

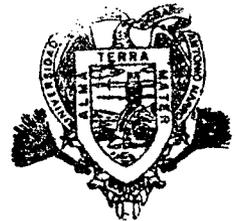
PRINCIPALES TECNICAS DEL MUESTREO DE
ACEPTACION POR ATRIBUTOS

JOSE ALBERTO PERALES PACHUCA

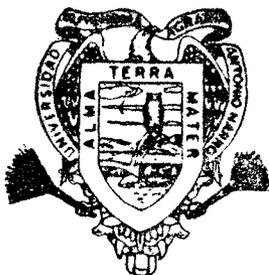
T E S I S

PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL
PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN CIENCIAS
EN ESTADISTICA EXPERIMENTAL

Universidad Autónoma Agraria
"ANTONIO NARRO"



BIBLIOTECA



Universidad Autónoma Agraria
Antonio Narro

PROGRAMA DE GRADUADOS

Buenavista, Saltillo, Coah.

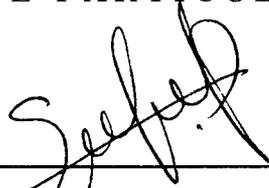
JUNIO DE 1997

Tesis elaborada bajo la supervisión del comité particular de
asesoría y aprobada como requisito parcial, para optar
el grado de

**MAESTRO EN CIENCIAS
EN ESTADISTICA EXPERIMENTAL**

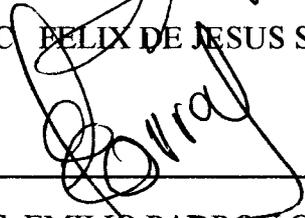
COMITE PARTICULAR

Asesor principal:



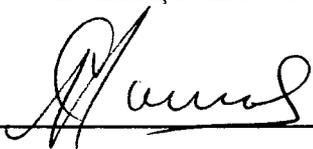
ING. M. C. FELIX DE JESUS SANCHEZ PEREZ

Asesor :



LIC. M. C. EMILIO PADRON CORRAL

Asesor :



LIC. M. C. ROBERTO CORONADO NIÑO



DR. JESUS M. FUENTES RODRIGUEZ
SUBDIRECTOR DE POSTGRADO

Buenavista, Saltillo, Coahuila. Junio de 1997

AGRADECIMIENTOS

Deseo expresar mi agradecimiento

- A la Universidad Autónoma Agraria Antonio Narro por la oportunidad de superación que me brindó.
- Al Ing. Felix de Jesús Sánchez Pérez por la ayuda y orientación para la realización del presente trabajo.
- Al Lic. Emilio Padrón Corral y al Lic. Roberto Coronado Niño por sus observaciones.
- A los maestros que me impartieron clase.
- A mis compañeros de estudio, en especial al Ing. Sergio Sánchez Martínez por sus comentarios.

DEDICATORIA

A MI MADRE

María Josefina Pachuca de Perales

por su constante cariño y comprensión

gracias

COMPENDIO
PRINCIPALES TECNICAS DEL MUESTREO DE ACEPTACION POR
ATRIBUTOS

por

JOSE ALBERTO PERALES PACHUCA

MAESTRO EN CIENCIAS

EN ESTADISTICA EXPERIMENTAL

UNIVERSIDAD AUTONOMA AGRARIA ANTONIO NARRO

BUENAVISTA, SALTILLO, COAHUILA. JUNIO DE 1997

M.C. Félix de Jesús Sánchez Pérez -Asesor-

Palabras Claves: Fracción defectuosa, probabilidad de aceptación, curva característica de operación CO.

El presente trabajo consiste en el desarrollo de los planes más utilizados en el muestreo de aceptación por atributos, como son: Muestreo simple, doble, secuencial y la norma militar STD 105D, exponiendo sus características principales, por ejemplo. Procedimiento de extracción de la muestra, diseño del plan de muestreo y la obtención de un tamaño de muestra óptimo que permita mantener el mejor nivel de calidad.

La finalidad es proporcionar un conocimiento de esta importante técnica del control de calidad, mostrando sus ventajas y desventajas de cada plan de muestreo para una mejor selección del esquema a utilizar de los aquí descritos.

ABSTRACT

MAINS TECHNIQUES THE ACCEPTANCE SAMPLING BY ATRIBUTES

By

JOSE ALBERTO PERALES PACHUCA

MASTER OF SCIENCE

EXPERIMENTAL STATISTICS

UNIVERSIDAD AUTONOMA AGRARIA ANTONIO NARRO

BUENAVISTA, SALTILLO, COAHUILA. JUNIO DE 1997

M.C. Félix de Jesús Sánchez Pérez -Advisor-

Keys words: Fraction nonconforming, probability of acceptance, operating.
characteristic curve OC.

The present work consist in the development of the plans more used in the acceptance sampling by attributes, such as: Single sampling, double, sequential and military norm STD 105D, showing their principal characteristics, for example: Procedure of the sample extraction, sample plan design and obtainment of the best sample size to permit the optimal quality level.

The objective is to provide knowledge to this important technique of quality control, as well as to show the advantages and disadvantages of each sampling plan to obtain the best selection of a scheme to be used with the ones described here.

INDICE DE CONTENIDO

| | |
|---|------|
| INDICE DE CUADROS | xii |
| INDICE DE FIGURAS | xiii |
| INTRODUCCION | 1 |
| El Papel que Desempeña el Muestreo de Aceptación en el Control de Calidad | 2 |
| Planteamiento Básico del Muestreo para Aceptación de Lotes | 5 |
| Curva Característica de Operación | 11 |
| Curva Característica de Operación CO en el Muestreo de Aceptación | 13 |
| DISTRIBUCIONES MAS UTILIZADAS EN EL MUESTREO DE ACEPTACION | 16 |
| Distribución Binomial | 16 |
| Distribución de Poisson | 22 |
| Distribución Hipergeométrica | 25 |
| ALGUNAS INTERRELACIONES MAS UTILIZADAS EN EL MUESTREO DE ACEPTACION | 29 |
| Aproximación de la Distribución Binomial a la Distribución de Poisson | 29 |
| Aproximación de la Distribución Binomial a la Distribución Normal | 29 |
| Aproximación de la Distribución Hipergeométrica a la Distribución Binomial | 33 |
| Conformación del Lote | 36 |

| | |
|---|-----------|
| Muestreo Aleatorio | 37 |
| PLAN DE MUESTREO SIMPLE | 39 |
| Introducción | 39 |
| Procedimiento de Extracción de la Muestra | 40 |
| Cálculo de una Curva Característica de Operación' | 40 |
| Curvas Características de Operación Tipo A y Tipo B | 43 |
| Curva CO, Tipo B | 43 |
| Curva CO, Tipo A | 44 |
| Comportamiento de las Curvas de Operación al Variar n y c | 46 |
| Enfoques del Comportamiento de la Curva CO | 49 |
| Determinación de Planes para Riesgos Estipulados de | |
| Productor y Consumidor | 52 |
| Inspección Rectificadora para un Muestreo Simple | 59 |
| Proceso de Inspección Rectificadora | 60 |
| Curva de la Calidad Media de Salida | 63 |
| La Curva de Inspección Total Media | 69 |
| Manejo de Planes de Muestreo por Medio de Tablas | 71 |
| Por el Límite de la Calidad Media de Salida LCMS | 72 |
| Por Porcentaje Defectuoso Tolerable en el Lote PDTL | 74 |
| PLAN DE MUESTREO DOBLE | 77 |
| Introducción | 77 |
| Procedimiento de Extracción de la Muestra | 77 |
| Cálculo de una Curva de Operación para Muestreo Doble | 79 |
| Curva CO Tipo A y B | 80 |
| Determinación de Planes para Riesgos Estipulados de | |
| Productor y Consumidor | 84 |
| Número Muestral Medio con Inspección Completa de la Segunda | |
| Muestra | 86 |
| La Curva del NMM con Inspección Abreviada | 89 |

| | |
|---|------------|
| Inspección Rectificadora | 93 |
| Curva de Inspección Total Media | 94 |
| Manejo de Tablas de Muestreo Doble | 97 |
| Planes en Función del LCMS | 98 |
| Planes en Función del PDTL | 98 |
| PLAN DE MUESTREO SECUENCIAL | 100 |
| Introducción | 100 |
| Muestreo Secuencial Elemento por Elemento | 101 |
| Procedimiento de Extracción de la Muestra | 101 |
| La Curva Característica de Operación para Muestreo Secuencial | 110 |
| La Curva del Número Muestral Medio para Muestreo Secuencial | 111 |
| Inspección Rectificadora, Calidad Media de Salida | 114 |
| NORMA MILITAR ESTANDAR 105D | 116 |
| Introducción | 116 |
| Descripción de la Norma | 117 |
| Procedimiento | 122 |
| Consideraciones sobre la Militar Estándar 105D | 126 |
| EFICIENCIA ADMINISTRATIVA EN EL MUESTREO DE ACEPTACION | 133 |
| Introducción | 133 |
| Identidad de las Curvas CO | 133 |
| Comparación de Eficiencias | 134 |
| Comparación de las Características Administrativas | 136 |
| CONCLUSIONES | 138 |
| LITERATURA CITADA | 140 |
| APENDICE | 143 |

INDICE DE CUADROS

| | |
|---|-----|
| 1.1 Semejanzas entre la Prueba de Hipótesis y el Muestreo de Aceptación | 15 |
| 4.1 Probabilidades de Aceptación para el Plan de Muestreo Simple | |
| $n = 89, c = 2$ | 42 |
| 4.2 Tabla para Diseñar un Proceso de Muestreo Sencillo con p'_1 y p'_2 | 56 |
| 4.3 Resultados de las Distintas Elecciones | 57 |
| 4.4 Valores de Pap' de la Curva de la CMS | 66 |
| 4.5 Valores de $y = Pap'_M n$ | 68 |
| 5.1 Valores de Grubbs para $n'_2 = 2 n'_1$ ($\alpha = 0.05, \beta = 0.10$) | 85 |
| 5.2 Cálculos para Inspección Abreviada | 90 |
| 6.1 Plan de Muestreo Secuencial $p'_1 = 0.02, p'_2 = 0.08, \alpha = 0.05, \beta = 0.10$. . | 109 |
| 6.2 Puntos Esenciales de una Curva CO de un Plan de Muestreo Secuencial . . | 110 |
| 6.3 Puntos Esenciales de una Curva del NMM para un Muestreo Secuencial . . | 113 |
| 8.1 Eficiencia Relativa de Varios Tipos de Muestreo | 136 |
| 8.2 Factores Administrativos que Influyen en el Proceso de Muestreo | 137 |

