de los científicos del Siglo XX.

El principio del Método de Diferencias Finitas esta basado en una técnica que permite resolver ecuaciones diferenciales parciales, aproximando las derivadas en cada punto por las variaciones de las variables sobre un intervalo determinado. A tal efecto, las ecuaciones continuas son sustituidas por un conjunto de ecuaciones lineales cuya solución permite obtener los valores de las variables dependientes en un numero finito de puntos (Arteaga, 1985).

Así Scheid (1979), menciona que dada una función discreta, es decir un número finito de argumentos x_k cada uno de los cuales tiene un correspondiente y_k , y se denotan:

$$\Delta y_k = y_{k+1} - y_k \quad (25)$$

lo que son las primeras diferencias. Las diferencias de estas primeras diferencias se denotan por:

$$\Delta^2 y_k = \Delta(\Delta y_k) = \Delta y_{k+1} - \Delta y_k = y_{k+2} - y_{k+1} - y_k \quad (26)$$

y se llaman segundas diferencias. En general:

$$\Delta^n y_k = \Delta^{n-1} y_{k+1} - \Delta^{n-1} y_k \quad (27)$$

define las diferencias de orden n .

El procedimiento de la solución numérica por diferencias es bastante simple y directo. Pero la aplicación del modelo para un sistema físico dado puede ser complejo y requiere considerable juicio y técnica en juego sobre el problema y en interpretación de resultados. El Método de Diferencias Finitas no debe ser visto como una reposición para presentar previamente métodos analíticos, si no como una herramienta para la evaluación de flujos complejos de agua subterránea (Whorter y Sunada, 1977).

El esquema numérico es implícito, se obtiene de aproximar funciones y sus derivadas mediante diferencias finitas, estas se expresan en el instante $t + \Delta t$, lo que impide obtener una expresión explícita para las incógnitas y conduciendo a un sistema de ecuaciones que se resuelve simultáneamente.

La selección de una técnica (analítica, numérica o física de modelos) para solucionar lo anterior depende de la preferencia del usuario, experiencia, habilidad o complejidad del problema en particular para ser solucionado (Whorter y Sunada, 1988),

estas van de forma manual, uso de aparatos mecánicos o equipo de computo, donde las ecuaciones se ejecutan por medio de programas (Bear y Verruijt, 1987).

Wang y Anderson, (1982), citado por Samaniego (1997) menciona que la idea básica del Método de Diferencias Finitas, es una región R que se cubre con dos familias de líneas rectas paralelas, en direcciones x - y respectivamente, las cuales en conjunto forman una malla de rectángulos. El tipo de malla generado con todos los intervalos iguales es cuadrada (figura 2.7). El valor de una variable ϕ en un punto nodal de la malla (o nodo) es denotado por ϕ_{ij} . Donde i indica la línea vertical de la malla (columna) y j la línea horizontal de la malla (fila). La serie de valores ϕ_{ij} se determinan aproximando la función continua $\phi(x-y)$ en los puntos con coordenadas $x = x_i$, $y = y_j$.

La aplicación de técnicas estándar del método de diferencias finitas, se lleva a cabo en problemas de transporte de solutos, movimiento de contaminantes, intrusión de agua marina, y el flujo radial del agua subterránea (Merrit, 1993).

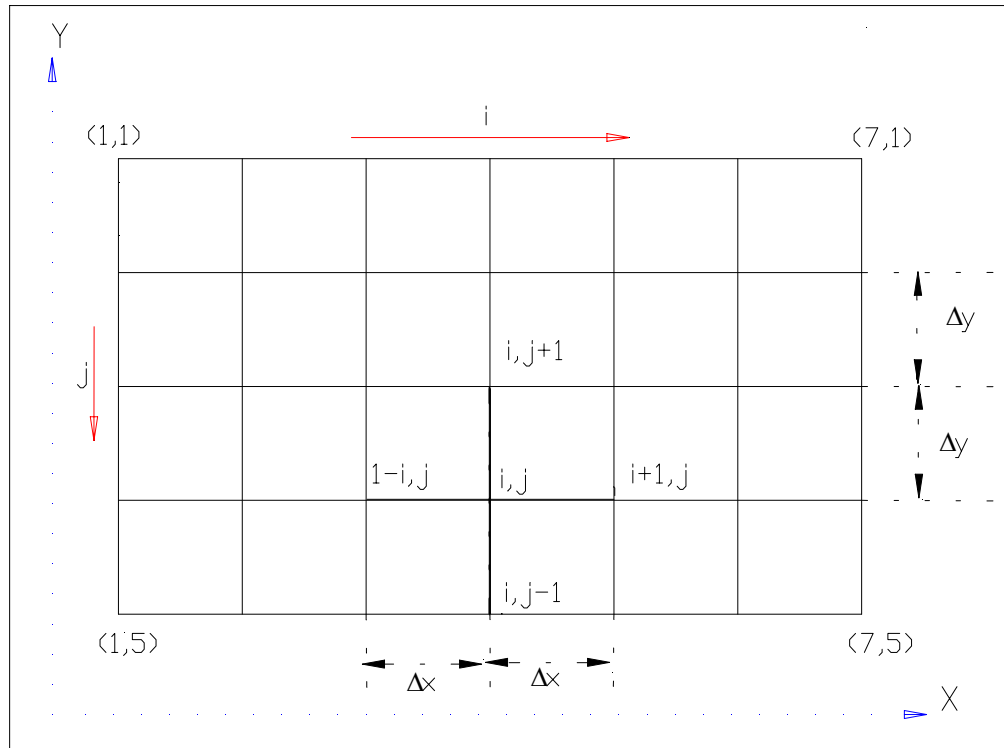


Figura 2.7 Malla de Cuadrados del Método de Diferencias Finitas (Tomados de Wang y Anderson, 1982).

Método de Elemento Finito

El Método de Elemento Finito apareció a finales de la década de los 50 en el mundo de la ingeniería y hoy se ha convertido en una herramienta fundamental para muchas aplicaciones. Fue la industria aeronáutica la que planteó la necesidad de disponer de una herramienta de análisis suficientemente potente para abordar los complejos problemas de geometría. Durante los años 70 el Método de Elemento Finito alcanza su madurez con la extensión de problemas estáticos lineales a problemas no lineales y dinámicos, así como otros problemas no relacionados con el análisis estructural como mecánica de fluidos, transmisión de calor, electricidad ect. Apareciendo los grandes programas de elementos finitos como NASTRAN, ANSYS,

SAP, etc. (Dano, 2000), así con la era de las computadoras digitales en método de análisis por Elemento Finito ha obtenido una gran popularidad, puesto que este procedimiento como resultado de la discretización del medio por analizar, se obtienen grandes sistemas de ecuaciones algebraicas lineales simultáneas lo cual su solución no representa problema actualmente (Muñoz, 1991).

Un método general para obtener soluciones aproximadas, a problemas expresados en forma variacional es conocido como el método de Ritz. En sí, este método es básicamente el predecesor al procedimiento de Elemento Finito, por ser esencialmente equivalentes; ya que ambos usan un conjunto de funciones base, para obtener una solución aproximada; también buscan una combinación lineal de dichas funciones. La diferencia es que las funciones base en el método de Elemento Finito no están definidas sobre el dominio de la solución y no todas satisfacen las condiciones de frontera, pero si ciertas condiciones de continuidad dadas (Isidro, 1993).

Así, Ruiz (1998) explica que el Método de Elemento Finito es una técnica de interpolación que sirve para construir espacios de funciones de dimensión finita que aproximan espacios vectoriales de dimensión finita (espacios de Hilbert de Sobolev).

El Método de Elemento Finito incluye las condiciones de frontera como integrales en una función que se debe minimizar así que el procedimiento de construcción de la base es independiente de las condiciones de frontera como integrales en una funcional que debe minimizar (Burden, 1985).

El Método de Elemento Finito es un procedimiento numérico para resolver aproximadamente ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, entre las que se encuentran las de hidrodinámica subterránea. (Custodio y Llamas, 1976). Este método es la combinación de dos ingredientes básicos: una forma “débil” del problema original

combinada con una selección muy particular de las funciones base con las cuales se expresa la aproximación a la solución de problema y la discretización del dominio del problema original, para obtener un problema discreto o sistema de ecuaciones con solo una incógnitas que pueden resolverse con una computadora (Isidro, 1993).

El procedimiento de Elemento Finito consiste en dividir la región en un número finito de secciones, o elementos de forma regular, ya sean rectángulos o, más comúnmente triángulos (Custodio y Llamas, 1976). Estos subdominios (figura 2.8) son llamados elementos finitos geométricos (Ruiz, 1998). En general el dominio puede representarse con la cantidad de subdominios necesarios como quiera el grado de exactitud en la solución considerando que a mayor número de éstos implica más operaciones ariméticas y como consecuencia un error por efecto de redondeo de números (Isidro, 1993)

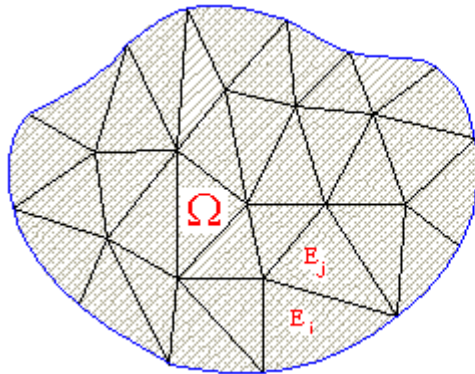


Figura 2.8 Dominio del estudio discretizado por el Método de Elemento Finito (Tomado de Ruiz, 1998).

Tales elementos finitos cumplen las siguientes condiciones:

- i) Cada E_j cerrado y vacío,
- ii) La frontera de cada E_j es continua.
- iii) La intersección entre dos distintos elementos es vacío: $E^e_{j1} \cap E^f_j = \phi$.

- iv) La unión de todos los elementos E_j es igualo aproximadamente al dominio total.

$$\Omega = \bigcup_{j=1}^n E_j \quad (28)$$

Donde : $E_j = j$ -ésimo elemento $n = \text{número total de elementos}$ $\dot{E}_j = \text{interior de } E_j$

Bear y Verruijt (1987) mencionan que una manera sencilla de aproximar la variación de la carga dentro de un elemento triangular, es por la asunción de la carga que varía linealmente dentro de cada elemento. La superficie piezométrica es de éste modo aproximada por una forma de diamante, tal que en cada elemento, la carga es representada por una superficie plana. La superficie generada por pequeños elementos planos, definidos por los valores en los puntos nodales es una superficie continua las pendientes son discontinuas a través de los elementos de los límites la carga de agua subterránea en un punto dentro de un elemento, es definido por una interpolación lineal entre los valores en los puntos de la malla (nodos).

Isidro, (1993) dice que las etapas principales del método de elemento finito para construir la solución aproximada, de un problema diferencial, son:

- 1) Formulación del problema en una forma variacional.
- 2) Construcción del mallado en elementos finitos y la función base, polinomiales por tramos definidos sobre la malla que generen el subespacio V_h de dimensión finita.
- 3) La construcción de una aproximación del problema variacional con valores en la frontera, sobre elemento finito, subespacio V_h de V . Esto involucra el cálculo de las matrices para cada elemento y a la vez generar el sistema de

ecuaciones algebraicas, en donde el valor de las incógnitas es la solución aproximada en cada punto nodal de la malla.

4) Resolver el sistema de ecuaciones algebraicas

El Método de Elemento Finito, sirve para resolver problemas de tipo estructural, pero también de dinámica de fluidos, transferencia de calor, electromagnetismo; todo tipo de problemas que matemáticamente pueda ser descrito mediante ecuaciones diferenciales en derivadas parciales (Sánchez C.D., 1999).

Método Kriging

Los métodos de interpolación que consideran la variación espacial de un proceso se desarrollaron en la Escuela Rusa de Hidrometeorología en la década de los 40 por Drozdov y Sephelevskiin en 1946, los cuales los retomó nuevamente Gandin en 1965 y Belousov en 1971 dando origen a la técnica que hoy se conoce como “interpolación optima” (Pedraza, 1988).

Roman, (1982) cita que en la “interpolación optima”, el investigador Francés George Matheron introdujo la teoría de variables regionalizadas, la cual condujo al desarrollo de la técnica de estimación denominada kriging, en honor al del geólogo francés D.G. krige, especialista en minas que introdujo el uso de promedios móviles para evitar la sobre-estimación sistemática de las reservas en los depósitos minerales de Africa del sur a mediados de la década de los 60.

Este método estadístico se encuentra dentro de los sofisticados más completos ya que toma en cuenta la distancia entre el punto por estimar y los puntos a partir de los

cuales se hará la estimación (observaciones), la distancia entre las observaciones y la estructura espacial de la variable en estudio a partir de un semivariograma (ver figura 2.9).

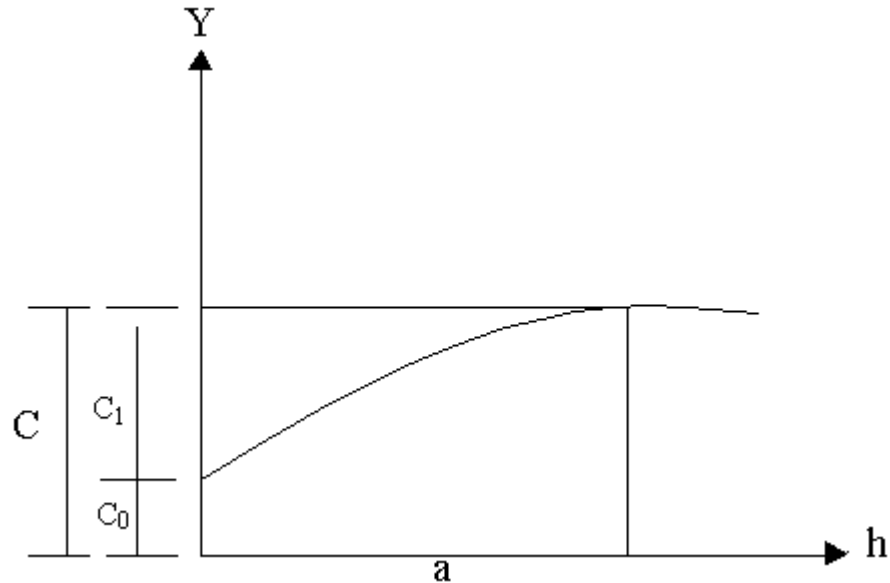


Figura 2.9 Semivariograma teórico (tomado de Hernández, 1997).

$C_0 + C_1 = \text{Umbral}$, $h = \text{Distancia}$, $a = \text{rango}$, $C_0 = \text{Efecto nugget}$.

Según, Chao- yi lang (1999), Kriging es sinónimo de “predicción óptima”, es un método de interpolación el cual predice valores desconocidos de datos observados en localizaciones conocidas. Este método usa semivariogramas para expresar la variación espacial, y esto minimiza el error de predecir valores los cuales son estimados por distribución espacial de los valores pronosticados.

El método de interpolación Kriging esencialmente consiste en obtener los mejores estimadores lineales e insesgados con una varianza mínima conocida, por lo que permite conocer no solo el comportamiento de la variable bajo estudio, si no también el error de estimación de la misma, lo cual es de gran ayuda en la interpretación de los

resultados, así como en la determinación de zonas de alta varianza de estimación para los cuales se requiere de un mayor número de muestras.

Kriging estima los valores de datos faltantes, usando estas curvas de varianza; dando como resultado una matriz de varianza. La matriz de varianza guarda la huella de las varianzas, no solamente de los valores de datos faltantes, sino de los conocidos también. El primer objetivo en Kriging es minimizar los valores de estas varianzas y hacer la mejor estimación del valor para cada punto de dato faltante (Fother, 1999).

El método kriging se desarrolla a partir de las siguientes consideraciones:

1.- El estimador es insesgado, es decir:

$$E[\hat{z} - z] = 0 \quad (29)$$

2.- La varianza de la estimación es mínima, o sea que

$$E[\hat{z} - z]^2 = \text{mínima} \quad (30)$$

Así: $E = \text{esperanza matemática}$

$\hat{z} = \text{estimador}$

$z = \text{valor observado}$

3.- El estimador kriging es del tipo :

$$\hat{z} = \sum_{i=1}^n p_i z(x_i) \quad (31)$$

En donde: $n = \text{número de observaciones dentro del área de influencia}$

$z(x_i) = \text{valor de } z \text{ en el punto } x_i$

$p_i = \text{coeficiente de ponderación del punto } x_i$

3.- De la ecuación 29 se demuestra que:

$$E[\hat{z} - z] = 0 = E[\hat{z}] - E[z] \quad (32)$$

4.- Sustituyendo 31 y 32 se obtiene:

$$E\left[\sum_{i=1}^n p_i z(x_i)\right] - E[z] = \sum_{i=1}^n p_i E[z(x_i)] - E[z] \quad (33)$$

5.- Y como :

$$E[z] = E[z(x_i)] = M \quad (34a)$$

M = media de población

$$M\left(\sum_{i=1}^n p_i\right) - M = 0 \quad (34b)$$

6.- Finalmente:

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1 \quad (35)$$

Los coeficientes de p_i no tienen que ser todos positivos, por lo tanto pueden ser mayores de uno lo cual significa que los valores estimados pueden ser mayores que $z(x_i)$ máximo o bien menores que el $z(x_i)$ mínimo.

El método de Kriging se a utilizado en el área de la ingeniería de minas, extendiéndose a áreas de la hidrología, geología del petróleo, física de suelos (Pedraza, 1988) y en estudios agroecológicos en observaciones de animales o plantas en algunos sitios, puede ser usado para predecir la abundancia de estos organismos en un nuevo sitio o en una región completa (Hernández, 1997). Actualmente se utiliza en algunos programas de computadora como una herramienta para la interpolación de cualquier tipo de datos (Pedraza, 1988).

Los métodos geoestadísticos son una herramienta potencial, ya que ayudan en forma contundente a solucionar problemas en el ámbito agronómico y ecológico de manera rápida y confiable.