INDICE DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| 1.1 Errores Tipo I y II al probar la Hipótesis nula $H_0: p' \leq p'_1$ contra $H_a: p' > p'_1$ | 9 |
| 1.2 Comportamiento del Valor Crítico en los dos Tipos de Errores | 10 |
| 1.3 Curva Típica de Operación | 13 |
| 1.4 Curva CO, Riesgos del Productor y del Consumidor | 14 |
| 3.1 Aproximaciones entre las Distribuciones de Probabilidad | 35 |
| 3.2 Estratificación del Lote | 38 |
| 4.1 Curva Característica de Operación para un Proceso $n = 89, c = 2$ | 42 |
| 4.2 Curva CO Tipo A y Tipo B | 46 |
| 4.3 Curva Característica de Operación Ideal | 46 |
| 4.4 Efecto del Parámetro n | 47 |
| 4.5 Efecto del Parámetro c | 48 |
| 4.6 Mejor Opción para una Curva Característica de Operación | 48 |
| 4.7 Curva CO con Números de Aceptación igual a cero ($c = 0$) | 49 |
| 4.8 Efecto del Cambio del Número de Aceptación en la Curva CO | 50 |
| 4.9 Curvas CO para Planes en los que n es el 0.10 del Tamaño del Lote | 51 |
| 4.10 Inspección Rectificadora | 61 |
| 4.11 Curva de la CMS para un Proceso de Muestreo con $n = 100, c = 2$ | 66 |
| 4.12 Curva de ITM para Lotes de 1 000, 5 000, 10 000 ($n = 100, c = 2$) | 70 |
| 5.1 Procedimiento del Plan de Muestreo Doble | 79 |
| 5.2 Curvas CO del Proceso de Doble Muestreo $n_1 = 50, c_1 = 2, n_2 = 100, c_2 = 6$ | 81 |
| 5.3 Curva del NMM para Procesos de Muestreo para Planes Simple y Doble | 92 |

| | | |
|-----|---|-----|
| 5.4 | Curvas de la CMS para un Plan Doble | 94 |
| 5.5 | Comparación de las Curvas de ITM para Planes Simple y Doble con CO Aproximadamente Iguales | 97 |
| 6.1 | Funcionamiento Gráfico del Muestreo Secuencial | 105 |
| 6.2 | Plan de Muestreo Secuencial $p'_1 = 0.02, p'_2 = 0.08, \alpha = 0.05, \beta = 0.10$. . . | 107 |
| 6.3 | Curva CO para un Muestreo Secuencial para un Plan $p'_1 = 0.02, p'_2 = 0.08$ | 111 |
| 6.4 | Curva del NMM para un Plan $p'_1 = 0.02, p'_2 = 0.08, \alpha = 0.05, \beta = 0.10$. . . | 113 |
| 7.1 | Reglas para el Cambio entre la Inspección Normal, Estricta y Reducida . . . | 121 |

INTRODUCCION

Para lograr el desarrollo de un país, un aspecto fundamental es fortalecer su planta productiva, realidad que se obtiene con la fabricación de productos de buena calidad y que estén bajo las normas internacionales de exportación. El concepto de calidad siempre ha estado presente en la historia y marca la diferencia en el desarrollo de una empresa.

El avance del control de calidad se debe en gran parte a la estadística aplicada en este campo, es entonces que surge el muestreo de aceptación; método que comenzó a utilizarse para el control de calidad en la industria manufacturera, donde es necesario mantener los costos de muestreo al mínimo. El muestreo de aceptación adopta una decisión sobre la calidad de un conjunto de piezas conocido como lote basándose en la probabilidad de que el número de artículos defectuosos en la muestra seleccionada a partir de ese lote sea menor o igual a algún riesgo especificado.

Las metodologías más utilizadas en el muestreo de aceptación son: muestreo simple, muestreo doble, muestreo secuencial de wald y el muestreo militar STD-105D; en base a variables cualitativas conocidas como atributos. De esta manera, dada la gran importancia que adquiere esta técnica, el presente trabajo tiene como objetivo principal el de presentar los métodos más usados así como el sustento teórico de los

mismos dentro del muestreo de aceptación; las cuales son de gran utilidad tanto para el productor como al consumidor en situaciones de incertidumbre manteniendo el costo de inspección al mínimo con el grado de confianza deseado. Se espera que el presente trabajo sea de utilidad en un futuro inmediato para el desarrollo de las agroindustrias y así competir mejor en los mercados internacionales.

El Papel que Desempeña el Muestreo de Aceptación en el Control de Calidad.

Es necesario considerar que la calidad medida en un producto fabricado está siempre sujeta a un cierto grado de variación debido al azar. Cualquier esquema de producción e inspección lleva implícito algún “sistema estable de causas debidas al azar”. La variación de este patrón fijo es inevitable y es conocido como fracción defectuosa admisible p' . Donde es aplicable, la notación en este trabajo sigue la recomendada por la american society for quality control en “ASQC standard A2, definitions and symbols for acceptance sampling by attributes”, 1971. Cuando esta fracción defectuosa rebasa los límites de dicho patrón deben descubrirse y corregirse. Por lo tanto, el muestreo de aceptación se aplica en las producciones en masa cuando un productor abastece de lotes de N artículos al consumidor. En situaciones como esta se debe tomar una decisión individual de aceptar o rechazar un lote. Muchas veces, esta decisión se basa en el resultado que se obtiene al inspeccionar una muestra de tamaño n que se toma de un lote, del cual se determina el número de artículos defectuosos. Si el número de artículos defectuosos en la muestra no excede el valor crítico c se acepta el lote si no se rechaza. Cuando a un consumidor se le ofrece un lote éste tiene tres opciones:

- a).- Aceptar el lote como satisfactorio sin ninguna inspección.
- b).- Inspeccionar cada artículo (inspección al 100 por ciento).
- c).- Usar un plan de muestreo de aceptación en el cual solo una fracción de los artículos son inspeccionados.

De lo anterior, se deduce que aceptar un lote sin ninguna inspección conlleva un alto riesgo tanto para el productor como para el consumidor. La inspección al 100 por ciento no es recomendable en las siguientes condiciones:

- a).- Si la prueba es destructiva.
- b).- Si la prueba introduce daños considerables a los artículos.
- c).- Cuando el costo de examinar cada artículo es costoso.
- d).- Cuando la fracción de artículos defectuosos es baja, en el proceso la inspección al 100 por ciento resulta tediosa dando como resultado el de no encontrar muchos artículos defectuosos.

Una meta deseable en cualquier proceso de manufactura como primera opción es cero defectos - cero inspección. La cual obviamente es la meta ideal; este es el objetivo de los productores los cuales buscan calidad de primera clase para competir en el primer nivel de los mercados mundiales. Cuando esto sucede se propicia una relación firme con los consumidores, sin necesidad de establecer planes estrictos de muestreos de aceptación. Para ganar esta confianza sin duda se requiere construirla, es aquí donde el muestreo de aceptación juega su principal papel, ya que nos permite bajo riesgos

específicos tanto del productor como del consumidor el establecer un margen de seguridad en cuanto a la calidad (Richmod, 1950).

Es frecuente considerar al muestreo de aceptación como una actividad de inspección al recibir artículos de un productor extraño, sin embargo un fabricante tomará muestras e inspeccionará su propia línea de producción en sus diversas etapas. Es importante aclarar que en los sistemas de aceptación de muestreo se hace considerable el uso de las palabras defectuoso y defecto. Por tanto, se utilizarán estas palabras significando que un artículo defectuoso es aquel que no se ajusta a las especificaciones en cierto aspecto; un defecto es la discrepancia en cierta especificación. La calidad de un lote es medida en base al porcentaje o fracción de artículos defectuosos, es decir, un bajo porcentaje defectuoso, significa una alta calidad. Cuando un lote es rechazado suceden las siguientes situaciones:

- a).- El lote entero puede ser rechazado, lo cual provoca grandes pérdidas financieras.
- b).- Si los defectos no son considerables, los artículos del lote pueden ser ofrecidos a un bajo precio.
- c).- Efectuar un 100 por ciento de muestreo en los lotes rechazados, reemplazando los artículos malos por buenos. Esto se conoce como rectificación del lote.

Es importante recalcar que el primer propósito del muestreo de aceptación es el de determinar una manera de actuar, y no la de encontrar la calidad del lote (la calidad del

lote se mejora en una segunda etapa). Por esto el efecto indirecto puede ser mucho más importante que el efecto directo, cuando el producto de un proveedor es rechazado con frecuencia ocurren dos cosas; el proveedor puede tomar medidas para mejorar los métodos de producción, o el cliente puede verse obligado a tomar otras fuentes de suministro.

Planteamiento Básico del Problema del Muestreo para Aceptación de Lotes.

Supongamos que una compañía recibe un lote de N artículos para su línea de producción; su interés por supuesto radica en conocer la calidad del lote. Si son defectuosos un 5 por ciento o menos, la compañía aceptará el lote considerándolo de buena calidad. Si son defectuosos más del 5 por ciento, rechazará el lote considerándolo de mala calidad. Los procedimientos tradicionales tales como el muestreo simple aleatorio, muestreo estratificado y el muestreo por conglomerados son útiles si deseamos estimar el número de artículos defectuosos. Sin embargo, en lo que realmente estamos interesados es en la aplicación de una prueba de hipótesis respecto al número de artículos defectuosos máximo, más allá del cual el lote fuera rechazado.

Una prueba de hipótesis es un instrumento para realizar inferencias con respecto a parámetros poblacionales desconocidos, basados en la información obtenida mediante datos muestrales; es claro que el parámetro de interés es la fracción defectuosa p' , por lo tanto, el muestreo de aceptación es idóneo para ello. Las etapas para su realización son:

i).- En primer lugar, es necesario definir los lotes para su estudio. Por lo general, un lote es una unidad útil con fines operativos y los lotes forman un conjunto exhaustivo cuyas partes son mutuamente excluyentes.

ii).- En segundo lugar, se debe decir que tipo de muestreo de aceptación se utilizará, analizando el costo y manejo de cada uno de ellos.

iii).- En tercer lugar, es preciso especificar el tamaño muestral y la fracción defectuosa admisible en cada lote. El problema fundamental del muestreo de aceptación no es tanto determinar el tamaño muestral sino, como escoger un conjunto apropiado de tamaños muestrales y valores críticos. Los criterios para escoger ese conjunto de tamaños y valores críticos dependen del grado de preocupación del interesado (en este caso, la compañía) respecto a la probabilidad de concluir que el número de artículos defectuosos en un lote es baja cuando es relativamente alta o viceversa (Hald, 1981).

La elección de un tamaño n de la muestra y de un valor crítico c , dependen de los siguientes parámetros que habrá de especificar la compañía.

N = Tamaño del lote (es decir, número de artículos totales).

p' = Fracción defectuosa admisible, presente en el lote, la cual se considera como normal debidas a las variaciones propias del sistema de producción ($p' \leq 0.05$).

p'_1 = Fracción defectuosa máxima a partir de la cual el lote se considera de calidad inferior ($p' > 0.05$).

y por supuesto la distribución probabilística empleada en el proceso bajo estudio.

El presente trabajo tiene como propósito explicar la teoría estadística empleada para las diversas técnicas para calcular valores de n y c con determinados niveles de riesgo especificado.

iv).- En cuarto lugar, el número observado de artículos defectuosos en la muestra se compara con el valor crítico asignado a cada lote y se decide si tiene la calidad deseada.

Para desarrollar el procedimiento, consideremos, en primer lugar el supuesto de tamaño fijo de la muestra n . Al trabajar con información parcial, es decir con muestras, las deducciones están sujetas a errores; en una prueba de hipótesis, que es una prueba de dos acciones (hipótesis nula H_0 , hipótesis alternativa H_a) una, y solo una, de las cuatro consecuencias pueden ocurrir:

- .- Podemos rechazar H_0 cierta. La probabilidad de esta decisión incorrecta es α (error tipo I).
- .- Podemos no rechazar H_0 cierta. La probabilidad de esta decisión correcta es $1 - \alpha$.

- .- Podemos no rechazar H_0 falsa. La probabilidad de esta decisión incorrecta es β (error tipo II).
- .- Podemos rechazar H_0 falsa. La probabilidad de esta decisión correcta es $1 - \beta$.

El problema real en una prueba de hipótesis es su planteamiento. En el caso de nuestro ejemplo, la compañía para decidir si compra o no, tiene dos enfoques alternativos, que dependen del grado de su actitud hacia el error tipo I (α).

Primero, no desea desaprovechar la oportunidad de comprar un producto útil. Segundo, la compañía puede que desee evitar el error de comprar cuando no debe hacerlo. La discusión radica en considerar lotes de mala calidad como la hipótesis nula o lotes de buena calidad como la hipótesis nula.

Desde un punto de vista práctico se ha llegado a una convención para resolver este problema (Grant y Leavenworth, 1988). La convención es especificar la hipótesis nula de tal forma que un error tipo I (α) es más grave que un error tipo II (β).

En nuestro caso, la compañía desea evitar el error de rechazar el lote cuando no deba hacerlo, por lo tanto, tenemos:

$$H_0 : p' \leq p'_1$$

$$H_a : p' > p'_1$$

En la figura 1.1 se explican las consecuencias de la aplicación de la prueba

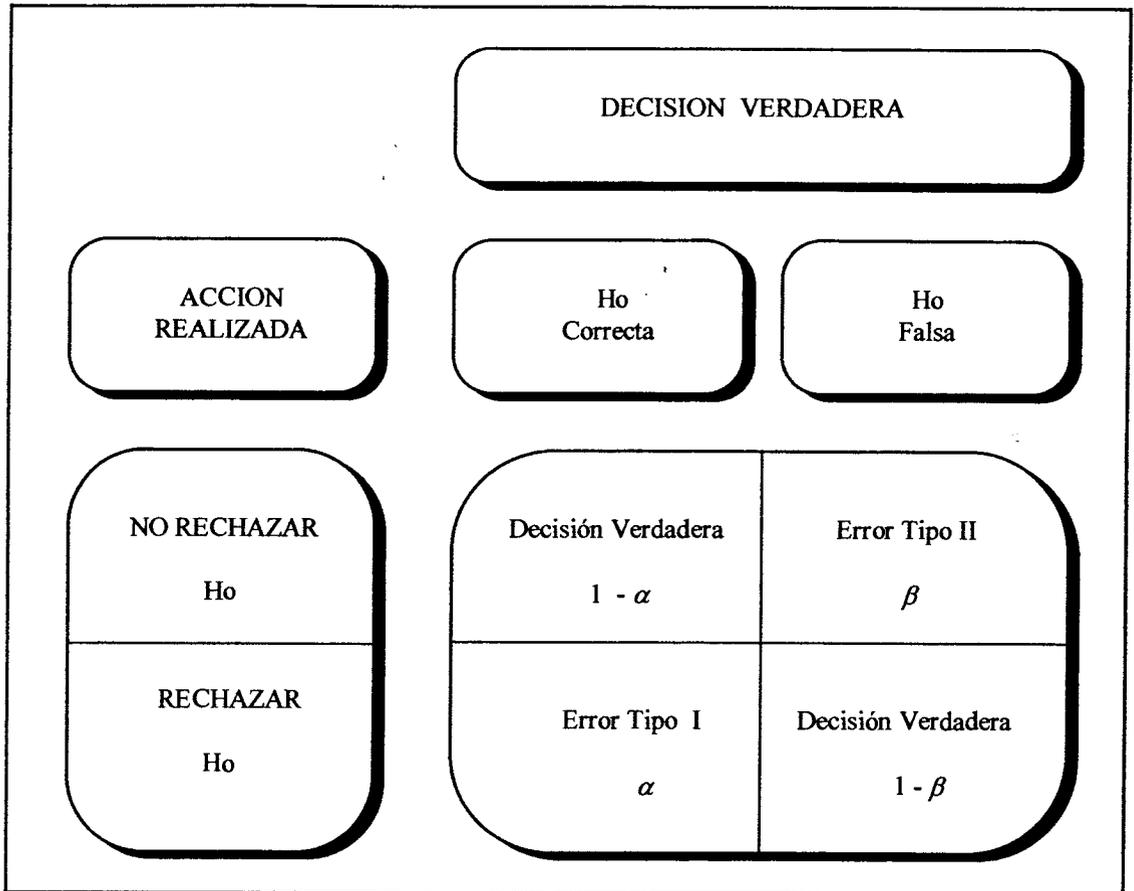


FIGURA 1.1. Errores tipo I y II al probar la hipótesis nula
 $H_0 : p' \leq p'_1$ contra $H_a : p' > p'_1$

donde:

$1 - \beta$ se conoce como Potencia de la prueba

Nótese que la figura 1.1 indica que la prueba de hipótesis es unilateral. De lo anterior se desprende lo siguiente. En la figura 1.2 se ilustra que los errores α y β dependen de c (valor crítico) y de manera semejante deberíamos escoger c tal que estas probabilidades de cometer errores sean lo más pequeñas posibles. Pero en la figura 1.2 se aprecia que estos son requisitos que se encuentran en conflicto uno con el otro, ya que para hacer que α decrezca debemos recorrer c a la derecha, en cuyo caso β aumenta.

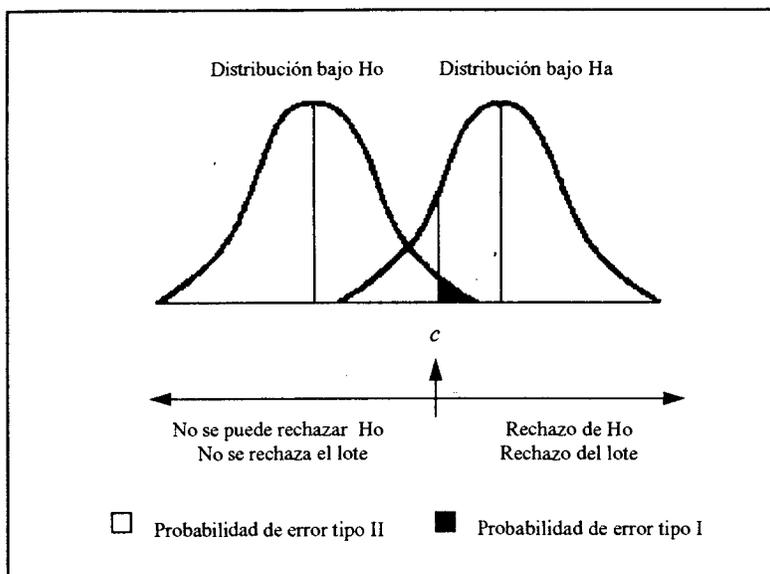


FIGURA 1.2. Comportamiento del valor crítico en los dos tipos de errores

En la práctica, cuando por supuesto, conocemos el tamaño de la muestra n , primero escogemos α (1 ó 5 por ciento), luego determinamos c , y por último calculamos β , si β es tan grande como para que la potencia $1 - \beta$ sea pequeña, debemos repetir la prueba escogiendo una muestra más grande. Si la alternativa no es un solo número, es decir, es compuesta, entonces, β resulta ser función de p' . Esta función $\beta(p')$ se llama característica de operación (CO). Está claro que, en este caso $1 - \beta$ también depende de p' , y esta función se llama potencia de la prueba.