MATERIALES Y MÉTODOS

Descripción General del Distrito de Riego 029 Xicoténcatl, Tamaulipas

La información de campo (cotas de nivel freático) que se usó para la comparación de los métodos utilizados en el presente trabajo, pertenecen al Distrito de Riego 029 Xicoténcatl (tomada de Avila, 1998), localizado al Sur del estado de Tamaulipas (ver figura 3.1). En esta área donde predominan cultivos de importancia tales como: caña de azúcar, sorgo, maíz, hortalizas y pastos los cuales son vitales para el desarrollo de los municipios de Xicoténcatl y Gómez Farias, Tamaulipas. Se localiza en las dos márgenes del Río Guayalejo y margen izquierda del Río Frío, con coordenadas de 22° 55' de Latitud Norte y 98° 40' de Longitud Oeste, altura media es de 80 m.s.n.m y topografía es relativamente plana. El distrito cuenta con dos asociaciones de usuarios

de riego; la primera del módulo I Xicotécatl Río Frío, transferido el 15 de Diciembre de 1993 y la segunda del módulo II San Lorenzo en Enero de 1996 (Avila, 1998)



Figura 3.1 Localización Geográfica del Área de Estudio, Distrito de Riego 029, Xicotécatl, Tamaulipas. (<http://www.tamaulipas.gob.mx>.1999).

Estos dos módulos se encargan de la operación, conservación y administración del Distrito Riego, correspondiendo a la Comisión Nacional de Agua la administración de las obras de cabeza y la entrega del agua a los módulos (Avila, 1998).

Clima

Se distingue por su clima semi-cálido, con lluvias en verano en la parte poniente, en el centro y oriente del municipio; la temperatura media anual fluctúa entre los 22 °C y 26 °C; la precipitación pluvial media anual oscila entre los 500 y 800 mm predominando los vientos del Sur y Sureste (<http://www.tamaulipas.gob.mx>, 1999).

Infraestructura Hidrológica

Avila, (1998) menciona que las principales fuentes de abastecimiento son el Río Frío y el Río Guayalejo; obras de aprovechamiento son las presas derivadoras “El Nacimiento” y “Poza Azul” del Río Frío, “El conejo” y “San Gabriel” del Río Guayalejo. Se cuenta además con la presa de almacenamiento “Lic. Emilio Portes Gil”, la cual se alimenta del Río Guayalejo a través de la derivadora San Gabriel y del canal del mismo nombre, el volumen de almacenamiento al Nivel de Aprovechamiento Máximo Extraordinario (NAME) es de 272 millones de m³, su capacidad total es de 230.78 millones de m³, capacidad útil de 177.78 millones de m³, y una capacidad de azolves de 53 millones de m³.

Canales

De las 24,607 Has. dominadas se cuenta con 417.96 km de canales, de los cuales 22.64 km (5.4%) son obra de cabeza y 395.32 km (5.4%) a la red menor.

Drenes

Se cuenta con 306.27 km de drenes de los cuales 111.4 km son principales y 194.87 (63.6%) secundarios.

Caminos

Se encuentran 481.65 km destacándose 3 tipos: los de operación, acceso e intercomunicación.

Volumen de Agua Utilizado para el Uso Agrícola

Existe un incremento en el volumen de agua utilizado en los últimos cinco ciclos agrícolas, debido al incremento de la superficie de cultivos, la eficiencia de conducción se mantiene en 50 y 55%.

Cultivos

La superficie ocupada por los cultivos durante el ciclo agrícola de 1995-1996 demuestra como a través de los años la superficie de caña de azúcar se ha incrementado, como producto de apoyo de crédito en las áreas de riego, desplazando a los cultivos anuales de riego (soya, sorgo, maíz y frijol) y caña de temporal establecida fuera del distrito.

Estudio Topográfico

(<http://www.tamaulipas.gob.mx>, 1999) La mayor parte del suelo es plano, únicamente algunas pequeñas porciones al Norte y Noreste del Municipio están ocupadas por pendiente. La unidad de suelo predominante es el vertisol, lo que permite el desarrollo agrícola.

Avila, (1998) describe los estudios realizados por Estudios Interdisciplinarios para el Desarrollo, S.C. (Eidesa) 1974 y planos topográficos demuestran que el distrito cuenta con una altitud de 125 m, en el Norte y Este, y en la parte media 60 y 80 m, la parte plana y baja hasta el Río Guayalejo alcanza una altitud fluctuante entre 40 y 60 m.

Localización de los Pozos de Observación

En el plano de localización de los pozos de observación se seleccionaron 48 sitios de los 153 existentes (Ver figura 3.2) con estos se realizó una malla regular de 12 x 9 km con equidistancia entre cada pozo de 1.5 km (observar figura 3.3) los cuales tienen una profundidad variable. Así los números de pozos seleccionados son: 125, 124, 123, 122, 121, 120, 115, 114, 113, 112, 111, 110, 103, 102, 101, 100, 99, 98, 92, 91, 90, 89, 88, 87, 80, 79, 78, 77, 76, 75, 68, 67, 66, 65, 64, 63, 55, 54, 53, 52, 51, 50, 40, 39, 38, 37, 36 y 35. De estos 48 pozos, solamente 28 contaban con cota de nivel freático medida en los cinco años (1991 a 1995); esta información no se levanto directamente de campo, si no que se tomó del trabajo de Avila, 1998.

Métodos de Comparación

Los métodos a comparar son: Diferencias Finitas, Elemento Finito y Kriging; para correr los dos primeros métodos se utilizó el programa MOSIAS, (Modelos de Simulación del Agua subterránea) compilados en el lenguaje de programación de turbo básico versión 1.0 de 1987 con un sistema operativo MS - DOS 6.22 (Samaniego, 1997) y para el método de Kriging se uso el programa GS⁺ Geostatistics For the Environmental Sciences. El equipo utilizado es un procesador Windows 95 (Versión 4.0).

Procedimiento para Interpolación por el Método Kriging

Para la selección del modelo, para la estimación por el método de Kriging, primero se realizó una base de datos en excel 97 (ver Cuadro3.1), posteriormente se importo a la base de datos del programa GS⁺ Geostatistics For the Environmental Sciences, donde se ajustó las coordenadas X, Y, y Z (aquí Z = cotas de nivel freático de los diferentes años). Enseguida se pide presentar los modelos (Esférico, Exponencial, Lineal, Lineal con Umbral y Gaussiano), así con la opción de Validación Cruzada de cada uno de los modelos se obtienen sus respectivos semivariogramas.

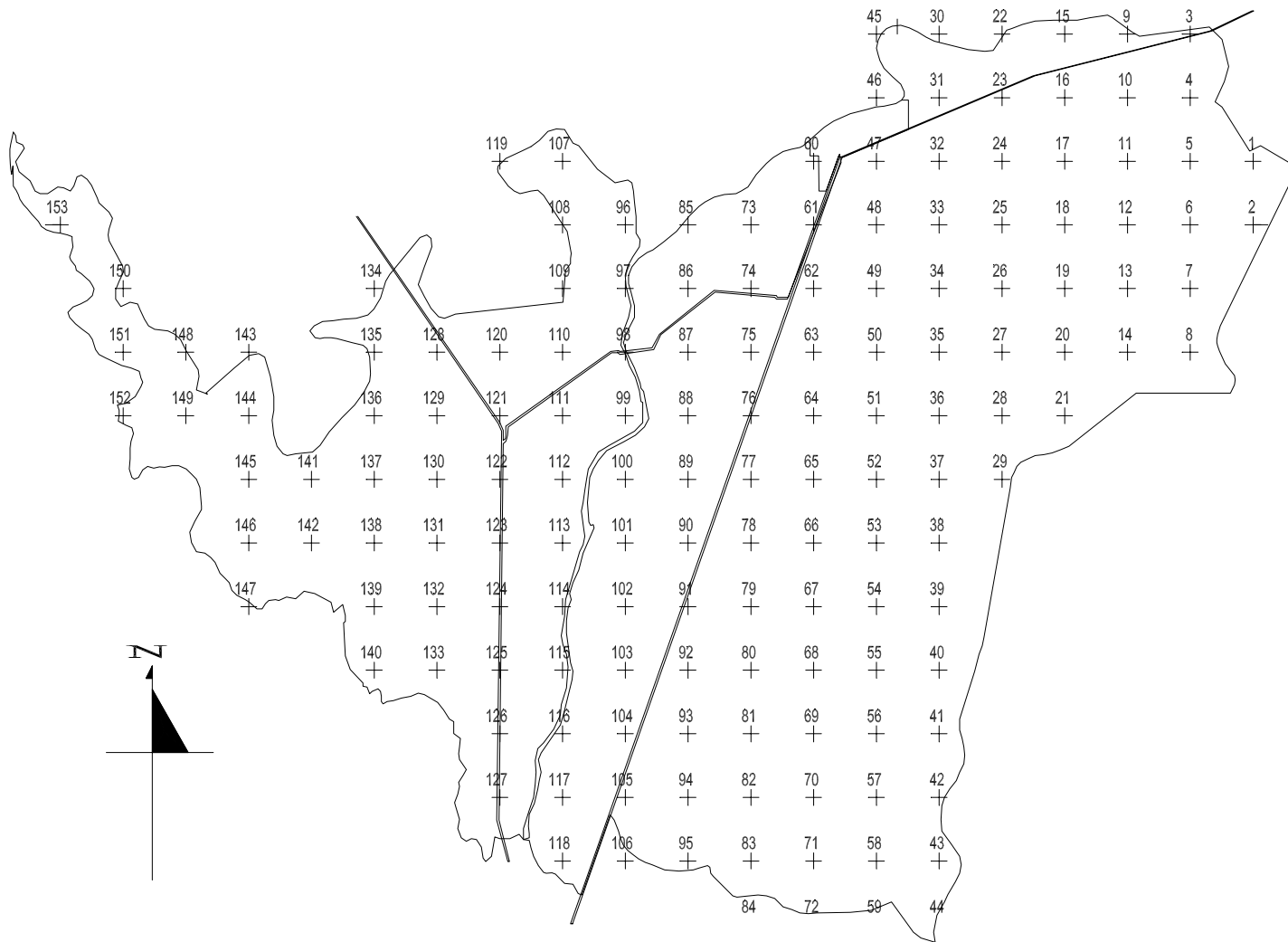
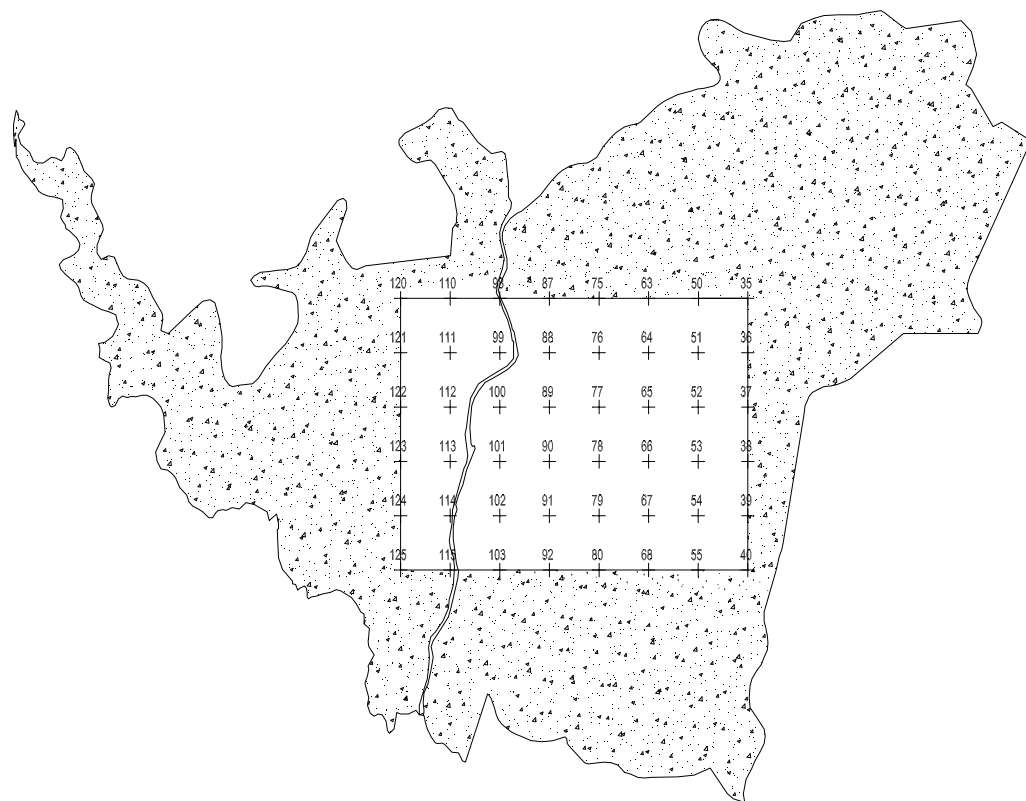


Figura 3.7 Localización de los Pozos de Observación del Distrito de Riego 029, Xicoténcatl, Tamaulipas (Tomado de Avila, 1998).



120	110	98	87	75		50	35
121	111	99	88	76		51	36
122	112	100	89	77		52	37
			90	78		53	38
124	114	102	91	79		54	39
125	115	103	92	80		55	40

Figura 3.3 Malla de 12 x 9 km de los Pozos de Observación Seleccionados.

Agosto 1991

	74.66 120	74.18 110	98	75.04 87	75	78.00 63	79.49 50	81.67 35
121		72.07 111	99	73.49 88	73.79 76	76.33 64	51	78.85 36
122		69.82 112	100	89	72.34 77	74.09 65	76.27 52	37
123		67.90 113	101	90	71.84 78	66	75.21 53	74.79 38
124		67.86 114	102	67.51 91	69.25 79	67	54	39
	70.37 125	63.94 115	103	65.49 92	66.21 80	68	62.56 55	67.40 40

* Cota de Nivel Freático
* Número de Pozo

El programa del método de diferencias finitas se corrió con los siguientes elementos (figura 3.4, 3.5, 3.6, 3.7 y 3.8).

Figura 3.4 Elementos para correr el Programa de Diferencias Finitas (Agosto, 1991).

Agosto 1992

	74.02 120	73.95 110	98	74.80 87	75	77.86 63	79.25 50	81.44 35
121		71.78 111	99	73.26 88	73.44 76	76.13 64	51	78.60 36
122		69.58 112	100	89	72.10 77	73.91 65	76.01 52	37
123		67.66 113	101	90	71.56 78	66	74.96 53	74.52 38
124		67.64 114	102	67.24 91	69.05 79	67	54	39
	69.74 125	63.75 115	103	65.22 92	66.05 80	68	62.28 55	67.15 40

* Cota de Nivel Freático (m)
* Número de Pozo

Figura 3.5 Elementos para correr el Programa de Diferencias Finitas (Agosto, 1992).

Agosto 1993

	74.64 120	73.61 110	98	75.14 87	75	78.08 63	80.32 50	82.23 35
121		72.16 111	99	73.92 88	74.38 76	76.36 64	51	78.75 36
122		69.82 112	100	89	72.81 77	75.02 65	76.51 52	37
123		69.43 113	101	90	72.22 78	66	75.5 53	74.76 38
124		67.41 114	102	68.06 91	70.08 79	67	54	39
	70.37 125	63.94 115	103	66.74 92	66.38 80	68	63.20 55	68.21 40

* Cota de Nivel Freático
* Número de Pozo

Figura 3.6 Elementos para correr el Programa de Diferencias Finitas (Agosto, 1993).

Agosto 1994

	74.58 120	73.93 110	98	75.56 87	75	78.71 63	79.97 50	80.89 35
121		72.05 111	99	73.61 88	74.17 76	75.91 64	51	78.43 36
122		69.58 112	100	89	72.53 77	75.04 65	76.37 52	37
123		68.75 113	101	90	71.44 78	66	75.23 53	74.75 38
124		67.89 114	102	67.44 91	68.29 79	67	54	39
	70.15 125	65.55 115	103	65.67 92	65.64 80	68	63.40 55	67.89 40

* Cota de Nivel Freático
* Número de Pozo

Figura 3.7 Elementos para correr el Programa de Diferencias Finitas (Agosto, 1994).

Figura 3.8 Elementos para correr el Programa de Diferencias Finitas (Agosto, 1995).

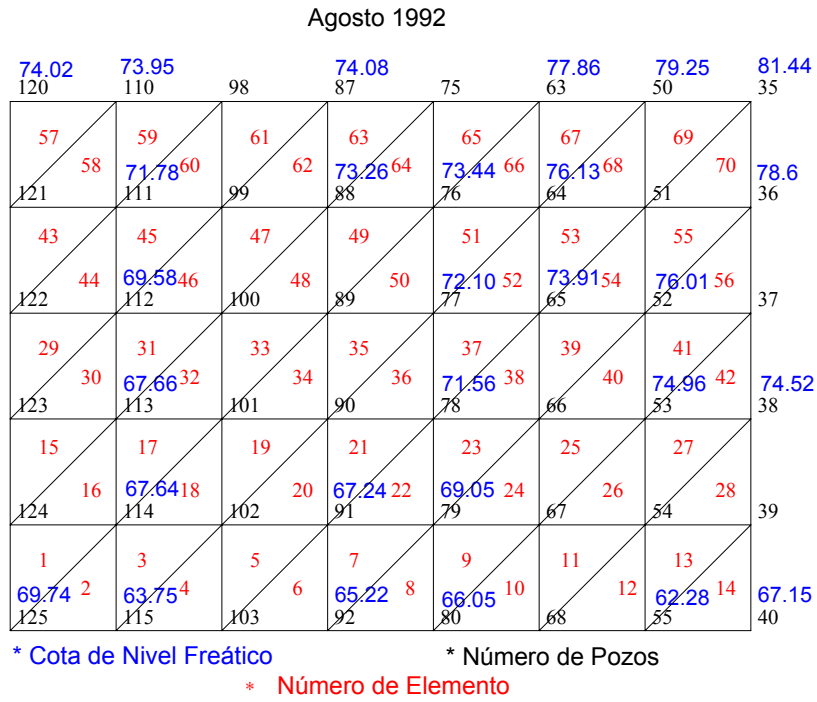


Figura 3.10 Elementos para correr el Programa de Elemento Finito (Agosto 1992).