Cuando una prueba conduce a la aceptación de cierta hipótesis no se deduce que esta sea la única hipótesis o la mejor hipótesis posible. Por lo tanto, los términos “no rechazar” o “sin rechazo” resultan ser mejores que el término “aceptar”, lo anterior debe tenerse en cuenta cuando utilizemos la palabra aceptar. De hecho debemos ser particularmente prudentes mientras no se conozca qué tan grande es β . Para que se

entiendan mejor los aspectos que intervienen en la determinación del tamaño muestral y del valor crítico, conviene introducir la curva característica de operación.

Curva Característica de Operación (CO)

El procedimiento general de una prueba ha sido presentado en los supuestos de tamaño fijo de la muestra n y riesgo α . Poca atención se ha prestado a la evaluación del riesgo β de una prueba. La evaluación del comportamiento del error β puede expresarse por lo que se conoce como funciones de potencia FP y curvas características de operación CO de una prueba. Cuando la hipótesis nula y alternativa son compuestas, no tenemos tamaños de error singularmente definidos; la probabilidad de tomar una acción correcta de rechazar H_0 depende del valor del parámetro (en nuestro caso p'). Precisamente la función de p' con el error α y el error β fijos. de donde, tenemos que:

Si H_0 es falsa, la función potencia se define como una función de probabilidad

$$FP(p') = 1 - \beta.$$

Si H_0 es cierta, tenemos entonces

$$FP(p') = \alpha.$$

Obsérvese que para cualquier valor $p' \in \{ H_0 \cup H_a \}$, FP da la probabilidad de rechazar H_0 , Aquí $1-\beta$ y α son consideradas como probabilidades variables, no probabilidades máximas.

El complemento de la función de potencia se llama curva característica de operación CO. Se define también como una función de probabilidad.

Si H_0 es cierta, la función CO será como

$$CO(p') = 1 - \alpha$$

Que es la probabilidad de tomar la decisión correcta de no rechazar H_0 , que es cierta.

Si H_0 es falsa, tenemos

$$CO(p') = \beta$$

La probabilidad de cometer un error tipo II de no rechazar una H_0 falsa dado que el valor del parámetro verdadero es cubierto por H_a . Nuevamente, $1-\alpha$ y β son consideradas como variables.

Vemos que FP y CO son funciones complementarias:

$$CO(p') = 1 - FP(p')$$

Se observa que la potencia de una prueba solo es igual a α cuando H_0 es cierta; en otro caso, es igual a $1-\beta$, además, la función CO es igual a β solo cuando H_a es cierta; en otro caso, es igual a $1-\alpha$. Una vez, expuesto lo anterior, la curva CO para el planteamiento de nuestra prueba es como se muestra en la figura 1.3.

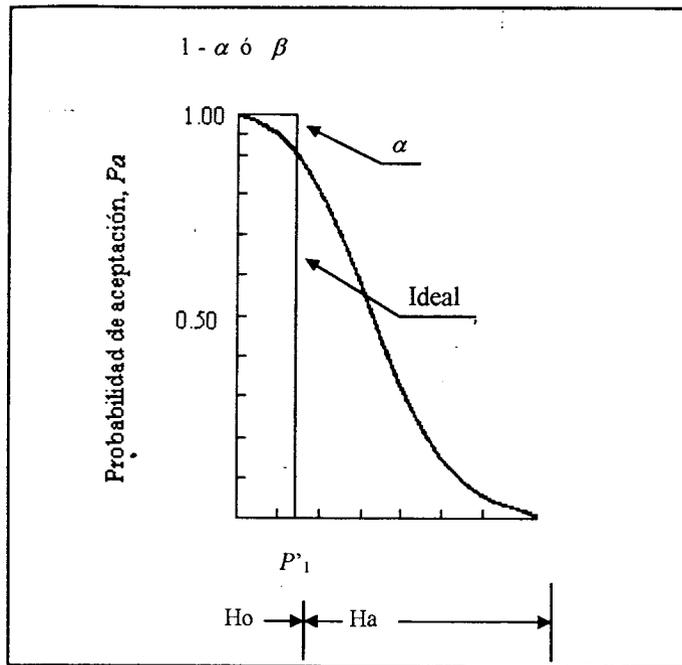


FIGURA 1.3. Curva típica de operación

Curva Característica de Operación CO en el Proceso de Muestreo de Aceptación

En la explicación anterior la prueba hipotética fue unilateral, es claro que en una operación comercial surgen conflictos de intereses. A continuación se explican los dos tipos de errores posibles en el muestreo de aceptación y el problema que se relaciona con la selección de n y c .

En el muestreo de aceptación el productor y el consumidor tienen intereses diferentes; veremos también lo útil del ejemplo anterior. El productor puede pedir que la probabilidad de rechazar un lote “bueno” o “aceptable” sea pequeña, digamos α . El consumidor-(comprador) puede exigir que la probabilidad de aceptar un lote “malo” o “no aceptable” sea un número pequeño β .

En forma más precisa, supóngase que las dos partes deciden que un lote para el que p' no es mayor o igual que cierto número p'_1 es un lote aceptable; mientras que un lote para el que p' es mayor o igual que cierto número p'_2 es un lote no aceptable.

Entonces, α es la probabilidad de rechazar un lote con $p' \leq p'_1$ y se llama riesgo del productor. Este corresponde a un error tipo I al probar la hipótesis. β es la probabilidad de aceptar un lote con $p' \geq p'_2$ y se llama riesgo del consumidor. Este corresponde a un error tipo II. A p'_1 se le llama nivel de calidad aceptable, NCA (acceptable quality control, AQL), y p'_2 se le llama porcentaje defectuoso tolerable en el lote, PDTL (lot tolerate percentage defective, LTPD). Un lote con $p'_1 < p' < p'_2$ se puede llamar lote indiferente. Podemos apreciar también los puntos (p'_2, β) y $(p'_1, 1 - \alpha)$, los cuales se localizan en la curva CO. Lo anterior es mostrado en la figura 1.4.

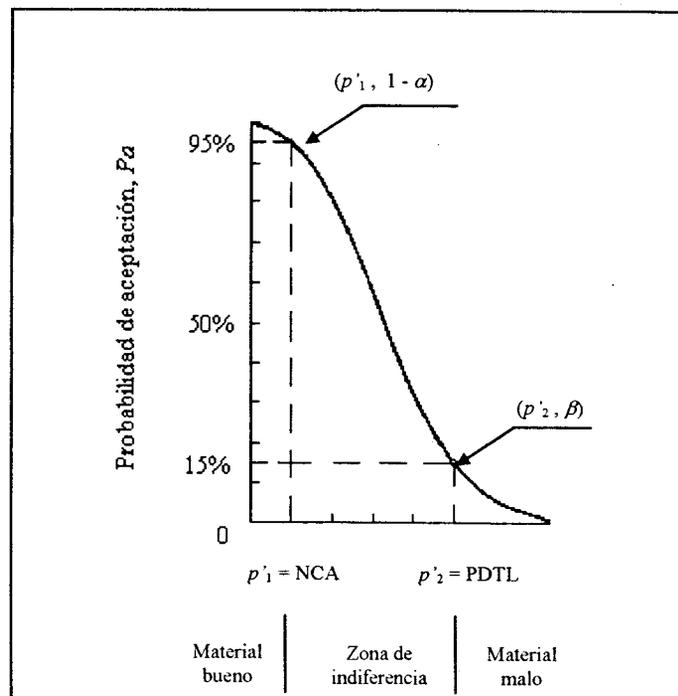


FIGURA 1.4. Curva CO, riesgos del productor y del consumidor

Como se habrá percibido existe una estrecha relación entre la inspección de muestreo y la prueba de una hipótesis mencionado por Simon (1941), según el cuadro 1.1.

CUADRO 1.1. Semejanzas entre la prueba de hipótesis y el muestreo de aceptación

| Inspección por Muestreo | Prueba de Hipótesis |
|--|--|
| (NCA) $p' = p'_1$ (PDTL) $p' = p'_2$ Número Admisible de Defectuosos c Riesgo α del Productor de Rechazar con $p' \leq p'_1$ Riesgo β del Consumidor no Rechazar con $p' \geq p'_2$ | Hipótesis Nula $p' = p'_1$ Hipótesis Alternativa $p' = p'_2$ Valor Crítico c Probabilidad α del Error Tipo I Probabilidad β del Error Tipo II |

Un aspecto importante de estos cálculos es la distribución probabilística empleada para que las elecciones sean sensibles a los parámetros de probabilidad fijados por el investigador, es decir α y β . A continuación se exponen las distribuciones probabilísticas más utilizadas en el muestreo de aceptación, siendo de gran ayuda para facilitar los cálculos posteriores.

DISTRIBUCIONES MAS UTILIZADAS EN EL MUESTREO DE ACEPTACION

Distribución Binomial

Para aquellos problemas en los que la probabilidad de realización de un acontecimiento puede suponerse constante e independientes se aplica la distribución binomial. Situación que se da cuando se muestrea una población finita con reemplazo o bien cuando se muestrea una población muy grande (Teóricamente Infinito, con o sin reemplazo) por ejemplo, un proceso continuo donde la probabilidad de éxito permanece constante según Mendenhall et al. (1946).

Por ejemplo, supóngase que de una línea de producción se extraen piezas, que pueden ser defectuosas (D) o no defectuosas (N); el experimento se realiza n veces y estamos interesados en conocer la probabilidad de obtener x piezas defectuosas. Es de suponer que, $(n - x)$ piezas no defectuosas.

Una posible secuencia podría ser:

DNDDNNNDDDN N ... ND

Ordenando esta secuencia , está quedaría :

DDDDDD ... D NNNNNN ... N
 x $n - x$

Sea p' el símbolo de la probabilidad constante de que se produzca un acontecimiento determinado. En el control estadístico de calidad , generalmente se

refiere a la probabilidad de un artículo rechazable; entonces $1 - p'$ es la probabilidad de obtener un artículo bueno, de acuerdo a las especificaciones. Dado que los ensayos son independientes, la probabilidad de la secuencia es:

$$(p')^x (1 - p')^{n-x} \quad \text{donde} \quad p' + (1 - p') = 1$$

pero hay $\binom{n}{x}$ maneras diferentes de que ocurren las x piezas defectuosas y las $(n - x)$ piezas no defectuosas en el espacio muestral, y dado que estas $\binom{n}{x}$ maneras de ocurrencia son mutuamente excluyentes, concluimos que la probabilidad de obtener x piezas defectuosas en n ensayos está dada por:

$$P(X) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p'^x (1 - p')^{n-x} \quad \text{donde } x = 0, 1, 2, \dots, n \quad (2.1)$$

Esta es la ecuación de la distribución binomial, que para efectos de notación suele representarse $X \sim \text{Bin}(n, p')$ donde n y p' son parámetros.

Demostraremos que:

$$E\left(\frac{X}{n}\right) = p'$$

$$\text{Var}\left(\frac{X}{n}\right) = \frac{p'(1-p')}{n}$$

Una cuestión importante es evaluar $P\left(\frac{X}{n} \leq p'\right)$ es decir la probabilidad acumulada, dada por la siguiente ecuación:

$$P\left(\frac{X}{n} \leq p'\right) = P(X \leq np') = \sum_{x=0}^{np'} \frac{n!}{x!(n-x)!} p'^x (1-p')^{n-x} \quad (2.2)$$

siendo np' el total de artículos defectuosos.

Media y Desviación Estándar de la Distribución Binomial

El valor esperado de X puede obtenerse directamente a partir de la fórmula binomial, sabiendo que la esperanza matemática $E(X)$ es un operador de primer grado. En general, este operador puede expresarse de la siguiente forma:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad \text{cuando } X \text{ es variable continua}$$

$$E(X) = \sum_{x=0}^n x p(x) \quad \text{cuando } X \text{ es una variable discreta}$$

Sea x el número de artículos defectuosos encontrados en una muestra de tamaño n cuya fracción rechazable es p' , el valor esperado de x puede definirse como:

$$E(X) = \sum_{x=0}^n (x) \frac{n!}{x!(n-x)!} p'^x (1-p')^{n-x}$$

donde:

$$\sum_{x=0}^n \frac{n!}{x!(n-x)!} p'^x (1-p')^{n-x} = 1$$

Esta suma puede escribirse

$$\sum_{x=1}^n np' \binom{n-1}{x-1} p'^{(x-1)} (1-p')^{(n-1)-(x-1)}$$

y, como n y p' son parámetros (constantes) de la distribución, pueden sacarse fuera del signo de la suma, quedando

$$np' \sum_{x=1}^n \binom{n-1}{x-1} p'^{(x-1)} (1-p')^{(n-1)-(x-1)}$$

desarrollando el binomio,

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$$

$$\sum_{x=1}^n \binom{n-1}{x-1} p'^{(x-1)} (1-p')^{(n-1)-(x-1)} = (p' + (1-p'))^{n-1} = 1$$

Por lo tanto:

$$E(X) = np'$$

y, como la esperanza es un operador lineal

$$E\left(\frac{X}{n}\right) = p'$$

Es decir, el valor esperado del número de artículos rechazables dividido entre el tamaño de muestra es el valor paramétrico de la fracción rechazable (p').

Ahora, por definición de varianza tenemos que:

$$\sigma^2 = E\left[(X - \mu)^2\right] = E\left[X^2\right] - (E[X])^2$$

en el caso de la distribución binomial

$$\sigma_x^2 = \text{Var}(X) = E\left[(X - np')^2\right]$$

Donde se quiere encontrar el valor esperado de $(x - np')^2$. Se ha demostrado que:

$$E(X) = np'$$

de donde se puede deducir que:

$$E(np') = np'$$

$$[E(np')]^2 = (np')^2$$

Así pues, la expresión de la varianza se transforma en:

$$E[(X - np')^2] = E(X^2) - (np')^2$$

en la que $E(X^2)$ todavía no se conoce. Sustituyendo, en la ecuación de la esperanza matemática, X^2 por $X(X-1) + X$, se tiene:

$$E(X^2) = E[X(X-1)] + E(X)$$

$$= \sum_{x=0}^n x(x-1) \frac{n!}{x!(n-x)!} p'^x (1-p')^{n-x} + \sum_{x=0}^n x \frac{n!}{x!(n-x)!} p'^x (1-p')^{n-x}$$

$$= n(n-1)p'^2 \sum_{x=2}^n \binom{n-2}{x-2} p'^{(x-2)} (1-p')^{(n-2)-(x-2)} + np'$$

$$= n(n-1)p'^2 + np'$$

Sustituyendo este resultado en la expresión de la varianza

$$\begin{aligned} \text{Var}(X) &= n(n-1)p'^2 + np' - (np')^2 \\ &= np' - np'^2 \end{aligned}$$

$$\text{Var}(X) = np'(1-p')$$

y, por tanto, la desviación estándar es:

$$\sigma_x = \sqrt{np'(1-p')}$$

Es importante distinguir entre el valor medio del número de veces que se repite un acontecimiento en n observaciones, np' y la proporción relativa o probabilidad de realización, p' . En el control estadístico de calidad, estos conceptos se refieren al número medio de artículos rechazables en las muestras (np') y a la fracción media defectuosa (p'). En cualquier muestra, la fracción defectuosa viene dada por el número de artículos rechazables dividido entre el tamaño de la muestra n . La desviación estándar de la fracción defectuosa es evidentemente la desviación estándar del número de rechazables, $\sqrt{np'(1-p')}$, dividido entre el tamaño de muestra n . es decir:

$$\sigma'_p = \frac{\sqrt{np'(1-p')}}{n} = \sqrt{\frac{p'(1-p')}{n}} = \frac{\sqrt{p'(1-p')}}{\sqrt{n}}$$

Esta fórmula es de gran importancia en relación con el gráfico de control de fracción rechazada conocido como diagrama (p).

Distribución de Poisson

Los cálculos, que requieren el empleo de distribuciones binomiales muchas veces son complicados, en especial si se manejan muchos datos. Afortunadamente, para cualquier término de una binomial puede obtenerse una aproximación muy sencilla, denominada límite binomial de poisson; en la literatura estadística puede encontrarse como distribución de poisson. Cuanto mayor sea n y menor sea p' , tanto mejor es la aproximación de poisson. Este valor se aplica satisfactoriamente como solución de muchos problemas que surgen en el control estadístico de calidad.

La fórmula de poisson puede deducirse del teorema binomial (Grant y Leavenworth, 1988) de la siguiente forma. Sea $\lambda = np'$ en la fórmula binomial, entonces:

$$\begin{aligned} \frac{n!}{x!(n-x)!} p'^x (1-p')^{n-x} &= \frac{n!}{x!(n-x)!} \left(\frac{\lambda}{n}\right)^x \left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{n-x} \\ &= \left(\frac{n!}{(n-x)!n^x}\right) \left(\frac{\lambda^x}{x!}\right) \left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^n \left(1-\frac{\lambda}{n}\right)^{-x} \end{aligned}$$

A continuación se toman los límites de cada término cuando n tiende a infinito, manteniendo $\lambda = np'$ constante.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n!}{(n-x)!n^x} \right) = 1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\lambda^x}{x!} \right) = \left(\frac{\lambda^x}{x!} \right)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^n = e^{-\lambda}$$

donde $e = 2.71828\dots$, es la base de los logaritmos naturales

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)^{-x} = 1$$

Así pues, cuando n crece indefinidamente, el caso límite de la distribución binomial queda expresado por:

$$P(X) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} = \frac{(np')^x e^{-np'}}{x!} \quad (2.3)$$

Esta es la ecuación de la distribución de poisson, que se representa como $X \sim P(\lambda)$ donde λ es un parámetro. Se recordará que np' es el valor medio del número de veces que se espera se repita un suceso.

Media y Desviación Estándar de la Distribución de Poisson

La media y desviación estándar de la distribución poisson son: $\lambda = np'$ y $\sqrt{\lambda} = \sqrt{np'}$ respectivamente. Estos parámetros pueden deducirse considerando la ley de poisson como límite de la binomial, o como una distribución por derecho propio.

Los valores que se encontraron para la media y la desviación estándar de la binomial son, respectivamente np' y $\sqrt{np'(1-p')}$. En el caso del límite, en que $\lambda = np'$ es constante.

$$\text{media} = np' = \lambda$$

$$\sigma_{\lambda} = \sqrt{np'(1-p')} = \sqrt{\lambda \left(1 - \frac{\lambda}{n}\right)} = \frac{\sqrt{\lambda}}{n \rightarrow \infty}$$

La media de la distribución de poisson puede deducirse a partir de:

$$E(X) = \sum_{x=0}^{\infty} x \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} = \lambda$$

y la desviación estándar

$$\sigma_X = \sqrt{\text{Var}(X)} = \sqrt{\lambda}$$

donde

$$\text{Var}(X) = E[(X - \lambda)^2] = \sum_{x=0}^{\infty} x^2 \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda} - \lambda^2 = \lambda$$

La ley de poisson es, por tanto, una distribución para la que la desviación estándar $\sqrt{\lambda}$, siempre es la raíz cuadrada de la media λ .

Distribución Hipergeométrica

La distribución hipergeométrica surge en poblaciones que contienen elementos clasificables en dos estratos. Debido a esta característica, dicha distribución se emplea muy frecuentemente en el control de calidad, en donde las muestras (producción en un intervalo de tiempo), extraídas de una población (producción total), contiene elementos sin defecto y elementos con defecto, se aplica en las siguientes situaciones.