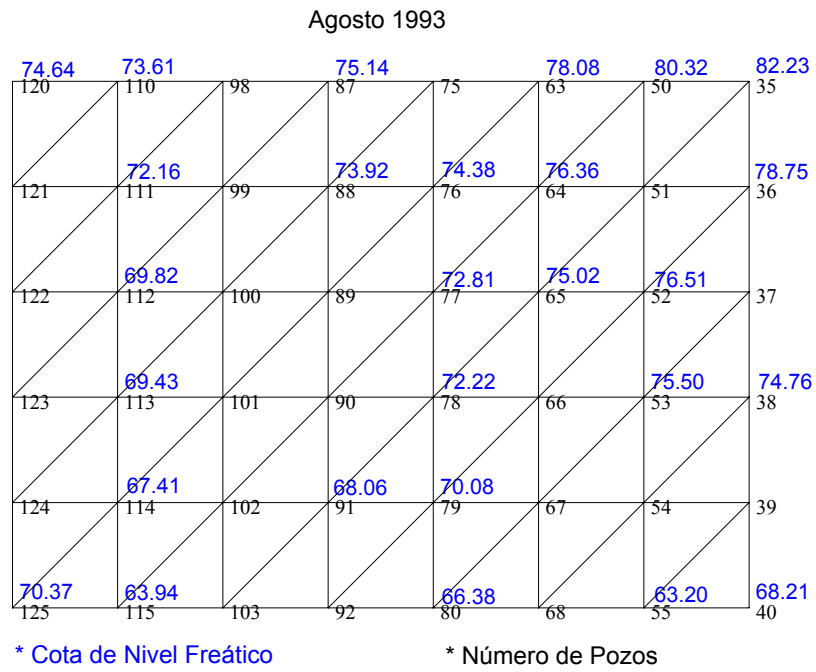


Figura 3.11 Elementos para correr el Programa de Elemento Finito (Agosto1993).

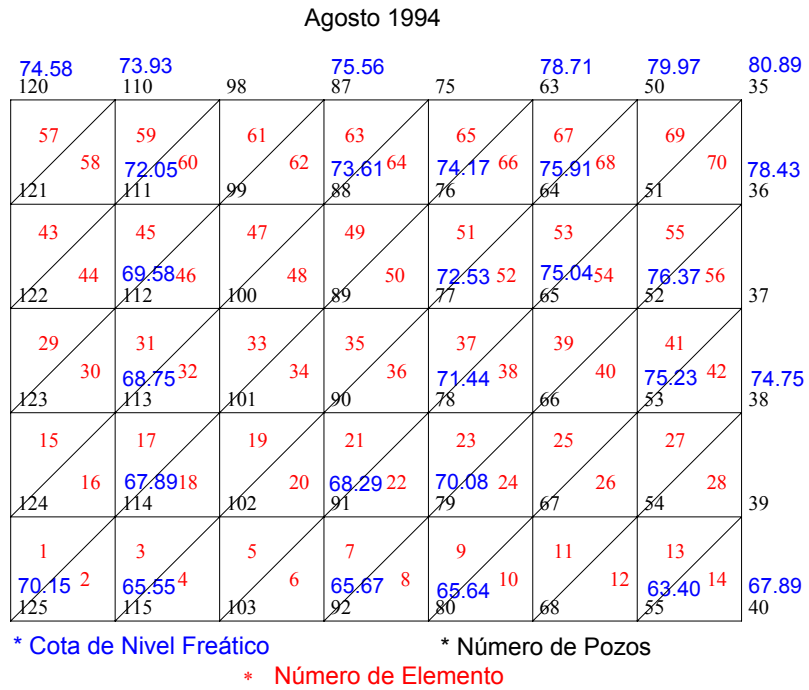


Figura 3.12 Elementos para correr el Programa de Elemento Finito (Agosto1994).

Agosto 1995

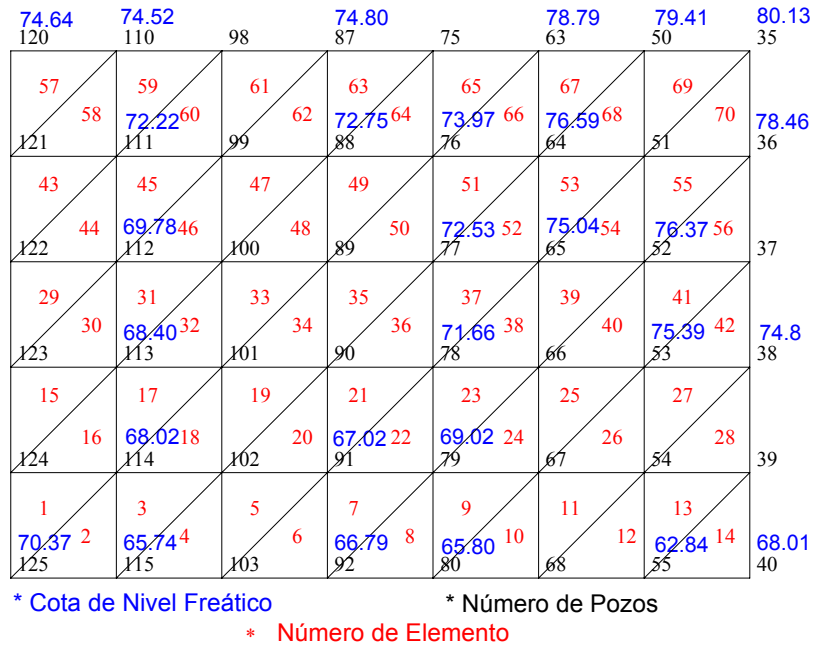


Figura 3.13 Elementos para correr el Programa de Elemento Finito (Agosto1995).

Cuadro 3.1 Cotas de Nivel Freático Existentes.

<Pozo>	<X>	<Y>	<cota de terreno>	<Pnf>	<Cnf91>	<Pnf>	<Cnf92>	<Pnf>	<Cnf93>	<Pnf>	<Cnf94>	<Pnf>	<Cnf95>
125	0.0	0.0	70.9	0.53	70.37	1.16	69.74	0.53	70.37	0.75	70.15	0.53	70.37
115	1.5	0.0	68.75	4.81	63.94	5	63.75	4.81	63.94	3.2	65.55	3.01	65.74
103	3.0	0.0	63.31										
92	4.5	0.0	66.8	1.31	65.49	1.58	65.22	0.06	66.74	1.13	65.67	0.01	66.79
80	6.0	0.0	68.89	2.68	66.21	2.84	66.05	2.51	66.38	3.25	65.64	3.09	65.8
68	7.5	0.0	66.3										
55	9.0	0.0	63.72	1.16	62.56	1.44	62.28	0.52	63.2	0.32	63.4	0.88	62.84
40	10.5	0.0	68.54	1.14	67.4	1.39	67.15	0.33	68.21	0.65	67.89	0.53	68.01
124	0.0	1.5	70.86										
114	1.5	1.5	69.2	1.34	67.86	1.56	67.64	1.79	67.41	1.31	67.89	1.18	68.02
102	3.0	1.5	65.56										
91	4.5	1.5	68.9	1.39	67.51	1.66	67.24	0.84	68.06	1.46	67.44	1.88	67.02
79	6.0	1.5	70.37	1.12	69.25	1.32	69.05	0.29	70.08	2.08	68.29	1.35	69.02
67	7.5	1.5	70.67										
54	9.0	1.5	70.98										
39	10.5	1.5	72.56										
123	0.0	3.0	70.83										
113	1.5	3.0	69.65	1.75	67.9	1.99	67.66	0.22	69.43	0.9	68.75	1.25	68.4

101	3.0	3.0	68.64										
90	4.5	3.0	69.2										
78	6.0	3.0	72.36	0.52	71.84	0.8	71.56	0.14	72.22	0.92	71.44	0.7	71.66
66	7.5	3.0	75.52										
53	9.0	3.0	75.82	0.61	75.21	0.86	74.96	0.32	75.5	0.59	75.23	0.43	75.39
38	10.5	3.0	74.83	0.04	74.79	0.31	74.52	0.07	74.76	0.08	74.75	0.03	74.8
122	0.0	4.5	74.74										
112	1.5	4.5	71.06	1.24	69.82	1.48	69.58	1.24	69.82	1.48	69.58	1.28	69.78
100	3.0	4.5	72.55										
89	4.5	4.5	71.87										
77	6.0	4.5	74.09	1.75	72.34	1.99	72.1	1.28	72.81	1.56	72.53	1.79	72.3
65	7.5	4.5	76.31	2.22	74.09	2.4	73.91	1.29	75.02	1.27	75.04	1.4	74.91
52	9.0	4.5	97.01	0.74	96.27	1	96.01	0.5	96.51	0.64	96.37	0.61	96.4
37	10.5	4.5	79.34										
121	0.0	6.0	73.7										
111	1.5	6.0	72.47	0.4	72.07	0.69	71.78	0.31	72.16	0.42	72.05	0.25	72.22
99	3.0	6.0	76.46										
88	4.5	6.0	74.48	0.99	73.49	1.22	73.26	0.56	73.92	0.87	73.61	1.73	72.75
76	6.0	6.0	75.72	1.93	73.79	2.28	73.44	1.34	74.38	1.55	74.17	1.75	73.97
64	7.5	6.0	77.11	0.78	76.33	0.98	76.13	0.75	76.36	1.2	75.91	0.52	76.59
51	9.0	6.0	78.5										
36	10.5	6.0	79.98	1.13	78.85	1.38	78.6	1.23	78.75	1.55	78.43	1.52	78.46
120	0.0	7.5	74.89	0.23	74.66	0.87	74.02	0.25	74.64	0.31	74.58	0.25	74.64
110	1.5	7.5	74.9	0.72	74.18	0.95	73.95	1.19	73.71	0.97	73.93	0.38	74.52
98	3.0	7.5	78.4										
87	4.5	7.5	76.01	0.97	75.04	1.22	74.79	0.87	75.14	0.45	75.56	1.21	74.8
75	6.0	7.5	76.76										
63	7.5	7.5	78.81	0.81	78	0.95	77.86	0.73	78.08	0.1	78.71	0.02	78.79
50	9.0	7.5	81.15	1.66	79.49	1.9	79.25	0.83	80.32	1.18	79.97	1.74	79.41
35	10.5	7.5	82.8	1.13	81.67	1.36	81.44	0.57	82.23	1.91	80.89	2.67	80.13

Los semivariogramas están en función de las observaciones medidas, las distancias y correlación entre ellas, y es definido por la ecuación (25) y estimado por la ecuación (26) cuando los datos son regularmente espaciados. Por otro lado no se debe de perder de vista las direcciones de calculo (0° , 45° , 90° y 135°).

Estimar correlación entre dos variables en el semivariograma se define como ecuación 25 y se estima mediante la ecuación 26 donde E es el valor esperado y $N(h)$ es

número de pares de observaciones $[z(x_i) - z(x_i+h)]$ separados por una distancia h ; los cuales crecerán al incrementarse dicha distancia.

$$Y(h) = \frac{1}{2} E\{[z(x_i) - z(x_i + h)]^2\} \quad (25)$$

$$Y(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [z(x_i) - z(x_i + h)]^2 \quad (26)$$

Al calcular el total $Y(h)$, que es la expresión de semivariograma (valor para ser colocado en el eje de ordenadas y graficarlos contra h , distancia (valor para ser colocado en el eje de abscisas) se obtiene el semivariograma, ajustándose a un modelo teórico, seleccionando aquel que presente el coeficiente de correlación más alto (Cortés, 1988). En este caso el que se seleccionó fue *el Esférico con un lag de 8* debido a que presenta el Coeficiente de Correlación más alto como se muestran en los Cuadros 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, y 3.6.

Posteriormente ya seleccionado el modelo, se procedió con el cálculo de las cotas de nivel freático faltantes por el método de kriging para todos los años.

Metodología para la Obtención de Resultados

Del plano del Distrito que se tomó del trabajo de Avila 1988, se realizó la malla de 12 x 9 km donde se tiene 1.5 km de intervalo entre cada pozo de observación del plano de Distrito de Riego 029 Xicoténcalt, comprendiendo así 48 pozos que representan la parte central.

Cuadro 3.2. Selección del Modelo por medio del Coeficiente de Correlación más alto Validación Cruzada (1991).

MODELO	Efecto Nugget C ₀	Umbral C ₀ +C ₁	Rango a	Modelo R ²	Validación Cruzada R ²	Coefficiente de regresión (Pendiente)	Intercepción con eje Y
Lag 6							
Esferico	0.010	21.010	9.310	0.993	0.853	1.042	-2.993
Exponencial	0.010	21.010	4.570	0.999	0.853	1.096	-6.887
Lineal	0.010	5.730	1.800	0.984	0.056	0.008	71.720
Lineal con umbral	0.010	15.570	4.900	0.984	0.050	0.062	67.442
Gaussiano	0.010	20.470	6.760	0.985	0.800	0.837	11.864
Lag 8							
Esferico	0.010	31.010	11.980	0.968	0.863	1.027	-1.857
Exponencial	0.010	31.010	5.950	0.947	0.855	1.068	-4.837
Lineal	0.010	8.840	2.400	0.978	0.195	0.187	58.870
Lineal con umbral	0.010	23.300	6.330	0.978	0.005	-0.021	73.669
Gaussiano	0.800	32.590	9.500	0.969	0.847	0.962	2.862
Lag 10							
Esferico	0.100	51.200	16.450	0.927	0.859	1.01	-0.675
Exponencial	0.100	51.200	8.530	0.889	0.855	1.044	-3.093
Lineal	0.010	13.550	3.000	0.944	0.566	0.596	28.807
Lineal con umbral	0.100	35.730	7.920	0.944	0.114	0.075	67.115
Gaussiano	0.100	51.200	11.940	0.942	0.829	0.903	7.144
Lag 12							
Esferico	0.100	61.200	19.980	0.902	0.856	1.004	-0.236
Exponencial	0.100	61.200	9.870	0.891	0.855	1.036	-2.544
Lineal	0.010	15.580	3.600	0.901	0.101	0.074	66.995
Lineal con umbral	0.100	47.610	11.010	0.901	0.849	0.714	20.738
Gaussiano	1.100	56.080	13.720	0.904	0.847	0.977	1.751

Cuadro 3.3 Selección del Modelo por medio del Coeficiente de Correlación más alto de Validación Cruzada (1992).

MODELO	Efecto Nugget Co	Umbral C ₀ +C ₁	Rango a	Modelo R ²	Validación Cruzada R ²	Coefficiente de regresión (Pendiente)	Intercepción con eje Y
Lag 6							
Esferico	0.010	21.010	9.350	0.992	0.859	1.044	-3.14
Exponencial	0.010	21.010	4.590	0.999	0.858	1.097	-6.933
Lineal	0.010	5.710	1.800	0.983	0.048	0.008	71.482
Lineal con umbral	0.010	15.520	4.900	0.983	0.054	0.065	66.945
Gaussiano	0.010	20.190	6.690	0.995	0.803	0.838	11.760
Lag 8							
Esferico	0.010	31.010	12.020	0.968	0.866	1.027	-1.856
Exponencial	0.010	31.010	5.970	0.948	0.860	1.070	-4.946
Lineal	0.010	8.820	2.400	0.978	0.259	0.225	55.847
Lineal con umbral	0.010	23.250	6.330	0.978	0.010	-0.028	73.843
Gaussiano	0.700	32.390	9.450	0.963	0.856	0.960	2.963
Lag 10							
Esferico	0.100	51.200	16.470	0.926	0.864	1.012	-0.814
Exponencial	0.100	51.200	8.550	0.889	0.862	1.046	-3.257
Lineal	0.100	13.530	3.000	0.944	0.158	0.094	85.076
Lineal con umbral	0.010	35.680	7.920	0.944	0.078	0.047	68.864
Gaussiano	0.100	51.200	11.960	0.942	0.839	0.902	7.137
Lag 12							
Esferico	0.100	61.200	19.910	0.903	0.863	1.007	-0.44
Exponencial	0.100	61.200	9.840	0.891	0.862	1.039	-2.741
Lineal	0.010	15.640	3.600	0.903	0.221	0.255	53.019
Lineal con umbral	0.100	47.760	11.010	0.903	0.641	0.587	30.010
Gaussiano	1.200	57.320	13.990	0.904	0.853	0.985	1.175

Cuadro 3.4. Selección del Modelo por medio del Coeficiente de Correlación más alto Validación Cruzada (1993).

MODELO	Efecto Nugget Co	Umbral C ₀ +C ₁	Rango a	Modelo R ²	Validación Cruzada R ²	Coefficiente de regresión (Pendiente)	Intercepción con eje Y
Lag 6							
Esferico	0.010	21.010	9.800	0.995	0.849	1.031	-2.165
Exponencial	0.010	21.010	4.870	1.000	0.844	1.077	-5.520
Lineal	0.010	5.470	1.800	0.988	0.055	0.008	72.174
Lineal con umbral	0.010	14.880	4.900	0.988	0.024	0.041	69.382
Gaussiano	0.010	19.790	6.840	0.997	0.794	0.827	12.716
Lag 8							
Esferico	0.010	31.010	12.750	0.974	0.849	1.009	-0.589
Exponencial	0.010	31.010	6.430	0.956	0.845	1.050	-3.567
Lineal	0.010	8.350	2.400	0.982	0.258	0.231	56.043
Lineal con umbral	0.010	22.010	6.330	0.982	0.014	0.035	74.947
Gaussiano	0.490	31.970	9.720	0.976	0.828	0.931	5.121
Lag 10							
Esferico	0.100	51.200	17.200	0.918	0.846	0.997	0.326
Exponencial	0.100	51.200	9.020	0.881	0.845	1.030	-2.083
Lineal	0.010	13.010	3.000	0.935	0.178	0.111	64.424
Lineal con umbral	0.100	34.290	7.920	0.935	0.069	0.041	69.885
Gaussiano	0.400	51.800	12.500	0.939	0.833	0.935	4.208
Lag 12							
Esferico	0.100	61.200	20.320	0.903	0.845	0.993	0.63
Exponencial	0.100	61.200	10.120	0.886	0.845	1.024	-1.669
Lineal	0.010	15.400	3.600	0.906	0.244	0.295	50.537
Lineal con umbral	0.100	47.040	11.010	0.906	0.653	0.591	29.810
Gaussiano	1.100	60.090	14.880	0.906	0.834	0.971	2.177

Cuadro 3.5 Selección del Modelo por medio del Coeficiente de Correlación más alto de Validación cruzada (1994).