- a).- Cuando se muestrea una población finita sin reemplazo
- b).- Cuando se muestrean lotes cuyo tamaño de muestra n es relativamente “grande” con el del lote N ($10 n \geq N$).

Consideremos un lote de N artículos que contienen n artículos defectuosos y $N - n$ artículos no defectuosos; si se hacen n elecciones al azar, sin reemplazo, entonces en la población cada extracción subsecuente es dependiente y la probabilidad de encontrar un artículo defectuoso cambia en cada extracción (Montgomery, 1991), dado que deseamos hallar la probabilidad de obtener x unidades del tipo m (defectuosas), en una muestra al azar de tamaño n , tenemos:

- a).- $\binom{N}{n}$ formas diferentes de elegir n artículos de N
- b).- $\binom{m}{x}$ formas diferentes de elegir x artículos defectuosos de m

c).- $\binom{N-m}{n-x}$ formas diferentes de escoger $n-x$ artículos no defectuosos de $N-m$

y cada forma de (b) combinada con cada forma de (c) da el número total de formas mutuamente excluyentes de obtener x artículos defectuosos en n extracciones sin reemplazo, entonces sea $P(X)$ la probabilidad de encontrar x elementos defectuosos al extraer una muestra de tamaño n de la población, entonces tenemos:

$$P(X) = \frac{\binom{m}{x} \binom{N-m}{n-x}}{\binom{N}{n}} \quad \text{donde } x = 0, 1, 2, \dots, \min\{m, n\} \quad (2.4)$$

Esta es la ecuación de la distribución hipergeométrica, que se representa como $X \sim \text{Hiper}(N, n, m)$ donde N, n y m son parámetros.

Media y Desviación Estándar de la Distribución Hipergeométrica

Sea X la probabilidad de encontrar artículos defectuosos al extraer una muestra de tamaño n de la población. El valor esperado de X puede obtenerse a partir de la expresión:

$$E(X) = \sum_{x=0}^n x \frac{\binom{m}{x} \binom{N-m}{n-x}}{\binom{N}{n}} = n \frac{m}{N} \sum_{x=1}^n \frac{\binom{m-1}{x-1} \binom{N-m}{n-x}}{\binom{N-1}{n-1}}$$

$$= n \frac{m}{N} \sum_{y=0}^{n-1} \frac{\binom{m-1}{y} \binom{N-1-m+1}{n-1-y}}{\binom{N-1}{n-1}} = n \frac{m}{N}$$

$$E(X) = n \frac{m}{N}$$

Ahora,

$$\begin{aligned} E[X(X-1)] &= \sum_{x=0}^n x(x-1) \frac{\binom{m}{x} \binom{N-m}{n-x}}{\binom{N}{n}} = n(n-1) \frac{m(m-1)}{N(N-1)} \sum_{x=2}^n \frac{\binom{m-2}{x-2} \binom{N-m}{n-x}}{\binom{N-2}{n-2}} \\ &= n(n-1) \frac{m(m-1)}{N(N-1)} \sum_{y=0}^{n-2} \frac{\binom{m-2}{y} \binom{N-2-m+2}{n-2-y}}{\binom{N-2}{n-2}} = n(n-1) \frac{m(m-1)}{N(N-1)} \end{aligned}$$

por lo tanto:

$$\text{Var}(X) = E[X^2] - (E[X])^2 = E[X(X-1)] + E[X] - (E[X])^2$$

$$= n(n-1) \frac{m(m-1)}{N(N-1)} + n \frac{m}{N} - n^2 \frac{m^2}{N^2}$$

$$= n \frac{m}{N} \left[(n-1) \frac{m-1}{N-1} + 1 - \frac{nm}{N} \right]$$

$$\text{Var}(X) = \frac{nm}{N} \left[\frac{(N-m)(N-n)}{N(N-1)} \right]$$

y tenemos la desviación estándar es:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{n m}{N} \left[\frac{(N - m)(N - n)}{N(N - 1)} \right]}$$

si $\frac{m}{N} = p$ entonces la media de la distribución hipergeométrica coincide con la media de la distribución binomial, y la varianza de la distribución hipergeométrica es $(N - m) / (N - 1)$ veces la varianza de la distribución binomial.

ALGUNAS INTERRELACIONES ENTRE LAS DIFERENTES DISTRIBUCIONES EN EL MUESTREO DE ACEPTACION

Aproximación de la Distribución Binomial a la Distribución de Poisson

Se mencionó anteriormente que es posible obtener la distribución de poisson como la forma límite de la distribución binomial en el caso en que p' tiende a cero y n tiende a infinito, con $\lambda = np'$ constante. Esto implica que para valores “pequeños” de p' y valores “grandes” de n , puede usarse la distribución de poisson con $\lambda = np'$ para aproximar la distribución binomial. La aproximación normalmente adecuada es cuando $n > 30$ y $p' < 0.1$ o bien $np' < 5$, cumpliendo estas restricciones tanto mejor resulta la aproximación.

Concluyendo:

con $n > 30$ y $p' < 0.1$ o bien, $np' < 5$, entonces si $X \sim \text{Bin}(n, p')$ tenemos que $X \sim P(\lambda)$ aproximadamente

Aproximación de la Distribución Binomial a la Distribución Normal

Supóngase que X tiene una distribución binomial con n pruebas y con una probabilidad de éxito en cualquier prueba denotada por P . Si se desea calcular $P(X < x)$, entonces podemos utilizar la función de probabilidad normal (bajo las

condiciones de una distribución binomial) para calcular las probabilidades para cada entero no negativo menor o igual a x y sumar estas probabilidades (Acheson, 1974).

El teorema de límite central se puede utilizar también para aproximar las probabilidades de algunas variables aleatorias discretas cuando es difícil calcular las probabilidades exactas para valores grandes de n de la muestra. La curva normal da una excelente aproximación cuando p' está cercano a 0.5 y cuando n es tan pequeño como 10. Para otros valores de p' se necesitan valores más grandes de n . En general, la aproximación no es adecuada para $p' < 1/(n+1)$ o bien $p' > 1/(n+1)$, es decir, para valores de p' significativamente diferentes de 0.5, la aproximación de la distribución normal a la distribución binomial es mejor cuanto mayor sea el valor de n . Incluso si p' es tan baja como 0.10 o tan alta como 0.90, y si tiene un valor mayor de 50, donde la aproximación normal no da tan malos resultados.

Demostración:

La fórmula para la distribución binomial es:

$$P(X) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p'^x (1-p')^{n-x} \quad (i)$$

Hagamos primero $x = X - np'$. Una aproximación suficientemente buena se obtiene si suponemos que x es un número entero (Smith y Duncan, 1945). La sustitución $X = x + np'$ en la fórmula de la distribución binomial da:

$$P(x) = P(0) \frac{np'! nq'!}{(np' + x)! (nq' - x)!} p'^x (q')^{-x} \quad (ii)$$

donde $q' = 1 - p'$ y

$$P(0) = \frac{n!}{np'! nq'!} p'^{np'} q'^{nq'} \quad (iii)$$

El segundo paso consiste en utilizar la aproximación para factoriales de Stirling, es decir:

$$a! \approx a e^{-a} \sqrt{2\pi a} \quad (iv)$$

La evaluación de los factoriales en (ii) por esta fórmula da una reducción considerable,

$$\frac{P(x)}{P(0)} \cong \frac{1}{\left(1 + \frac{x}{np'}\right)^{np' + x + 1/2} \left(1 - \frac{x}{nq'}\right)^{nq' - x + 1/2}} \quad (v)$$

El tercer paso es tomara logaritmos naturales dando como resultado:

$$\begin{aligned} \log_e \frac{P(x)}{P(0)} &\cong - \left(np' + x + 1/2\right) \log_e \left(1 + \frac{x}{np'}\right) \\ &\quad - \left(nq' - x + 1/2\right) \log_e \left(1 - \frac{x}{nq'}\right) \end{aligned}$$

Finalmente desarrollaremos los logaritmos en series de potencias; antes deberá observarse que:

$$\log_e(1+a) = a - \frac{a^2}{2} + \frac{a^3}{3} - \frac{a^4}{4} + \dots$$

y multiplicamos varios términos disponibles, los resultados en potencias crecientes de $1/n$ y despreciando todos los términos de orden igual o mayor que $1/\sqrt{n}$

observando además que:

$$\sigma_{x/n} = \sqrt{\frac{p'(1-p')}{n}}, \text{ de manera que } \frac{x}{n} \text{ es del orden } \frac{1}{\sqrt{n}}. \text{ Así}$$

sucesivamente

conservamos términos tales como x ó $\frac{x}{\sqrt{n}}$. Eliminamos términos tales

como $\frac{x}{n}$, $\frac{x}{n^{3/2}}$, $\frac{x}{n^2}$, y así sucesivamente. El resultado final es:

$$\log_e \frac{P(x)}{P(0)} = \frac{1}{2\sigma_x'^2} \text{ donde } \sigma_x'^2 = np'q'$$

tenemos

$$\frac{P(x)}{P(0)} = e^{-x^2 / 2\sigma_x'^2}$$

Evaluando $P(0)$ con la fórmula de Stirling resulta.

$$P(x) \approx \frac{1}{\sigma_x' \sqrt{2\pi}} e^{-x^2 / 2\sigma_x'^2}$$

que es la fórmula para la curva normal.

Concluyendo:

Cuando $n > 30$ y $0.1 < p' < 0.9$ entonces Si $X \sim \text{Bin}(n, p')$

tenemos que $X \sim \text{Normal}(np', \sqrt{np'(1-p')})$ aproximadamente

Aproximación de la Distribución Hipergeométrica a la Distribución Binomial

Hemos visto que la distribución hipergeométrica, se usa en el control estadístico de calidad para un muestreo sin reemplazo; por otro lado, la binomial se emplea para muestreo con reemplazo. Si la razón n/N (llamada a menudo fracción de muestreo) es pequeña, digamos $n/N < 0.1$, es una adecuada aproximación a la hipergeométrica. La aproximación es mejor en el caso de valores pequeños de n/N .

Esta aproximación es muy útil en el diseño de planes de muestreo de aceptación. Recuérdese que la distribución hipergeométrica es el modelo adecuado para el número de artículos disconformes obtenidos en una muestra aleatoria de n artículos de un lote de tamaño finito N . De manera que si el tamaño n es pequeño con respecto al tamaño del lote N , puede usarse la aproximación binomial, lo que suele simplificar considerablemente los cálculos según Mood *et al.*, (1963).

Demostración:

La fórmula de la distribución hipergeométrica es

$$P(X) = \frac{\binom{m}{x} \binom{N-m}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

desarrollando tenemos:

$$P(X) = \frac{\binom{m}{x} \binom{N-m}{n-x}}{\binom{N}{n}} = \frac{m!}{x!(m-x)!} \cdot \frac{(N-m)!}{(n-x)!(N-m-n+x)!} \cdot \frac{n!(N-n)!}{N!}$$

$$\begin{aligned}
&= \binom{n}{x} \frac{a^x}{N^n} (N-a)^{n-x} \frac{1 \left(1 - \frac{1}{a}\right) \dots \left(1 - \frac{x-1}{m}\right)}{1 \left(1 - \frac{1}{N}\right) \dots \left(1 - \frac{n-1}{N}\right)} \\
&= \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \frac{\left(1 - \frac{1}{n-m}\right) \left(1 - \frac{2}{N-m}\right) \dots \left(1 - \frac{n-x-1}{N-m}\right)}{\left(1 - \frac{1}{N}\right) \left(1 - \frac{2}{N}\right) \dots \left(1 - \frac{n-1}{N}\right)}
\end{aligned}$$

Esta es claro si:

$$\frac{x}{m} \quad \frac{n-x}{N-m} \quad \frac{n}{N} \quad \text{son pequeños (es decir } \leq 0.1)$$

Entonces la probabilidad de que $X = x$ es aproximadamente igual al muestreo sin reemplazo que con reemplazo, donde n/N , $n-x/N-m$, x/m son respectivamente, la fracción de los artículos en la muestra con característica no defectuosa, sobre la fracción de los artículos en la población no defectuosa y la fracción de artículos con característica defectuosa, sobre la fracción de artículos defectuosos en la población (Lieberman y Resnikoff, 1955).

Concluyendo:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \text{Hiper}(N, n, m) = \text{Bin}(n, p') = \frac{(p' N)!}{x! (p' N - x)!} \left(\frac{n}{N}\right)^x \left(1 - \frac{n}{N}\right)^{p' N - x} \quad (3.1)$$

donde: $p' = \frac{n}{N}$ por lo tanto $p' N = n$

Es decir, que cuando N es muy grande o $n/N < 0.1$, es indiferente utilizar la distribución hipergeométrica o la distribución binomial. En la figura 3.1 se presenta un resumen de las aproximaciones analizadas anteriormente (Montgomery, 1991).

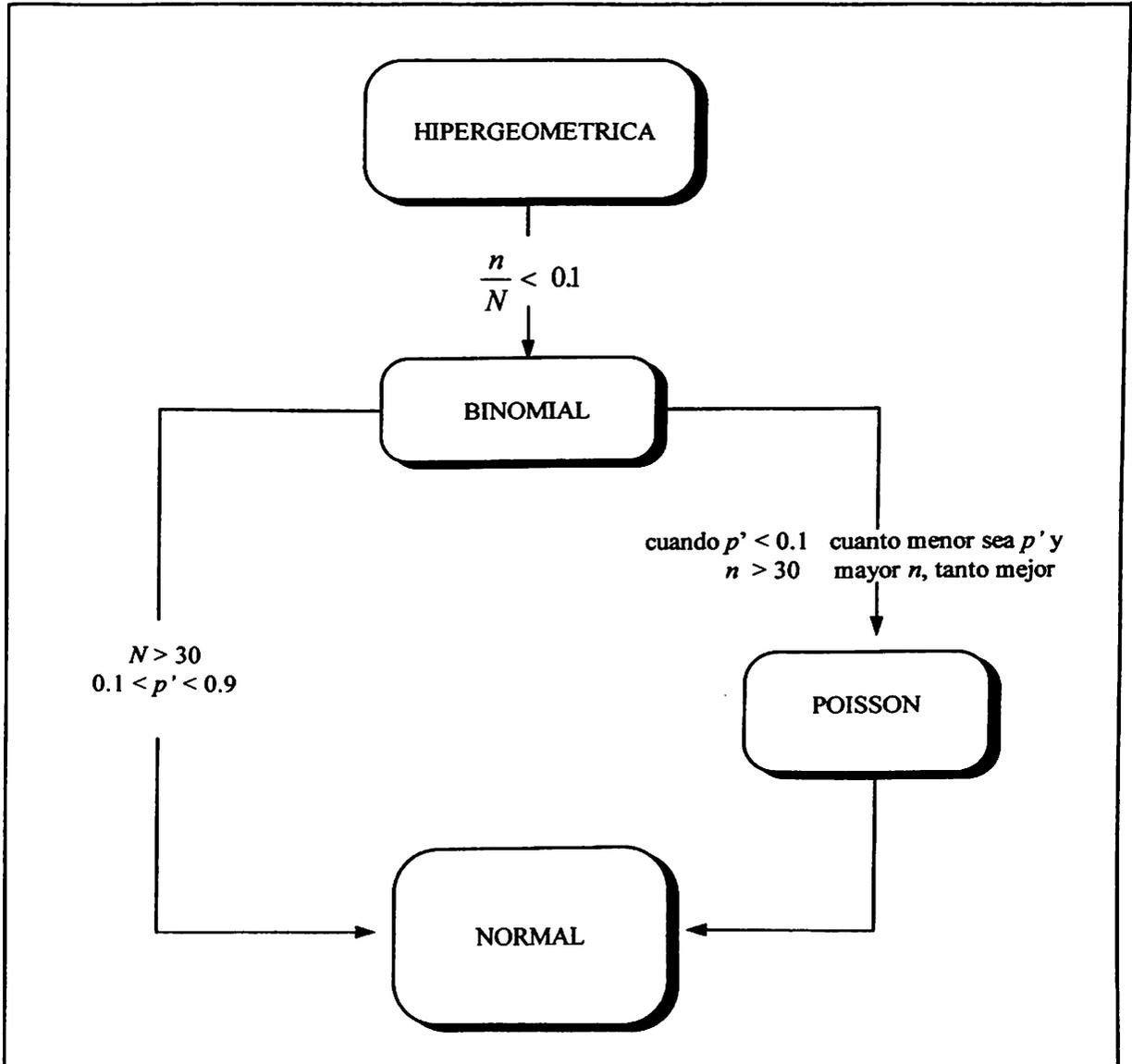


FIGURA 3.1. Aproximaciones entre las distribuciones de probabilidad.

Conformación del Lote.

La conformación de un lote puede influir en la eficacia del plan de muestreo para aceptación. Existen varias consideraciones importantes para formar lotes destinados a la inspección. Algunos son los siguientes:

Los lotes deben ser homogéneos.- En el lote, las unidades tienen que provenir de las mismas máquinas, los mismos operadores y la materia prima común en aproximadamente el mismo momento. Cuando los lotes no son homogéneos, como sucede cuando se mezclan las salidas de las diferentes líneas de producción. El método de aceptación no está eficaz. Un lote no homogéneo complica la toma de acciones correctivas dirigidas a eliminar la fuente de productos defectuosos.

Son preferibles lotes grandes en vez de pequeños.- En general, es económicamente más eficiente inspeccionar lotes grandes que pequeños.

Los lotes deben adecuarse a los sistemas de manejo o manipulación de materiales que se utilizan en las instalaciones del proveedor y del consumidor.- Los artículos de los lotes deben empacarse de tal modo que se minimicen los riesgos de embarque y manipulación, y para que sea relativamente fácil la selección de unidades en la muestra.

Muestreo Aleatorio

Las unidades de un lote deben elegirse al azar para la inspección, y estas unidades deben ser representativas de todos los artículos del lote (Deming y Romig, 1959). El concepto de muestreo aleatorio es extremadamente importante en el muestreo de aceptación. Si no se usan muestras aleatorias se introducirá un sesgo. Para evitar esta acción se sugiere a menudo la siguiente forma de tomar una muestra aleatoria: Se asigna un número a cada artículo en el lote. Luego se eligen n números aleatorios, que pueden variar de uno a un máximo, que corresponde al número de unidades en el lote. Esta sucesión de números aleatorios (Moses y Oakford, 1963) determina que artículos del lote formarán parte de la muestra. Es posible generar convenientemente números aleatorios mediante una computadora, calculadora de bolsillo o tablas de números aleatorios, como la tabla A.24 del apéndice.

En situaciones en las que no es posible asignar un número a cada artículo, se pueden utilizar números de serie o clave, o bien determinar en forma aleatoria la ubicación de cada unidad muestral, hay que usar alguna técnica para asegurar la aleatoriedad y la representatividad de la muestra. Algunas veces el inspector puede “estratificar” el lote. Esto consiste en dividir el citado lote en estratos o capas, y después subdividir cada estrato en cubos, como se indica en la figura 3.2. Después se seleccionan artículos del interior del cubo. Aunque esta estratificación del lote es por lo regular una actividad imaginaria que realiza el inspector, y aunque no asegura necesariamente

muestras aleatorias, al menos hace que se seleccionen los artículos de todas las posiciones en el lote.

No es posible insistir suficientemente en la importancia del muestreo aleatorio. Si se usan métodos de juicio para seleccionar la muestra, se podrá dar la base la estadística del procedimiento de muestreo de aceptación.