MODELO	Efecto Nugget Co	Umbral C ₀ +C ₁	Rango a	Modelo R ²	Validación Cruzada R ²	Coefficiente de regresión (Pendiente)	Intercepción con eje Y
Lag 6							
Esferico	0.010	21.010	9.710	0.995	0.911	1.060	-4.301
Exponencial	0.010	21.010	4.840	1.000	0.905	1.107	-7.713
Lineal	0.010	5.530	1.800	0.988	0.090	0.012	71.721
Lineal con umbral	0.010	15.040	4.900	0.988	0.420	0.233	56.215
Gaussiano	0.010	21.000	7.150	0.994	0.853	0.871	9.435
Lag 8							
Esferico	0.010	31.010	13.330	0.971	0.913	1.043	-3.038
Exponencial	0.010	31.010	6.190	0.951	0.907	1.084	-6.023
Lineal	0.010	8.630	2.400	0.980	0.516	0.392	43.734
Lineal con umbral	0.010	22.740	6.330	0.980	0.007	-0.017	73.486
Gaussiano	0.010	31.010	9.140	0.969	0.837	0.860	10.304
Lag 10							
Esferico	0.100	51.200	17.040	0.938	0.910	1.031	-22.160
Exponencial	0.100	51.200	8.920	0.904	0.908	1.062	-4.463
Lineal	0.010	13.110	3.000	0.953	0.187	0.117	63.802
Lineal con umbral	0.100	34.560	7.920	0.953	0.078	0.051	68.942
Gaussiano	0.100	51.200	12.230	0.954	0.905	0.949	3.797
Lag 12							
Esferico	0.100	50.770	17.870	0.874	0.910	1.03	-2.077
Exponencial	0.100	51.200	8.620	0.875	0.908	1.064	-4.576
Lineal	0.010	14.140	3.600	0.862	0.240	0.251	53.551
Lineal con umbral	0.100	36.900	8.460	0.887	0.394	0.147	60.977

Gaussiano	0.100	44.500	11.550	0.885	0.902	0.946	3.990
-----------	-------	--------	--------	-------	-------	-------	-------

Cuadro 3.6 Selección del Modelo por medio del Coeficiente de Correlación más alto Validación Cruzada (1995).

MODELO	Efecto Nugget Co	Umbral C ₀ +C ₁	Rango a	Modelo R ²	Validación Cruzada R ²	Coefficiente de regresión (Pendiente)	Intercepción con eje Y
Lag 6							
Esferico	0.010	21.010	9.950	0.992	0.886	1.049	-3.502
Exponencial	0.010	21.010	4.980	0.999	0.880	1.096	-6.888
Lineal	0.010	5.410	1.800	0.985	0.070	0.008	71.915
Lineal con umbral	0.010	14.700	4.900	0.985	0.471	0.289	52.043
Gaussiano	0.010	19.690	6.880	0.994	0.818	0.841	11.550
Lag 8							
Esferico	0.010	31.010	12.780	0.973	0.887	1.033	-2.322
Exponencial	0.010	31.010	6.460	0.955	0.882	1.072	-5.163
Lineal	0.010	8.340	2.400	0.981	0.493	0.346	46.767
Lineal con umbral	0.010	21.980	6.330	0.981	0.008	-0.016	73.411
Gaussiano	0.370	31.730	9.650	0.973	0.872	0.948	3.8
Lag 10							
Esferico	0.100	41.200	14.190	0.935	0.885	1.029	-2.001
Exponencial	0.100	41.200	7.090	0.896	0.882	1.067	-4.787
Lineal con umbral	0.010	12.490	3.000	0.957	0.165	0.090	65.760

Lineal to sill	0.100	32.930	7.920	0.957	0.102	0.061	68.248
Gaussiano	0.300	40.600	10.630	0.938	0.872	0.944	4.106
Lag 12							
Esferico	0.100	47.630	17.610	0.869	0.883	1.021	-1.434
Exponencial	0.100	51.200	9.290	0.871	0.882	1.051	-3.668
Lineal	0.010	13.420	3.600	0.857	0.175	0.180	58.705
Lineal con umbrall	0.100	34.870	8.390	0.880	0.373	0.148	61.112
Gaussiano	0.100	41.840	11.420	0.879	0.858	0.912	6.456

Así con la información existente de la profundidad del nivel freático para el mes de Agosto, que es el mes crítico por presentar las cotas de nivel freático menores en todo el año, se calculan los datos faltantes y corrieron los programas con 28 datos existentes en los cinco años (1991 a 1995)

Posteriormente con los resultados que arroja cada programa, que son 48 datos, se realiza una dispersión de datos (medidos contra estimados) para comparar los métodos: Elemento Finito, Diferencias Finitas y Kriging por un análisis estadístico; como también se procede a realizar los planos de isohypsas, de los diferentes años y con los diferentes métodos comparados (Diferencias Finitas, Elemento Finito y Kriging) utilizados en este trabajo.

Continuando con la obtención del de las diferencias entre los métodos, para así calcular los parámetros estadísticos: Suma del Error, Promedio del Error, Coeficiente de Correlación, y Desviación Estándar.

En seguida se gráfica los datos medidos contra los datos estimados para observar la dispersión de los datos, obteniendo también la obtención del Coeficiente R^2 , Pendiente, e Intersección con el Eje.

Análisis de Estadísticos

Una estimación de un punto de un parámetro, no es significativo sin alguna medida del error posible en la estimación. Una estimación de un parámetro debe de ir acompañada de un intervalo de confianza asociada con una medida de seguridad de que el verdadero parámetro se encuentra dentro de dicho intervalo (Ostle, 1983).

Los intervalos de confianza capacitan para obtener un tipo de información respecto a parámetros de población, sin la necesidad de tratar dichos parámetros como variables estadísticas. Deberá entenderse que solamente se está apostando a la exactitud de la regla de proceder cuando se aplican técnicas de intervalo de confianza a un experimento dado (Ostle, 1983).

Las muestras pequeñas son menores de 30 datos (Jhonson,1979), así como solamente se utilizó 28 datos se usa este tipo de muestra, aplicando de esta forma la distribución de *t de Student* (Ostle, 1983).

Por último se llevó a cabo la determinación de los intervalos de confianza y prueba de hipótesis del tipo de *t de student* por ser una muestra pequeña y de acuerdo a su aceptación o rechazo se determinó el mejor método.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los resultados obtenidos por los métodos (Diferencias Finitas, Elemento Finito y Kriging) utilizados en la simulación de niveles freáticos se muestran en los cuadros 4.1, 4.2, y 4.3.

Aun cuando los métodos de Diferencias Finitas y Elemento Finito, se obtienen los 48 datos de Cota de Nivel Freático de la malla, solamente se toman los 28, ya que son los que se encuentran el valor medido de cota de nivel freático en los cinco años, siendo los que se utilizan en los análisis estadísticos para determinar el mejor método.

Planos de Isohypsas

El plano de isohypsas calculado por el método de Kriging se parece más al plano del las Cotas Actuales de Nivel Freático en cuanto a la distribución de las curvas, en cambio, el método de Diferencias Finitas presenta un terreno más uniforme muy alejado de la realidad, con una pendiente menor, y cambiando la dirección del flujo por otro lado el Método de Elemento Finito de igual manera aumenta aún más la pendiente y la dirección del flujo continua igual que el Método de Diferencias Finitas (Figuras 4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5).

Lo anterior se debe a que el método de Diferencia Finitas utiliza menos elementos por lo tanto en la aproximación de resultados menor número de ecuaciones diferenciales parciales, a diferencia del método de elemento finito que con mayor numero de elementos usados en dicha estimación, así como mayor cantidad de número de ecuaciones algebraicas; por otro lado el método de kriging con el ajuste del mejor

Cuadro 4.1 Resultados de la Interpolación por el Método de Diferencias Finitas.

No. de Pozo	Coordenadas		1991	1992	1993	1994	1995
	X	Y					
125	0.0	0.0	67.971	67.744	67.837	68.067	68.110
115	0.0	1.5	68.018	67.791	67.962	68.171	68.211
92	0.0	4.5	69.699	69.454	69.942	69.681	69.768
80	0.0	6.0	70.777	70.516	70.937	70.726	70.817
55	1.5	0.0	67.925	67.697	67.712	67.963	68.010
40	1.5	1.5	67.860	67.640	67.410	67.890	68.020
114	1.5	4.5	69.820	69.580	69.820	69.580	69.780
91	1.5	7.5	72.070	71.780	72.160	72.050	72.220
79	3.0	0.0	68.007	67.764	68.192	68.005	67.888
113	3.0	7.5	72.042	71.785	72.318	72.071	71.815
78	4.5	3.0	69.400	69.143	69.940	69.397	69.180
53	4.5	6.0	71.987	71.737	72.396	72.059	71.674
38	4.5	7.5	73.490	73.260	73.920	73.610	72.750
112	6.0	1.5	69.013	68.771	69.639	68.602	68.706
77	6.0	6.0	72.387	72.123	72.857	72.521	72.230
65	6.0	7.5	73.013	72.736	73.504	73.205	72.795
52	7.5	0.0	69.432	69.218	70.186	68.715	69.222
111	7.5	4.5	72.340	72.100	72.810	72.530	72.300
88	7.5	7.5	73.790	73.440	74.380	74.170	73.970
76	9.0	0.0	70.370	70.155	71.104	69.844	70.283
64	9.0	1.5	70.662	70.446	71.389	70.181	70.607
36	9.0	4.5	73.031	72.806	73.663	73.342	73.303
120	9.0	6.0	73.744	73.500	74.256	73.965	73.979
110	9.0	7.5	74.402	74.142	74.813	74.503	74.630
87	10.5	1.5	71.079	70.863	71.805	70.757	71.106
63	10.5	4.5	74.090	73.910	75.020	75.040	74.910
50	10.5	6.0	74.477	74.260	74.973	74.720	74.865
35	10.5	7.5	76.330	76.130	76.360	75.910	76.590

Cuadro 4.2 Resultados de la Interpolación por el Método Elemento Finito.

No. de Pozo	Coordenadas		1991	1992	1993	1994	1995
	X	Y					
125	0.0	0.0	70.370	69.740	70.370	70.150	70.370
115	0.0	1.5	68.686	68.350	68.665	69.334	68.843
92	0.0	4.5	70.132	69.849	70.360	74.750	70.212
80	0.0	6.0	72.233	71.857	72.330	76.501	72.323
55	1.5	0.0	63.940	63.750	63.940	65.550	65.740
40	1.5	1.5	67.860	67.640	67.410	67.890	68.020
114	1.5	4.5	69.820	69.580	69.820	72.095	69.780
91	1.5	7.5	74.180	73.950	73.610	74.580	74.520
79	3.0	0.0	66.190	65.953	66.657	66.571	67.040
113	3.0	7.5	73.701	73.457	73.740	73.930	73.580
78	4.5	3.0	70.030	69.769	70.537	68.075	69.814
53	4.5	6.0	73.490	73.260	73.920	72.588	72.750
38	4.5	7.5	75.040	74.800	75.140	73.719	74.800
112	6.0	1.5	69.250	69.050	70.080	68.290	69.020
77	6.0	6.0	73.790	73.440	74.380	73.610	73.970
65	6.0	7.5	75.155	74.885	75.495	75.560	75.382
52	7.5	0.0	66.981	66.757	67.479	66.897	66.969
111	7.5	4.5	74.090	73.910	75.020	72.530	74.910
88	7.5	7.5	78.000	77.860	78.080	75.652	78.790
76	9.0	0.0	62.560	62.280	63.200	63.400	62.840
64	9.0	1.5	69.398	69.145	69.889	69.160	69.586
36	9.0	4.5	76.270	76.010	76.510	75.040	76.400
120	9.0	6.0	77.576	77.340	77.876	75.910	77.609
110	9.0	7.5	79.490	79.250	80.320	78.710	79.410
87	10.5	1.5	70.247	69.990	70.687	68.737	70.495
63	10.5	4.5	76.545	76.285	76.632	76.370	76.515
50	10.5	6.0	78.850	78.600	78.750	76.140	78.460
35	10.5	7.5	81.670	81.440	82.230	79.970	80.130

Cuadro 4.3 Resultados de la Interpolación por el Método de Kriging.

No. de Pozo	Coordenadas		1991	1992	1993	1994	1995
	X	Y					
125	0.0	0.0	66.127	65.895	65.895	67.247	67.312
115	0.0	1.5	68.256	67.840	68.203	68.161	68.503
92	0.0	4.5	65.686	65.490	65.916	65.725	65.669
80	0.0	6.0	65.764	65.517	66.794	65.649	66.345
55	1.5	0.0	67.955	67.733	68.535	68.019	68.233
40	1.5	1.5	66.127	65.827	66.427	66.669	66.263
114	1.5	4.5	66.482	66.204	67.268	67.445	67.377
91	1.5	7.5	67.731	67.516	68.587	67.517	68.195
79	3.0	0.0	68.494	68.260	68.907	68.167	68.181
113	3.0	7.5	69.061	68.803	68.880	68.869	68.964
78	4.5	3.0	70.823	70.610	71.529	70.666	70.700
53	4.5	6.0	72.875	72.635	73.242	73.068	73.086
38	4.5	7.5	74.572	74.291	74.821	74.549	74.644
112	6.0	1.5	70.218	69.930	71.040	70.577	70.388
77	6.0	6.0	72.867	72.602	73.491	73.088	72.957
65	6.0	7.5	74.666	74.422	74.955	74.561	74.793
52	7.5	0.0	76.417	76.202	76.728	76.574	76.701
111	7.5	4.5	72.401	72.112	72.208	72.157	72.357
88	7.5	7.5	73.048	72.776	73.350	73.348	72.956
76	9.0	0.0	74.623	74.416	74.895	74.797	74.581
64	9.0	1.5	76.024	75.801	76.549	76.682	76.578
36	9.0	4.5	79.606	79.339	79.897	79.130	78.731
120	9.0	6.0	73.017	72.750	72.777	72.850	73.395
110	9.0	7.5	74.032	73.597	74.077	74.128	74.033
87	10.5	1.5	74.882	74.657	75.082	75.132	74.850
63	10.5	4.5	77.575	77.327	78.043	77.791	77.638
50	10.5	6.0	79.786	79.598	79.977	79.641	79.449
35	10.5	7.5	78.979	78.731	79.428	79.160	78.911

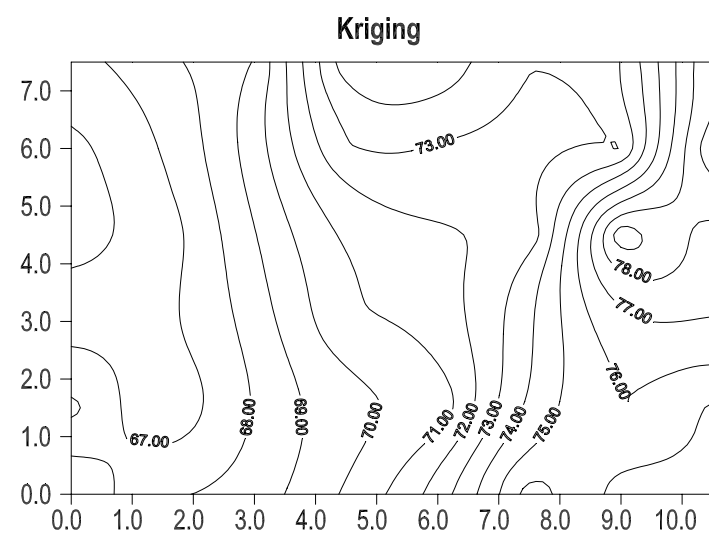
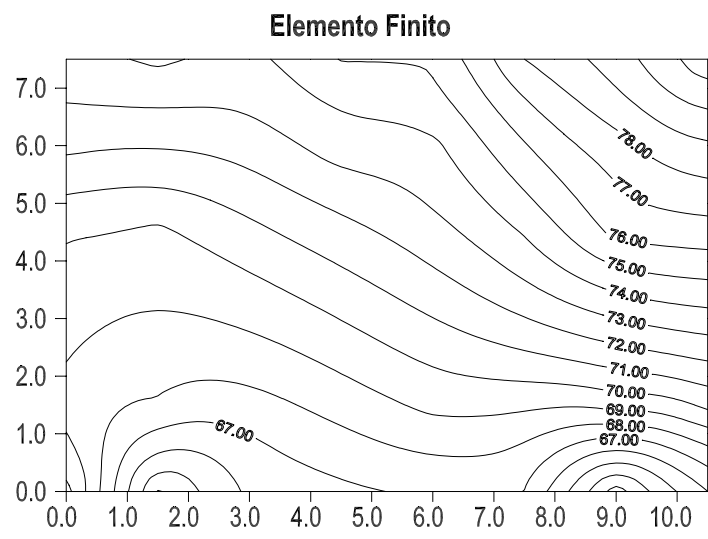
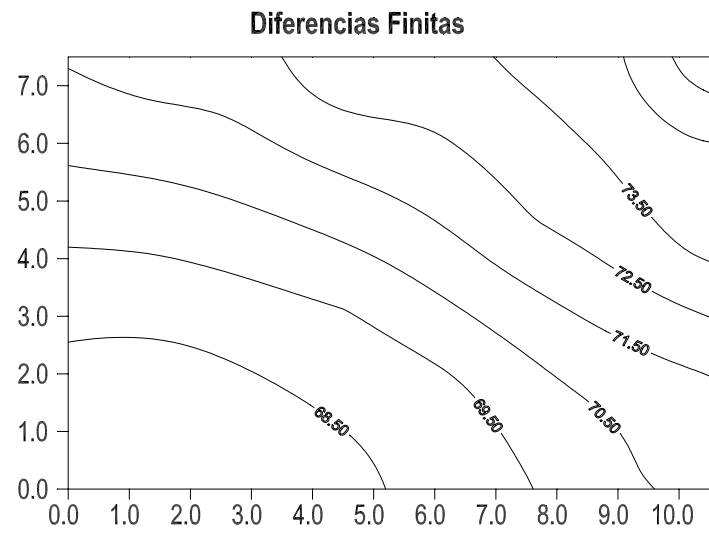
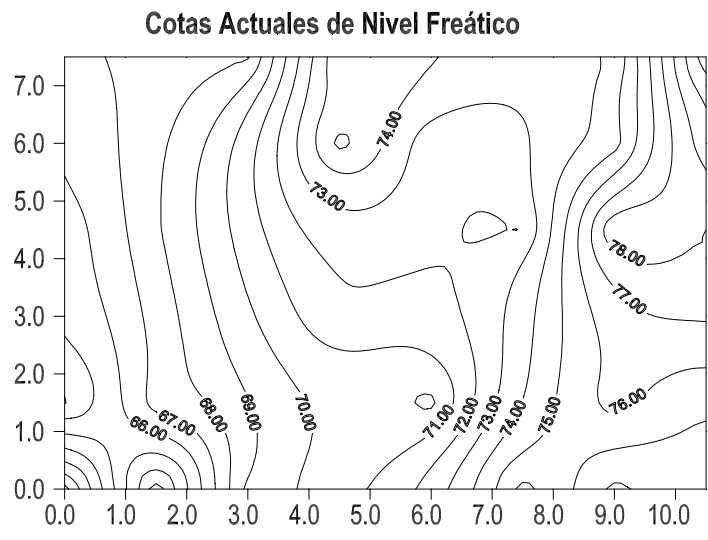


Figura 4.1 Presentación de Isohypsas de los Diferentes Métodos Utilizados (1991)

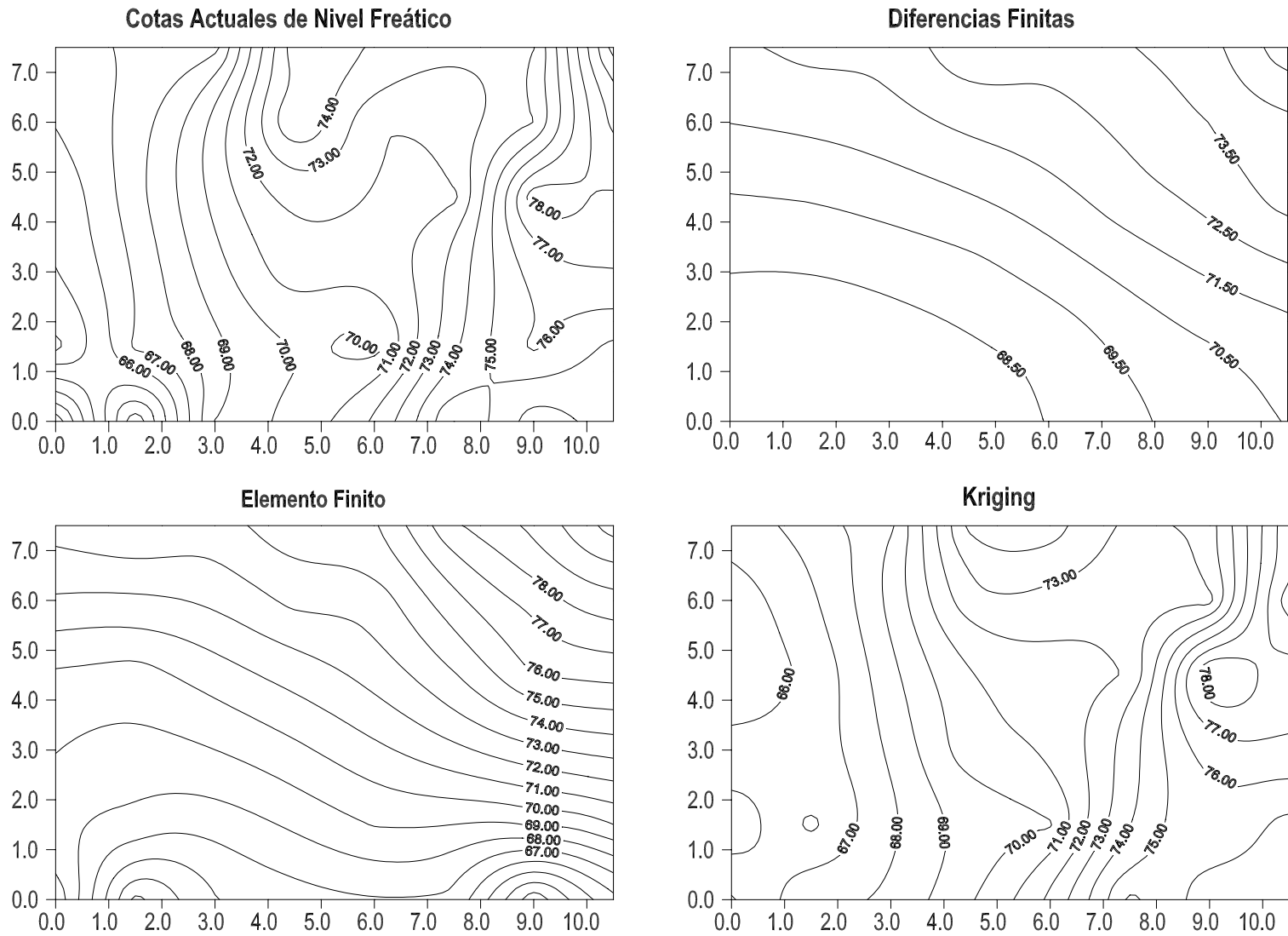


Figura 4.2 Presentación de Isohyphas de los Diferentes Métodos Utilizados (1992).

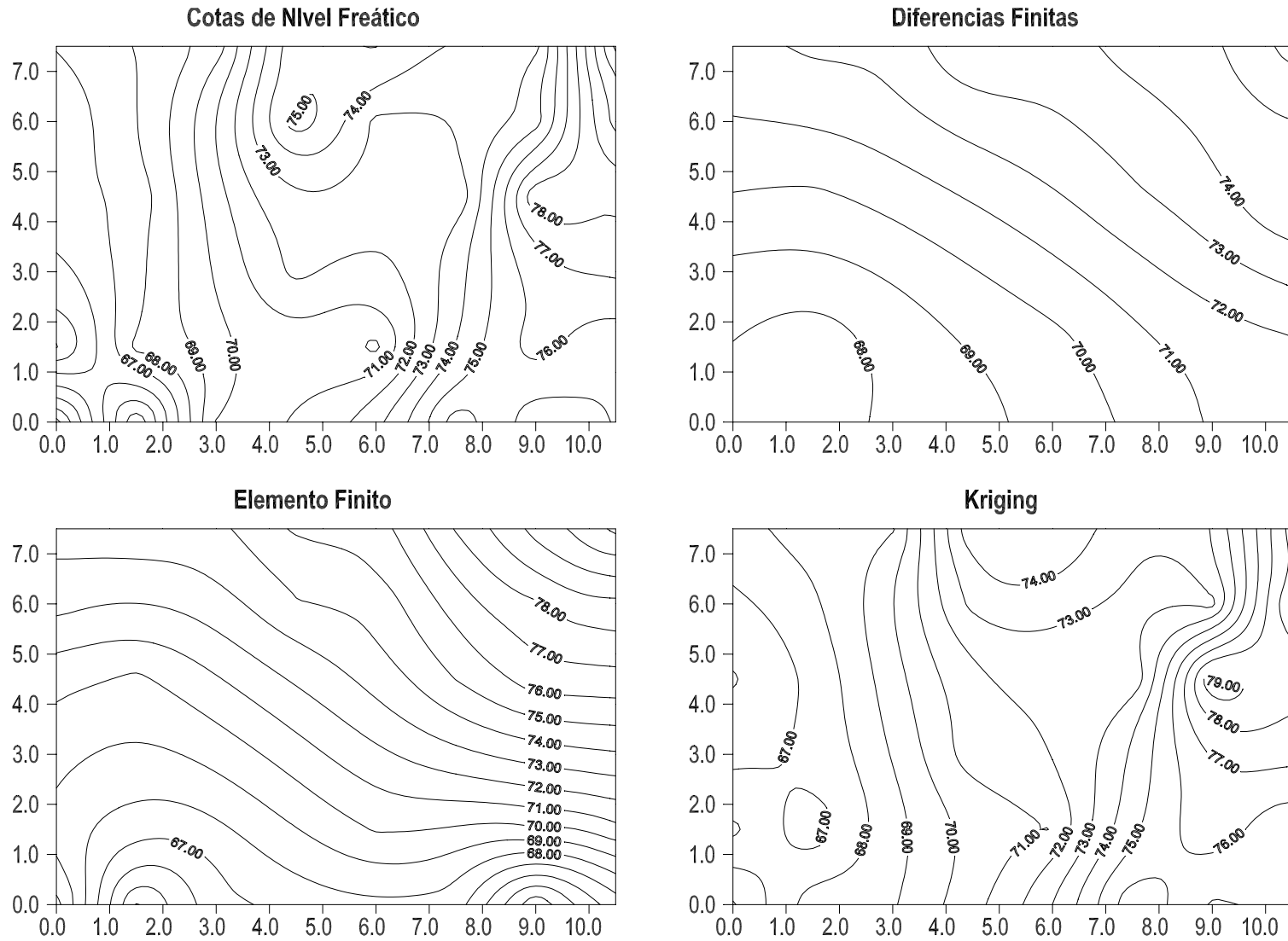


Figura 4.3 Presentación de Isohypsas de los Diferentes Métodos Utilizados (1993).

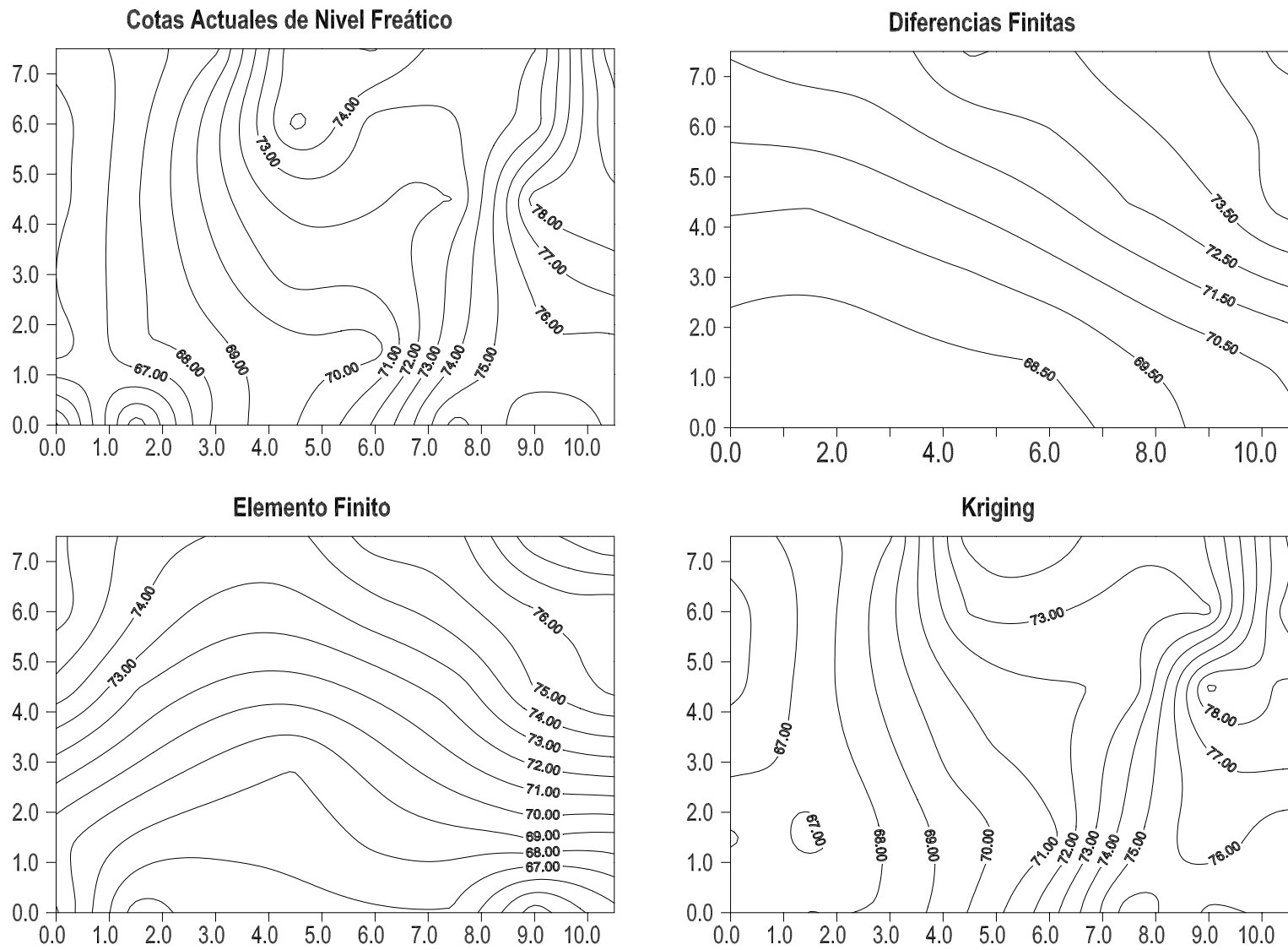


Figura 4.4 Presentación de Isohyphas de los Diferentes Métodos Utilizados (1994).

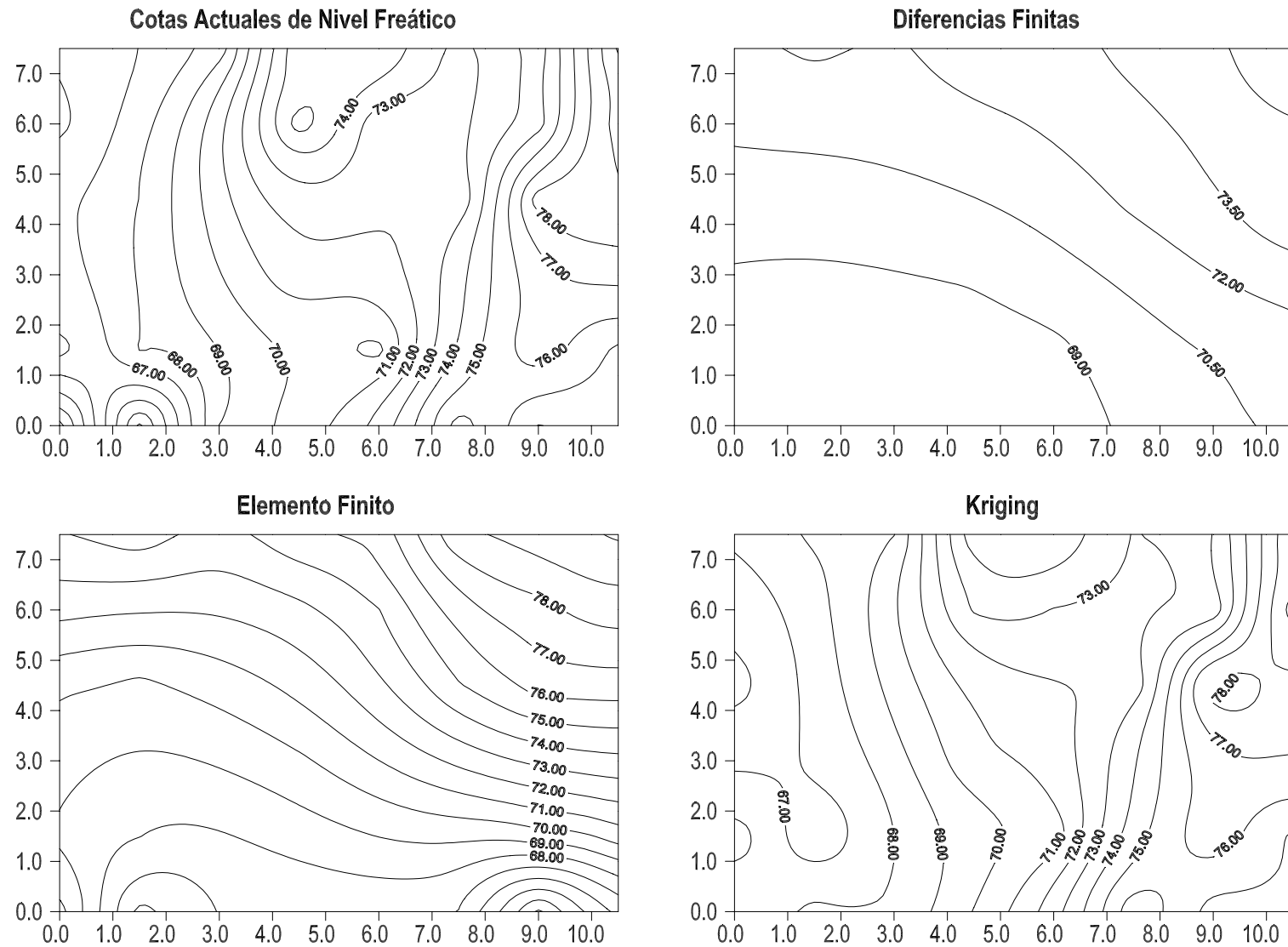


Figura 4.5 Presentación de Isohypsas de los Diferentes Métodos Utilizados (1995).

Cálculo de Parámetros Estadísticos

En el cálculo de los parámetros estadísticos (Suma del error, Promedio del Error, Coeficiente de Correlación, Desviación Estándar,) se observa en Cuadros 4.4, 4.5, 4.6, 4.7, y 4.8.

Correlación Lineal

El análisis de correlación mide la fuerza de una relación entre variables. El coeficiente de correlación lineal, r , es la medida de la fuerza de la relación lineal entre dos variables; utilizando a X y Y como variables, si aumenta X se observan cambios en Y (aumenta o decrece), la correlación es positiva o negativa, y si no hay cambios no hay correlación (no hay efecto de una variable sobre otra) cuando r es igual a cero. El valor del coeficiente de correlación lineal, r , su valor estará entre -1 y $+1$ (Johson, 1979).

Analizando lo que es la representación gráfica de la dispersión de datos en los diferentes métodos (figuras 4.6, 4.7, 4.8, 4.9, y 4.10) se encuentra que existe una correlación alta positiva en el método de Kriging con valores de r , que van de 0.921 a 0.955, siguiendo el método de Diferencias Finitas con valor de r , de 0.691 a 0.784. y al último con una correlación positiva el método de Elemento Finito con valores de r , de 0.360 a 0.591.

Regresión Lineal Simple

La regresión lineal simple, es la relación entre dos variables por expresión algebraica, donde se describe la relación matemática entre X y Y . Permite estudiar la influencia de una o más variables que se llaman independientes (X) sobre otras que se nombran dependientes (Y), cuando se incluyen más de dos variables independientes se tiene un modelo de regresión múltiple.(Johson, 1979).

En cuanto a la suma del error y el promedio del error al ser realizados con la diferencia de cotas reales de campo y las cotas estimadas con diferente método demuestra que los datos obtenidos con el método de Diferencias Finitas presentan mayor diferencia siguiendo Elemento Finito y por último Kriging, por consiguiente el promedio del error se presenta de la misma manera.

125	0.0	0.0	70.370	67.971	70.370	66.127	2.399	0.000	4.243	
115	0.0	1.5	63.940	68.018	68.686	68.256	-4.078	-4.746	-4.316	
92	0.0	4.5	65.490	69.699	70.132	65.686	-4.209	-4.642	-0.196	
80	0.0	6.0	66.210	70.777	72.233	65.764	-4.567	-6.023	0.446	
55	1.5	0.0	62.560	67.925	63.940	67.955	-5.365	-1.380	-5.395	
40	1.5	1.5	67.400	67.860	67.860	66.127	-0.460	-0.460	1.273	
114	1.5	4.5	67.860	69.820	69.820	66.482	-1.960	-1.960	1.378	
91	1.5	7.5	67.510	72.070	74.180	67.731	-4.560	-6.670	-0.221	
79	3.0	0.0	69.250	68.007	66.190	68.494	1.243	3.060	0.756	
113	3.0	7.5	67.900	72.042	73.701	69.061	-4.142	-5.801	-1.161	
78	4.5	3.0	71.840	69.400	70.030	70.823	2.440	1.810	1.017	
53	4.5	6.0	75.210	71.987	73.490	72.875	3.223	1.720	2.335	
38	4.5	7.5	74.790	73.490	75.040	74.572	1.300	-0.250	0.218	
112	6.0	1.5	69.820	69.013	69.250	70.218	0.807	0.570	-0.398	
77	6.0	6.0	72.340	72.387	73.790	72.867	-0.047	-1.450	-0.527	
65	6.0	7.5	74.090	73.013	75.155	74.666	1.077	-1.065	-0.576	
52	7.5	0.0	76.270	69.432	66.981	76.417	6.838	9.289	-0.147	
111	7.5	4.5	72.070	72.340	74.090	72.401	-0.270	-2.020	-0.331	
88	7.5	7.5	73.490	73.790	78.000	73.048	-0.300	-4.510	0.442	
76	9.0	0.0	73.790	70.370	62.560	74.623	3.420	11.230	-0.833	
64	9.0	1.5	76.330	70.662	69.398	76.024	5.668	6.932	0.306	
36	9.0	4.5	78.850	73.031	76.270	79.606	5.819	2.580	-0.756	
120	9.0	6.0	74.660	73.744	77.576	73.017	0.916	-2.916	1.643	
110	9.0	7.5	74.180	74.402	79.490	74.032	-0.222	-5.310	0.148	
87	10.5	1.5	75.040	71.079	70.247	74.882	3.961	4.793	0.158	
63	10.5	4.5	78.000	74.090	76.545	77.575	3.910	1.455	0.425	
50	10.5	6.0	79.490	74.477	78.850	79.786	5.013	0.640	-0.296	
35	10.5	7.5	81.670	76.330	81.670	78.979	5.340	0.000	2.691	
							<i>Suma del error</i>	23.194	-5.124	2.326
							<i>Promedio del error</i>	0.828	-0.183	0.083
							<i>Coefficiente de</i>	0.715	0.570	0.927
							<i>Desviación Estándar</i>	3.818	4.763	4.595

- 1.- Cota Medida de Nivel Freático
- 2.- Cota Estimada de Nivel Freático por el Método de Diferencias Finitas
- 3.- Cota Estimada de Nivel Freático por el Método de Elemento Finito
- 4.- Cota Estimada de Nivel Freático por el Método de Kriging

Cuadro 4.6 Comparación de Métodos, mostrando Parámetros Estadísticos (1992).

No. De Pozo	Coordenadas		1	2	3	4	1 - 2	1 - 3	1 - 4
	X	Y							
125	0.0	0.0	69.740	67.744	69.740	65.895	1.996	0.000	3.845
115	0.0	1.5	63.750	67.791	68.350	67.840	-4.041	-4.600	-4.090
92	0.0	4.5	65.220	69.454	69.849	65.490	-4.234	-4.629	-0.270
80	0.0	6.0	66.050	70.516	71.857	65.517	-4.466	-5.807	0.533
55	1.5	0.0	62.280	67.697	63.750	67.733	-5.417	-1.470	-5.453
40	1.5	1.5	67.150	67.640	67.640	65.827	-0.490	-0.490	1.323
114	1.5	4.5	67.640	69.580	69.580	66.204	-1.940	-1.940	1.436
91	1.5	7.5	67.240	71.780	73.950	67.516	-4.540	-6.710	-0.276
79	3.0	0.0	69.050	67.764	65.953	68.260	1.286	3.097	0.790
113	3.0	7.5	67.660	71.785	73.457	68.803	-4.125	-5.797	-1.143
78	4.5	3.0	71.560	69.143	69.769	70.610	2.417	1.791	0.950
53	4.5	6.0	74.960	71.737	73.260	72.635	3.223	1.700	2.325
38	4.5	7.5	74.520	73.260	74.800	74.291	1.260	-0.280	0.229
112	6.0	1.5	69.580	68.771	69.050	69.930	0.809	0.530	-0.350
77	6.0	6.0	72.100	72.123	73.440	72.602	-0.023	-1.340	-0.502
65	6.0	7.5	73.910	72.736	74.885	74.422	1.174	-0.975	-0.512
52	7.5	0.0	76.010	69.218	66.757	76.202	6.792	9.253	-0.192
111	7.5	4.5	71.780	72.100	73.910	72.112	-0.320	-2.130	-0.332
88	7.5	7.5	73.260	73.440	77.860	72.776	-0.180	-4.600	0.484
76	9.0	0.0	73.440	70.155	62.280	74.416	3.285	11.160	-0.976
64	9.0	1.5	76.130	70.446	69.145	75.801	5.684	6.985	0.329
36	9.0	4.5	78.600	72.806	76.010	79.339	5.794	2.590	-0.739
120	9.0	6.0	74.020	73.500	77.340	72.750	0.520	-3.320	1.270
110	9.0	7.5	73.950	74.142	79.250	73.597	-0.192	-5.300	0.353
87	10.5	1.5	74.790	70.863	69.990	74.657	3.927	4.800	0.133
63	10.5	4.5	77.860	73.910	76.285	77.327	3.950	1.575	0.533
50	10.5	6.0	79.250	74.260	78.600	79.598	4.990	0.650	-0.348
35	10.5	7.5	81.440	76.130	81.440	78.731	5.310	0.000	2.709
<i>Suma del error</i>							22.449	-5.257	2.059
<i>Promedio del error</i>							0.802	-0.188	0.074
<i>Coefficiente de Correlación</i>							0.721	0.572	0.931
<i>Desviación Estándar</i>							3.816	4.769	4.598

- 1.- Cota Medida de Nivel Freático
- 2.- Cota Estimada de Nivel Freático por el Método de Diferencias Finitas
- 3.- Cota Estimada de Nivel Freático por el Método de Elemento Finito
- 4.- Cota Estimada de Nivel Freático por el Método de Kriging

|Cuadro 4.6 Comparación de Métodos, mostrando Parámetros Estadísticos (1993).

No. de Pozo	Coordenadas		1	2	3	4	1 - 2	1 - 3	1 - 4
	X	Y							
125	0.0	0.0	70.370	67.83	70.370	65.89	2.533	0.000	4.475
115	0.0	1.5	63.940	67.96	68.665	68.20	-4.022	-4.725	-4.263
92	0.0	4.5	66.740	69.94	70.360	65.91	-3.202	-3.620	0.824
80	0.0	6.0	66.380	70.93	72.330	66.79	-4.557	-5.950	-0.414
55	1.5	0.0	63.200	67.71	63.940	68.53	-4.512	-0.740	-5.335
40	1.5	1.5	68.210	67.41	67.410	66.42	0.800	0.800	1.783
114	1.5	4.5	67.410	69.82	69.820	67.26	-2.410	-2.410	0.142
91	1.5	7.5	68.060	72.16	73.610	68.58	-4.100	-5.550	-0.527
79	3.0	0.0	70.080	68.19	66.657	68.90	1.888	3.423	1.173
113	3.0	7.5	69.430	72.31	73.740	68.88	-2.888	-4.310	0.550
78	4.5	3.0	72.220	69.94	70.537	71.52	2.280	1.683	0.691
53	4.5	6.0	75.500	72.39	73.920	73.24	3.104	1.580	2.258
38	4.5	7.5	74.760	73.92	75.140	74.82	0.840	-0.380	-0.061
112	6.0	1.5	69.820	69.63	70.080	71.04	0.181	-0.260	-1.220
77	6.0	6.0	72.810	72.85	74.380	73.49	-0.047	-1.570	-0.681
65	6.0	7.5	75.020	73.50	75.495	74.95	1.516	-0.475	0.065
52	7.5	0.0	76.510	70.18	67.479	76.72	6.324	9.031	-0.218
111	7.5	4.5	72.160	72.81	75.020	72.20	-0.650	-2.860	-0.048
88	7.5	7.5	73.920	74.38	78.080	73.35	-0.460	-4.160	0.570
76	9.0	0.0	74.380	71.10	63.200	74.89	3.276	11.180	-0.515
64	9.0	1.5	76.360	71.38	69.889	76.54	4.971	6.471	-0.189
36	9.0	4.5	78.750	73.66	76.510	79.89	5.087	2.240	-1.147
120	9.0	6.0	74.640	74.25	77.876	72.77	0.384	-3.236	1.863
110	9.0	7.5	73.710	74.81	80.320	74.07	-1.103	-6.610	-0.367
87	10.5	1.5	75.140	71.80	70.687	75.08	3.335	4.453	0.058
63	10.5	4.5	78.080	75.02	76.632	78.04	3.060	1.448	0.037
50	10.5	6.0	80.320	74.97	78.750	79.97	5.347	1.570	0.343
35	10.5	7.5	82.230	76.36	82.230	79.42	5.870	0.000	2.802
<i>Suma del error</i>							22.845	-2.977	2.649
Promedio del error							0.816	-0.106	0.095
<i>Coefficiente de Correlación</i>							0.756	0.591	0.921
<i>Desviación Estándar</i>							3.820	4.733	4.537

- 1.- Cota Medida de Nivel Freático
- 2.- Cota Estimada de Nivel Freático por el Método de Diferencias Finitas
- 3.- Cota Estimada de Nivel Freático por el Método de Elemento Finito
- 4.- Cota Estimada de Nivel Freático por el Método de Kriging

Cuadro 4.7 Comparación de Métodos, mostrando Parámetros Estadísticos (1994).

No. De Pozo	Coordenadas		1	2	3	4	1-2	1-3	1-4
	X	Y							
125	0.0	0.0	70.150	68.067	70.150	67.247	2.083	0.000	2.903
115	0.0	1.5	65.550	68.171	69.334	68.161	-2.621	-3.784	-2.611
92	0.0	4.5	65.670	69.681	74.750	65.725	-4.011	-9.080	-0.055
80	0.0	6.0	65.640	70.726	76.501	65.649	-5.086	-10.861	-0.009
55	1.5	0.0	63.400	67.963	65.550	68.019	-4.563	-2.150	-4.619
40	1.5	1.5	67.890	67.890	67.890	66.669	0.000	0.000	1.221
114	1.5	4.5	67.890	69.580	72.095	67.445	-1.690	-4.205	0.445
91	1.5	7.5	67.440	72.050	74.580	67.517	-4.610	-7.140	-0.077
79	3.0	0.0	68.290	68.005	66.571	68.167	0.285	1.719	0.123
113	3.0	7.5	68.750	72.071	73.930	68.869	-3.321	-5.180	-0.119
78	4.5	3.0	71.440	69.397	68.075	70.666	2.043	3.365	0.774
53	4.5	6.0	75.230	72.059	72.588	73.068	3.171	2.642	2.162
38	4.5	7.5	74.750	73.610	73.719	74.549	1.140	1.031	0.201
112	6.0	1.5	69.580	68.602	68.290	70.577	0.978	1.290	-0.997
77	6.0	6.0	72.530	72.521	73.610	73.088	0.009	-1.080	-0.558
65	6.0	7.5	75.040	73.205	75.560	74.561	1.835	-0.520	0.479
52	7.5	0.0	76.370	68.715	66.897	76.574	7.655	9.473	-0.204
111	7.5	4.5	72.050	72.530	72.530	72.157	-0.480	-0.480	-0.107
88	7.5	7.5	73.610	74.170	75.652	73.348	-0.560	-2.042	0.262
76	9.0	0.0	74.170	69.844	63.400	74.797	4.326	10.770	-0.627
64	9.0	1.5	75.910	70.181	69.160	76.682	5.729	6.750	-0.772
36	9.0	4.5	78.430	73.342	75.040	79.130	5.088	3.390	-0.700
120	9.0	6.0	74.580	73.965	75.910	72.850	0.615	-1.330	1.730
110	9.0	7.5	73.930	74.503	78.710	74.128	-0.573	-4.780	-0.198
87	10.5	1.5	75.560	70.757	68.737	75.132	4.803	6.823	0.428
63	10.5	4.5	78.710	75.040	76.370	77.791	3.670	2.340	0.919
50	10.5	6.0	79.970	74.720	76.140	79.641	5.250	3.830	0.329
35	10.5	7.5	80.890	75.910	79.970	79.160	4.980	0.920	1.730
<i>Suma del error</i>							<i>26.145</i>	<i>1.711</i>	<i>2.053</i>
<i>Promedio del error</i>							<i>0.934</i>	<i>0.061</i>	<i>0.073</i>
<i>Coficiente de Correlación</i>							<i>0.691</i>	<i>0.360</i>	<i>0.955</i>
<i>Desviación Estándar</i>							<i>3.784</i>	<i>4.449</i>	<i>4.493</i>

1.- Cota Medida de Nivel Freático

2.- Cota Estimada de Nivel Freático por el Método de Diferencias Finitas

- 3.- Cota Estimada de Nivel Freático por el Método de Elemento Finito
 4.- Cota Estimada de Nivel Freático por el Método de Kriging

Cuadro 4.8 Comparación de Métodos, mostrando Parámetros Estadísticos (1995).

No. De Pozo	Coordenadas		1	2	3	4	1 - 2	1 - 3	1 - 4
	X	Y							
125	0.0	0.0	70.370	68.110	70.370	67.312	2.260	0.000	3.058
115	0.0	1.5	65.740	68.211	68.843	68.503	-2.471	-3.103	-2.763
92	0.0	4.5	66.790	69.768	70.212	65.669	-2.978	-3.422	1.121
80	0.0	6.0	65.800	70.817	72.323	66.345	-5.017	-6.523	-0.545
55	1.5	0.0	62.840	68.010	65.740	68.233	-5.170	-2.900	-5.393
40	1.5	1.5	68.010	68.020	68.020	66.263	-0.010	-0.010	1.747
114	1.5	4.5	68.020	69.780	69.780	67.377	-1.760	-1.760	0.643
91	1.5	7.5	67.020	72.220	74.520	68.195	-5.200	-7.500	-1.175
79	3.0	0.0	69.020	67.888	67.040	68.181	1.132	1.980	0.839
113	3.0	7.5	68.400	71.815	73.580	68.964	-3.415	-5.180	-0.564
78	4.5	3.0	71.660	69.180	69.814	70.700	2.480	1.846	0.960
53	4.5	6.0	75.390	71.674	72.750	73.086	3.716	2.640	2.304
38	4.5	7.5	74.800	72.750	74.800	74.644	2.050	0.000	0.156
112	6.0	1.5	69.780	68.706	69.020	70.388	1.074	0.760	-0.608
77	6.0	6.0	72.300	72.230	73.970	72.957	0.070	-1.670	-0.657
65	6.0	7.5	74.910	72.795	75.382	74.793	2.115	-0.472	0.117
52	7.5	0.0	76.400	69.222	66.969	76.701	7.178	9.431	-0.301
111	7.5	4.5	72.220	72.300	74.910	72.357	-0.080	-2.690	-0.137
88	7.5	7.5	72.750	73.970	78.790	72.956	-1.220	-6.040	-0.206
76	9.0	0.0	73.970	70.283	62.840	74.581	3.687	11.130	-0.611
64	9.0	1.5	76.590	70.607	69.586	76.578	5.983	7.004	0.012
36	9.0	4.5	78.460	73.303	76.400	78.731	5.157	2.060	-0.271
120	9.0	6.0	74.640	73.979	77.609	73.395	0.661	-2.969	1.245
110	9.0	7.5	74.520	74.630	79.410	74.033	-0.110	-4.890	0.487
87	10.5	1.5	74.800	71.106	70.495	74.850	3.694	4.305	-0.050
63	10.5	4.5	78.790	74.910	76.515	77.638	3.880	2.275	1.152
50	10.5	6.0	79.410	74.865	78.460	79.449	4.545	0.950	-0.039
35	10.5	7.5	80.130	76.590	80.130	78.911	3.540	0.000	1.219
			<i>Suma del error</i>				25.791	-4.748	1.740
			<i>Promedio del error</i>				0.921	-0.170	0.062

<i>Coefficiente de Correlación</i>	<i>0.694</i>	<i>0.517</i>	<i>0.942</i>
<i>Desviación Estándar</i>	<i>3.700</i>	<i>4.519</i>	<i>4.377</i>

- 1.- Cota Medida de Nivel Freático
- 2.- Cota Estimada de Nivel Freático por el Método de Diferencias Finitas
- 3.- Cota Estimada de Nivel Freático por el Método de Elemento Finito
- 4.- Cota Estimada de Nivel Freático por el Método de Kriging

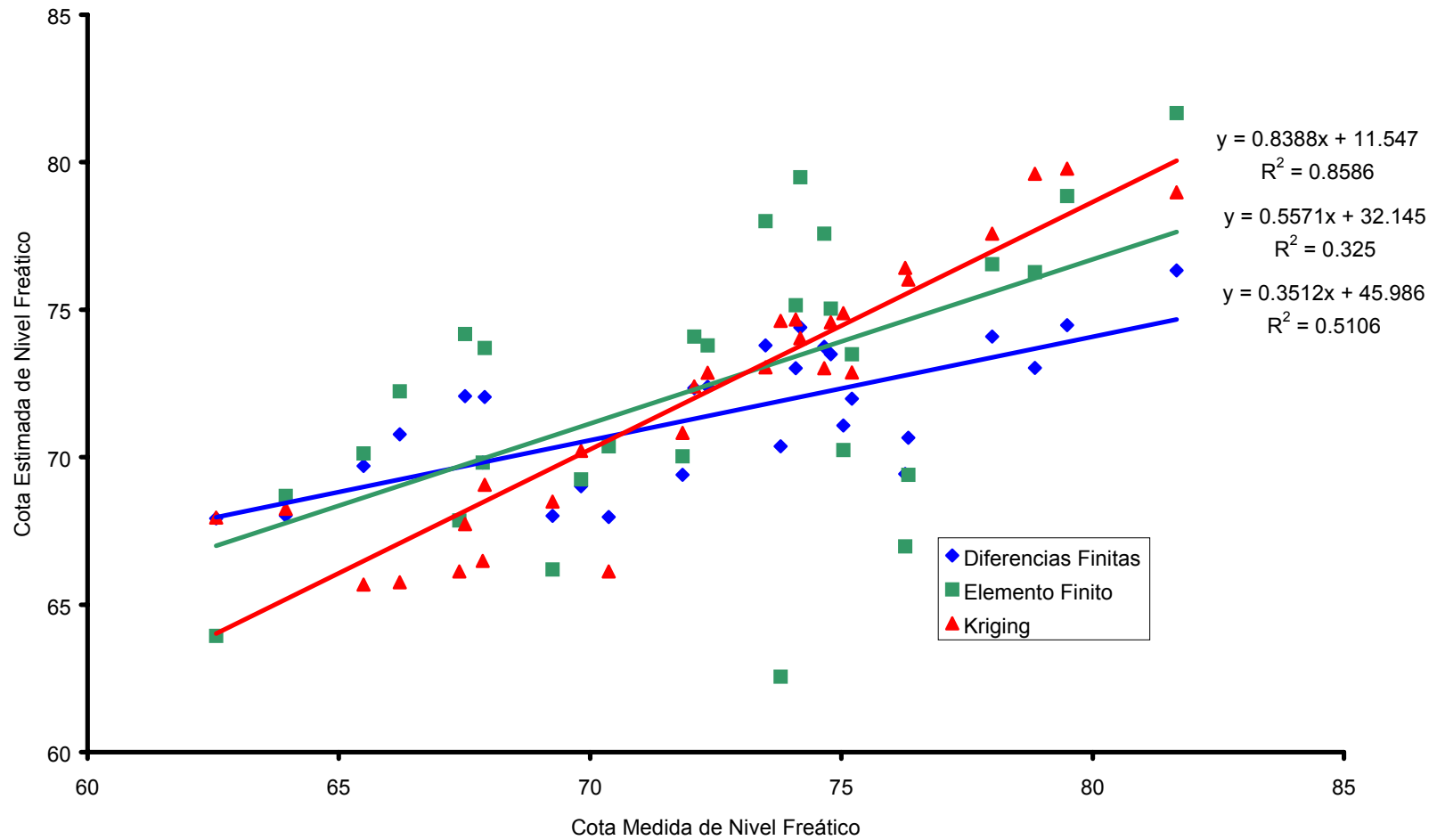


Figura 4.6 Diagrama de dispersión de Cotas Medidas de Nivel freático y de Cota Estimada de Nivel Freático de los Métodos Comparados (1991).

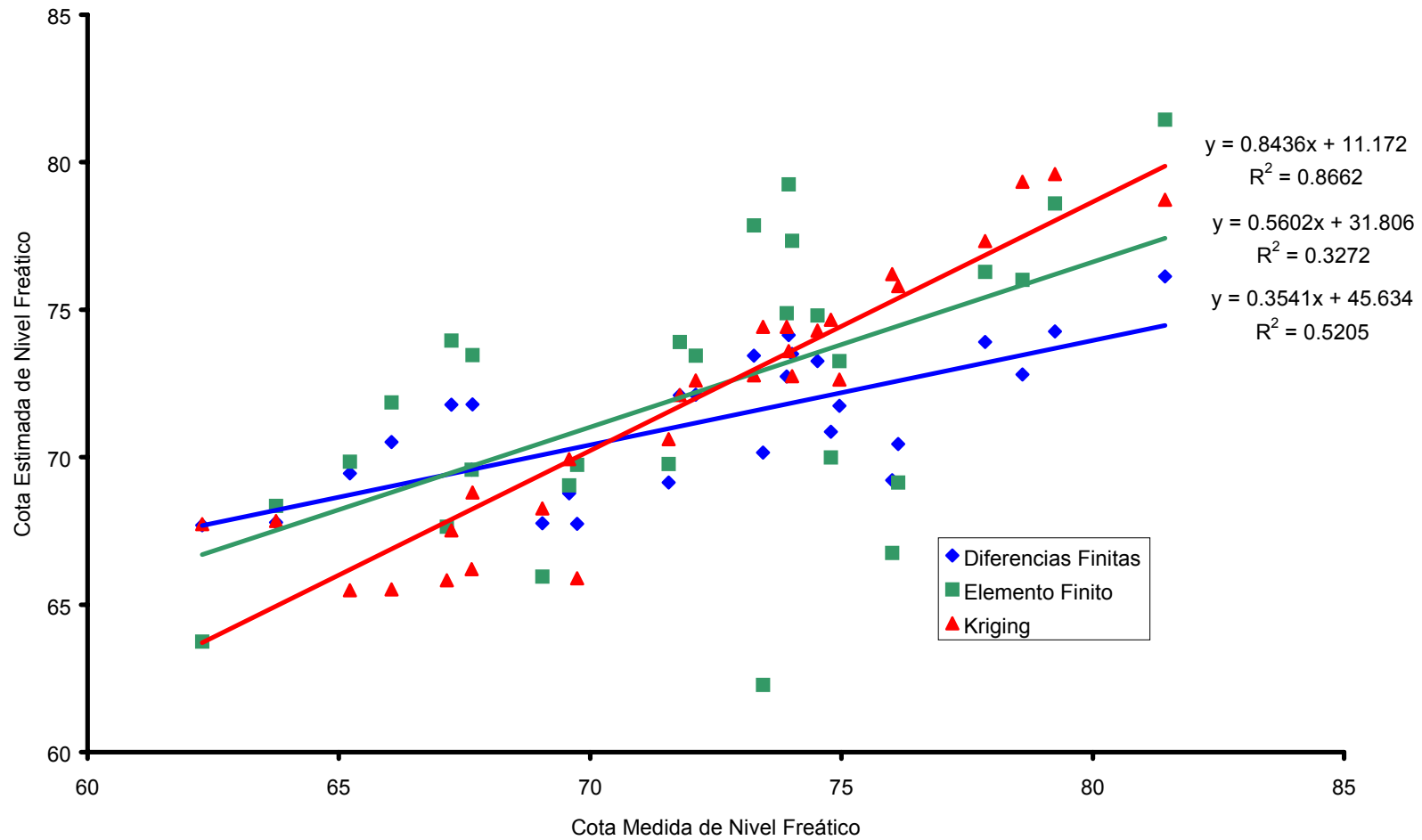


Figura 4.7 Diagrama de dispersión de Cotas Medidas de Nivel freático y de Cota Estimada de Nivel Freático de los Métodos Comparados (1992).

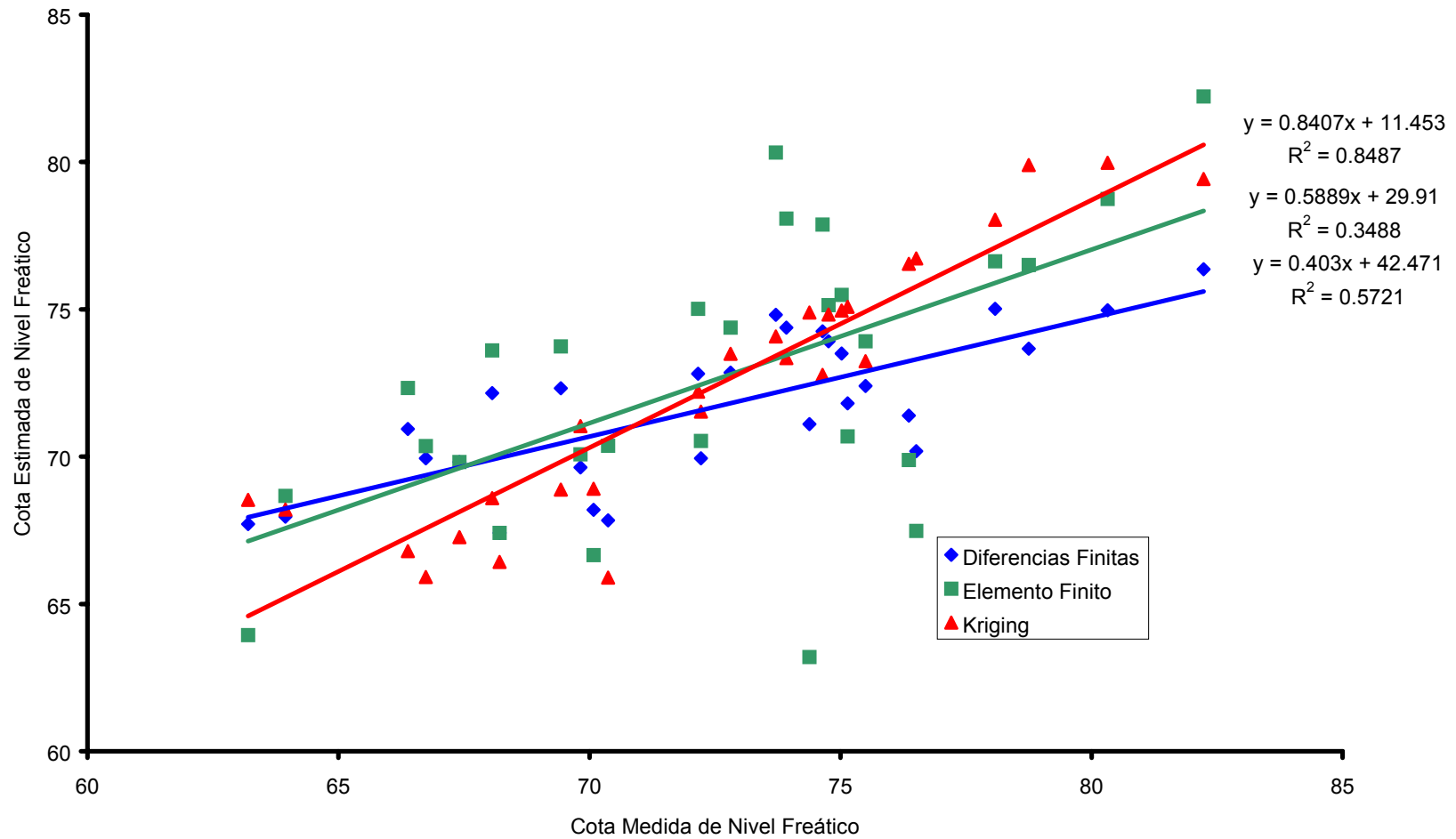


Figura 4.8 Diagrama de dispersión de Cotas Medidas de Nivel freático y de Cota Estimada de Nivel Freático de los Métodos Comparados (1993).

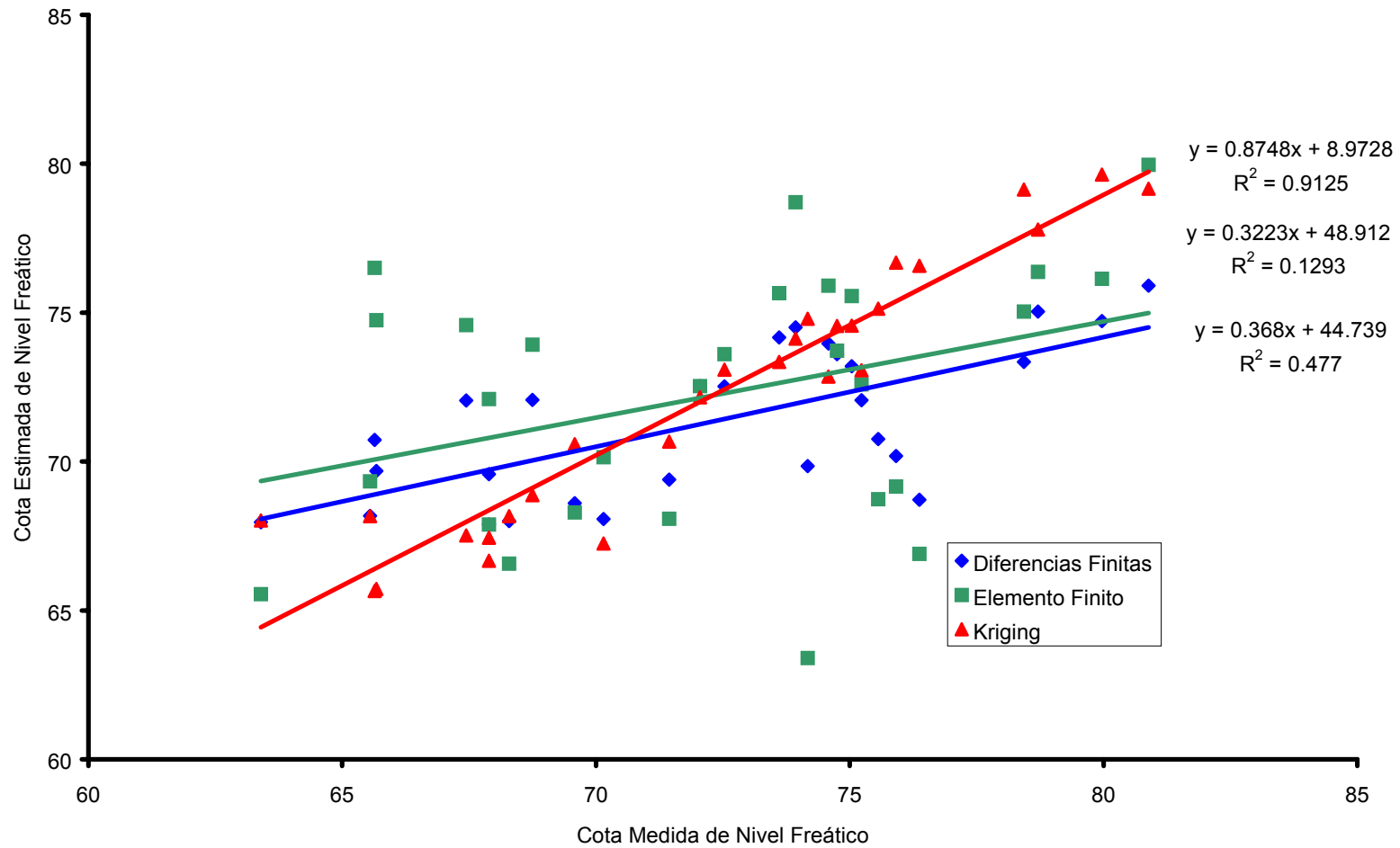


Figura 4.9 Diagrama de dispersión de Cotas Medidas de Nivel freático y de Cota Estimada de Nivel Freático de los Métodos Comparados (1994).

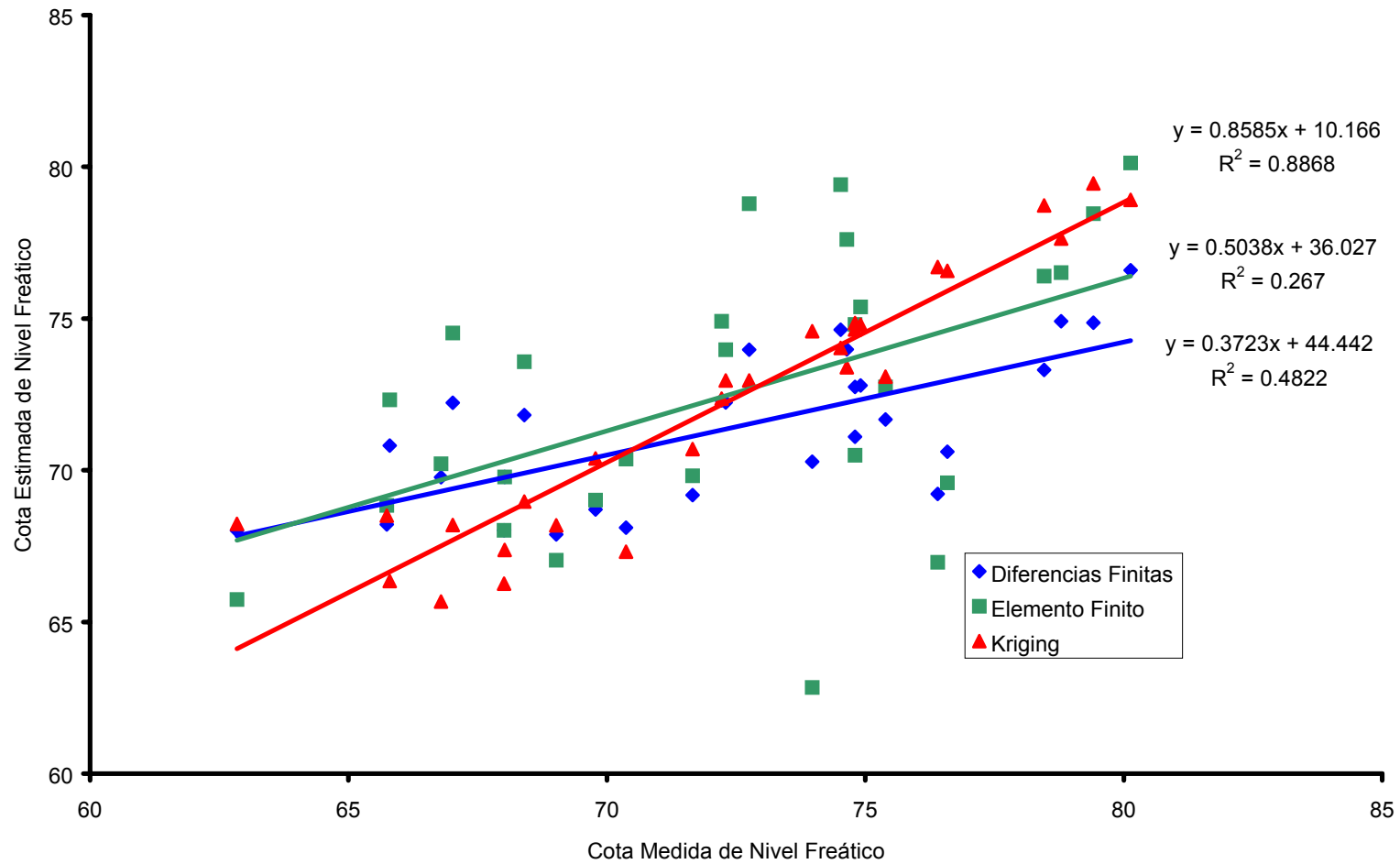


Figura 4.10 Diagrama de dispersión de Cotas Medidas de Nivel freático y de Cota Estimada de Nivel Freático de los Métodos Comparados (1995).

En cuanto a R^2 , según las gráficas de dispersión de datos, el orden mayor resultado de este parámetro es igual que el anterior por coeficiente de correlación, observándose mayor dispersión de datos en el método de Elemento finito y menor en el método de Kriging.

Prueba de Hipótesis para Métodos Comparados

El ejemplo del proceso de cálculo para la prueba de hipótesis se realiza con los parámetros estadísticos de Diferencias Finitas (1991).

Para la prueba de hipótesis con nivel de significancia $\alpha = 0.05$ para probar lo expuesto en la hipótesis alterna (H_a), es rechazar la hipótesis nula (H_0) si:

$$H_0 : m_R(x_i) = 0$$

$$H_a : m_R(x_i) \neq 0$$

La regla de decisión es rechazar H_0 si $|t_c| \geq t_{\alpha/2(n-1)g.l}$

$$t_c = \frac{\sqrt{n}[\bar{x} - m_R(x_i)]}{S}$$

$$n = 28$$

$$\bar{x} = 0.828$$

$$m_R = 0$$

$$S = 3.818$$

$$\alpha = 0.05$$

$$t_c = \frac{\sqrt{28}[0.828 - 0]}{3.818} = 1.148$$

$$t_{0.025(27)g.l} = 2.052$$

Resulta como consecuencia que H_0 no se rechaza con un nivel de significancia de $\alpha = 0.05$. Lo cual quiere decir que los valores de errores reducidos se distribuyen normalmente con media cero y varianza uno.

Mas aún un intervalo de confianza basado en la distribución de *t de student* con un 95 por ciento de probabilidad es:

$$\bar{x} - t_{\alpha/2(27)g.l} \frac{S}{\sqrt{n}} \leq m_R(x_i) \leq \bar{x} + t_{\alpha/2(27)g.l} \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$0.828 - 2.052 \frac{3.818}{\sqrt{28}} \leq m_R(x_i) \leq 0.828 + 2.052 \frac{3.818}{\sqrt{28}}$$

$$-0.653 \leq m_R(x_i) \leq 1.550$$

Por lo que el estimador por intervalo para $m_R(x_i)$ es de -0.653 a 1.550 , es decir que existe una probabilidad de 0.95 de que la media verdadera se encuentre entre estos valores.

Los intervalos para todos los años se encuentran en el Cuadro 4.9 donde se observa que el método de Elemento Finito, presenta mayor rango del límite inferior a superior.

En todos los años y métodos se demuestra que no se rechaza H_0 ya que $|t_c| \geq t_{\alpha/2(n-1)g.l}$ siempre (Cuadro 5.0), y con esto se demuestra que la media de errores reducidos del método de Kriging es igual a cero, siendo el más confiable en la interpolación de datos faltantes para realizar la simulación de niveles freáticos, seguido de Elemento finito y dejando al último Diferencias Finitas. Con esto se demuestra la importancia del análisis estadístico.

Cuadro 4.9 Intervalos de confianza de los métodos en diferentes años.

Año	Método	Intervalo de Confianza
1991	Diferencias Finitas	$-0.653 \leq m_R(x_i) \leq 1.550$
	Elemento finito	$-2.030 \leq m_R(x_i) \leq 1.664$
	Kriging	$-1.699 \leq m_R(x_i) \leq 1.865$
1992	Diferencias Finitas	$-0.678 \leq m_R(x_i) \leq 2.282$
	Elemento Finito	$-2.037 \leq m_R(x_i) \leq 1.661$
	Kriging	$-1.709 \leq m_R(x_i) \leq 1.857$
1993	Diferencias Finitas	$-0.665 \leq m_R(x_i) \leq 2.297$
	Elemento finito	$-1.941 \leq m_R(x_i) \leq 1.729$
	Kriging	$-1.664 \leq m_R(x_i) \leq 1.854$

1994	Diferencias Finitas	$-0.533 \leq m_R(x_i) \leq 2.401$
	Elemento Finito	$-1.664 \leq m_R(x_i) \leq 1.786$
	Kriging	$-1.669 \leq m_R(x_i) \leq 1.815$
1995	Diferencias Finitas	$-0.514 \leq m_R(x_i) \leq 2.356$
	Elemento Finito	$-1.922 \leq m_R(x_i) \leq 1.582$
	Kriging	$-1.635 \leq m_R(x_i) \leq 1.759$

Cuadro 5.0 Valores de t calculada y valores de t de tablas

	Método	n	\bar{x}	S	$t_{calculada}$	T_{tablas} $\alpha=0.05$
	Diferencias Finitas	28	0.828	3.818	1.148	1.703
	Elemento Finito	28	-1.183	4.763	-0.203	

	Kriging	2 8	0 . 0 8 3	4. 59 5	0.09 6	
	Diferencias Finitas	2 8	0 . 8 0 2	3. 81 6	1.11 2	
	Elemento Finito	2 8	- 0 . 1 8 8	4. 76 9	- 0.20 9	
	Kriging	2 8	0 . 0 7 4	4. 59 8	0.08 6	
	Diferencias Finitas	2 8	0 . 8 1 6	3. 82 0	1.13 0	
	Elemento Finito	2 8	- 0 . 1 0 6	4. 73 3	- 0.11 9	
	Kriging	2 8	0 . 0 9 5	4. 53 7	0.05 0	

	Diferencias Finitas	28	0 · 9 3 4	3. 78 4	1.30 6	
	Elemento Finito	28	0 · 0 6 1	4. 44 9	0.07 3	
	Kriging	28	0 · 0 7 3	4. 49 3	0.08 6	
	Diferencias Finitas	28	0 · 9 2 1	3. 70 0	1.31 7	
	Elemento Finito	28	- 0 · 1 7 0	4. 51 9	- 0.19 9	
	Kriging	28	0 · 0 7 3	4. 37 7	0.07 5	

CONCLUSIONES

- **Para aumentar la confiabilidad a la elección del mejor método tomando en cuenta el promedio de errores reducidos y coeficiente de correlación, por lo que es necesario realizar una prueba de hipótesis acompañada de un intervalo de confianza, donde se demuestra la forma de distribución de los valores con respecto a la media y varianza, como el rango de intervalo donde se haya la media verdadera.**
- **El método de Kriging presenta un coeficiente de correlación mas al alto con respecto a diferencias finitas y elemento finito, así como su pendiente tiende a ser mayor y la intersección con el eje menor, debido a que sus resultados estimados se aproximan mas a los datos medidos.**

- **El mejor plano de isohypsas con respecto al plano de datos medidos debido a el que más se parece es el que representa el método de Kriging, ya que en el proceso de aproximación de datos los métodos de aproximación de funciones (Diferencias Finitas y Elemento Finito) no toman en cuenta la dependencia espacial como lo hace el método de Kriging, que es la causa por la cual el método realiza una mejor interpolación.**
- **En cuanto a los programas: MOSIAS y GS⁺ Geostatis For the Environmental Sciences, utilizados en este trabajo sin tomar en cuenta el grado de facilidad, el mejor programa resulta ser el segundo ya que ofrece más alternativas con la elección del modelo teórico que más se adapte a los datos de información por medio de un semivariograma.**

RECOMENDACIONES

- Los métodos de interpolación de datos faltantes son una herramienta de gran utilidad, más como cada uno emplea diferente metodología al realizarla, se debe tomar en cuenta la forma de distribución de los datos existentes en la área de trabajo.
- La interpolación hecha en una determinada área solamente se puede dar uso en el lugar que fue generada, ya sea cambiando la distancia entre las variables analizadas o cambiando el tamaño de dicha superficie, más nunca en otro sitio con características diferentes.
- Nunca se debe determinar la elección de un mejor método solo por una media de error, o un coeficiente de correlación, sin tomar en cuenta los resultados de una prueba de hipótesis y un intervalo de confianza que son determinantes para dicha elección.
- Como secuencia del trabajo es recomendable realizar una comparación de los tres métodos (Diferencias Finitas, Elemento Finito y Kriging,) usando diferentes distancias entre las variables o diferentes posiciones de los valores existentes dentro de la malla, por método y observar cual es la distancia y forma más recomendable que se deben de tomar los datos en campo.
- Para realizar los planos de isohypsas se recomienda el Surfer e interpolar con el método de Kriging, posteriormente transportarlo a Autocad donde el paquete permite colocar puntos de referencia así como detalles extras que el plano requiera.

BIBLIOGRAFÍA

Alva, C.A. et all. 1976. Problemas de Salinidad de Drenaje y Salinidad en la Costa de Panamá, Instituto Internacional para la Conservación de Suelos, Panamá, Panamá, pág. 17.

Arteaga, T. R.E. 1985. Resoluciones de Ecuaciones de Saint – Venant por los Métodos de Diferencias Finitas. Tesis de Maestría, Chapingo, México, Pág. 18 - 20

Avila; D. R. 1998. Diagnóstico de Drenaje del Distrito de Riego 029 Xicoténcatl Tamaulipas, Tesis de Maestría. UAAAN, Buenavista, Saltillo, Coahuila, México. 135 pp.

Bear J. And A. Verruijt 1987. Modeling Groundwater Flow and Pollution. Editorial Reidel Publishers Company. The Nether Lands.409 pp.

Burden; L.R. y F.J. Douglas. 1985. Análisis Numérico, Editorial Iberoamericana, México. pág. 652 – 667.

Cobos G .F. J, 2001.Interpolación <http://www.Euler.fic.us.cs/docencia/cal/num-41.htm>.

Cortés; B. J.J. 1988. Variabilidad Espacial en Variables Geométricas. Tesis de Maestría. UAAAN. Buenavista, Saltillo, Coahuila, México. 115 pp.

Custodio; E. y M. R. Llamas.1976. Hidrología Subterránea. Editorial Omega. S.A. España tomo II. pág.1573 – 1583 y 1656 – 1658.

Custodio; E. y M. R. Llamas.1983. Hidrología Subterránea. 2a. edición Editorial Omega. S.A. España tomo II. pág.1575 - 1582 y 1658 – 1660.

Chao-yi; L. 1999 . Kriging Interpolation
<http://www.tc.edu/Visualization/contrib/cs490-94to95/clang/kriging.html>.pág.1-7.

Dano; 2000 Métodos Numéricos en Mecánica de Computacional. Elementos Finitos.<http://www.Cps.unizar.es/deps/IngMec/mmcyte/Inveci-%F3n/-Metcomp/computa2.html>.

Diaz, V. W. 1988. Interpolación. <http://www.uv.es/~diaz/mn/node37.html>.

Diez, M. D. V. 1978. Principios y Aplicaciones de Drenaje, Tomo I, Editorial Institute International Land Reclamation and improvement, P.O. Box 45 WAGENGEN, Holanda pág. 257.

Fortner; S.LLC.1999 Transform Kriging Description
[http:// www.fortner.com-
/docs/hint_krig1.html](http://www.fortner.com/docs/hint_krig1.html) pág. 1-3.

Hernández; B. I. 1997. Estimulación de la Densidad bajo el Método Especial Kriging y el Individuo más Cercano. Tesis de Maestría. UAAAN. Buenavista, Saltillo, Coahuila, México, 54 pp.

Isidro, P. E. 1993. Análisis de Conducción del Calor Usando el Método de Elemento Finito. Tesis de Licenciatura, Departamento de Ingeniería Mecánica Agrícola, Chapingo, México. pág.13-36.

Jhonson, R. 1979. Estadística Elemental. Ed. Trillas. S.A. de C.V. Av. 5 de Mayo. México,1, D.F. pág. 31-65 y 86-96.

Luthin, N. 1986. Drenaje de Tierras Agrícolas, Editorial Limusa, S. A. De C.V., México 1, D.F. pág. 7.

Merrit M. L. 1993. Aspects of Numerical and Representational Methods. Related to the finite- Differences Simulation of Advective and Dispersive Transport of Freshwater in a Thin Brackish Aquifer. Journal of Hidrology, 148: 61-62 United States de América.

Municipio de Xicotécatl. Introducción. Perfil Histórico Cultural. Medio Físico y Geográfico. Marco Social. Marco Económico. Municipios, 1999.<http://www.tamaulipas.gob.mx/tamaulipas/municipios/43/-default.htm>.

Muñoz, H.G.1991.Análisis Mecánico de Barras en Torsión a través del Elemento Finito. Tesis de licenciatura, Departamento de Ingeniería Mecánica Agrícola, Chapingo, México, pág. 1-5 y 21-38.

Ostle, B. 1983. Estadística Aplicada. Ed. Limusa. Balderas 95, Primer Piso, México, D.F. pág. 112-120.

Pedraza, O. F.J.A.1988. Aplicación del Método de Kriging en la Interpolación de Valores de Precipitación Anual. Tesis de Licenciatura, Chapingo, México, pág.14-25

Roman, C. J. A. 1982. Aplicación de la Metodología Kriging Universal en la Elaboración de Planos de Nivel Freático. Tesis de Maestría UACH, Texcoco, México, 1987 pp.

Ruiz; B. 1998. Elemento Finito.<http://www.Auriga.Labis.unam.mx/tem/t/node4.html> Pág.1-2.

Said, I. G. y G. P. Zarate de Lara, 1991. Métodos Estadísticos 2^a. ed. Editorial Trillas, S.A. de C.V. Avenida Río Churubusco 385, México D.F. pág. 463-518.

Samaniego; M. L. 1997. Conjunción de Modelos de Simulación en Agua Subterránea. Tesis de Maestría. UAAAN. Buenavista, Saltillo, Coahuila, México 175 pp.

Sánchez C. D.1999. Simulación Numérica, <http://www.geocities.com/MotorCity-/Speedway/7135/simula.htm> pág. 1-3.

Sánchez, G.L. 2000. Interpolación <http://www.luda.uam.mx/cursoc2/tema2/interpol.html>. pág.1-2.

Scheid, Ph. D.F. 1979. Análisis Numérico, Editorial Mc Graw Hill, S. A. De C.V., México, D.F. pág. 1-2.

SEMARNAP, IMTA, UACH y Comisión Nacional del Agua, 1988. Manual de Diseño de Instalación de Drenaje Parcelario en Zonas Áridas y Semiáridas bajo Riego. México, D.F. pág. 5-8.

Sotelo, A. G. 1997. Hidráulica General, Editorial Limusa, S. A. De C.V., México, D.F. pág. 424.

Wang H.F. and M.P. Anderson.1982. Introduction to Groundwater Modeling Finite Difference and Finite Element Methods. Ed. W.H Freeman and Company United States of América. 237 pp.

Whorter; D.B. Mc y D.K. Sunada.1977. Ground-Water Hidrology y and Hydraulics Water Water Resources Ed. Chelsea. Michigan, USA. pág. 2 40-241.