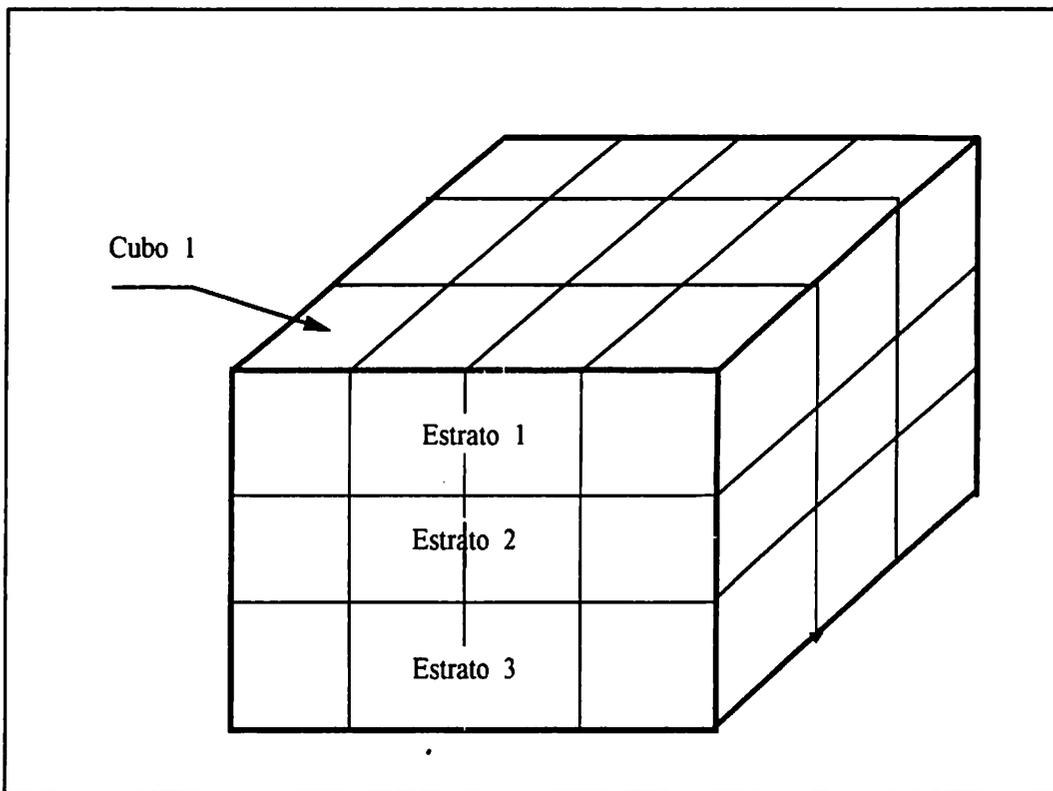


FIGURA 3.2. Estratificación de un lote

PLAN DE MUESTREO SIMPLE

Introducción

Este esquema mostró por primera vez las ventajas del muestreo en lugar de la inspección al 100 por ciento en el control de la calidad, siendo a su vez el de más sencillo funcionamiento, ofreciendo ventajas considerables para los riesgos de las partes involucradas en los procesos comerciales.

Sus inicios surgieron en 1923 en la Western Electric Company, cuando un grupo de ingenieros usaron la curva de probabilidad de aceptación. En los dos años siguientes esta idea fue ampliamente desarrollada por el departamento de ingeniería de la Bell Telephone. En 1928 un programa de activa cooperación entre estas compañías permitió editar las primeras tablas del muestreo de aceptación teniendo como objetivo minimizar la cantidad de inspección, el cual es por supuesto el objetivo a alcanzar.

Los más destacados estudiosos y considerados como los principales precursores de este esquema de muestreo son: Harold F. Dodge y Harry G. Romig quienes trabajaron para la Bell Telephone; publicando por primera vez sus famosas tablas en 1941. En 1959 se presentó la segunda edición de estas tablas con aportaciones muy destacadas, se han realizado revisiones quedando prácticamente sin modificaciones al texto de la segunda edición.

Procedimiento de Extracción de la Muestra

Un esquema de muestreo simple es aquel donde el inspector debe tomar una decisión con respecto a la aceptabilidad de un lote en base a la inspección de las unidades de una muestra tomada de ese lote. El procedimiento del plan es el siguiente:

- a) .- Se toma una muestra aleatoria de tamaño n de un lote de tamaño N .
- b) .- Se inspecciona cada elemento de la muestra y se clasifica como no defectuosa o defectuosa.
- c) .- Si el número de elementos defectuosos (D) no excede al número de aceptación c , es decir $D \leq c$, el lote se acepta; si $D > c$, el lote se rechaza.

Cálculo de una Curva Característica de Operación

Esta curva representa la probabilidad de aceptar un lote contra cualquier fracción defectuosa p' . Por lo tanto, la curva CO representa el poder discriminatorio del plan de muestreo. Es decir, muestra la probabilidad de que un lote con cierta fracción de artículos defectuosos sea aceptado o rechazado. A continuación se mostrará como se obtienen las coordenadas de esta curva. En la mayoría de los casos la inspección se realiza con una muestra pequeña n con respecto al tamaño del lote N , por lo que se considera el tamaño del lote N teóricamente infinito ($N \rightarrow \infty$) y considerando además a p'

pequeña, bajo esta condición, la distribución del número de artículos defectuosos x en una muestra aleatoria de n artículos es binomial con parámetros n y p' .

La probabilidad de obtener exactamente x artículos defectuosos esta dada por la ecuación 2.1.

$$P(\text{artículos defectuosos}) = P(x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} p'^x (1-p')^{n-x}$$

Si no es una distribución hipergeométrica; entonces, la probabilidad de aceptación (Pa) es exactamente la probabilidad de que sea menor o igual a c , es decir:

$$Pa = P(X \leq c) = \sum_{x=0}^c \frac{n!}{x!(n-x)!} p'^x (1-p')^{n-x} \quad (4.1)$$

Por ejemplo, si la fracción defectuosa del lote es $p' = 0.010$, de un plan con $n = 89$ y $c = 2$, entonces:

$$Pa = P(X \leq 2) = \sum_{x=0}^2 \frac{89!}{x!(89-x)!} (0.01)^x (0.99)^{89-x}$$

$$Pa = \frac{89!}{0!89!} (0.01)^0 (0.99)^{89} + \frac{89!}{1!88!} (0.01)^1 (0.99)^{88} + \frac{89!}{2!87!} (0.01)^2 (0.99)^{87}$$

$$Pa = 0.9397$$

La cual es la probabilidad de aceptación. En el cuadro 4.1 se muestran las diferentes probabilidades de aceptación para este plan, con diferentes fracciones defectuosas del proceso p' .

07430

CUADRO 4.1. Probabilidades de aceptación para el plan de muestreo simple
 $n = 89$ $c = 2$

| Fracción Defectuosa p' | Probabilidad de Aceptación P_a |
|-----------------------------|-------------------------------------|
| 0.005 | 0.9897 |
| 0.010 | 0.9397 |
| 0.020 | 0.7366 |
| 0.030 | 0.4985 |
| 0.040 | 0.3042 |
| 0.050 | 0.1721 |
| 0.060 | 0.0919 |
| 0.070 | 0.0468 |
| 0.080 | 0.0230 |
| 0.090 | 0.0109 |

En la figura 4.1 se muestran gráficamente estos resultados.

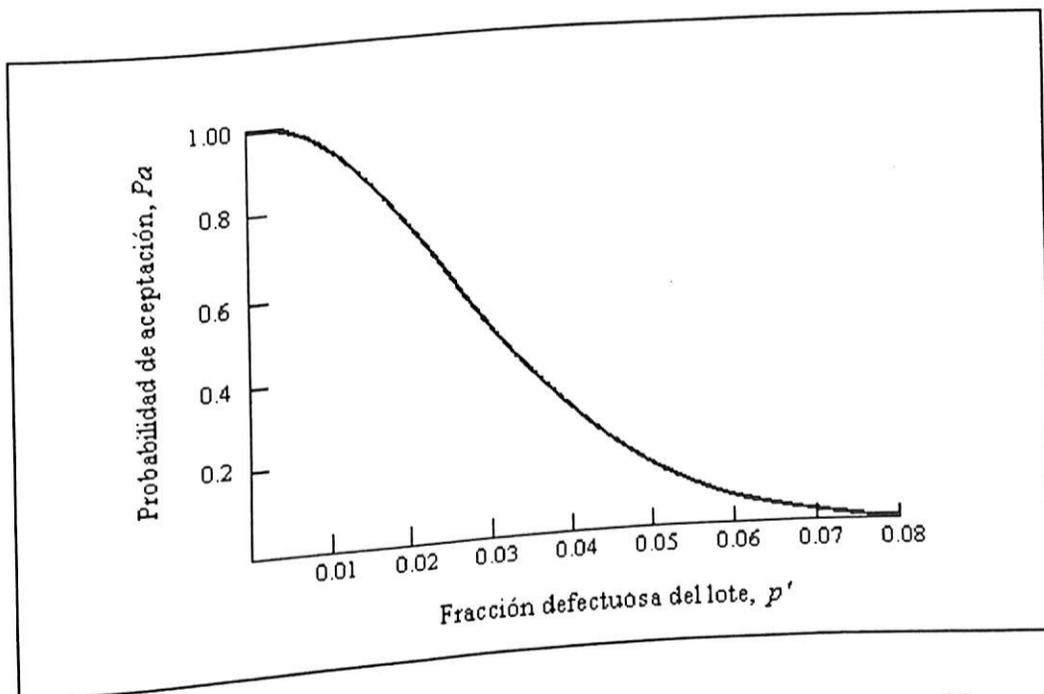


FIGURA 4.1. Curva característica de operación para un proceso $n = 89$ $c = 2$

Es importante aclarar que para la construcción de una curva característica de operación se puede hacer uso de cualquier distribución probabilística o aproximaciones

entre estas. Por ejemplo, la probabilidad de aceptación (Pa) puede ser calculada a partir de la siguiente ecuación:

$$Pa = P(X \leq c) = \sum_{x=0}^c \frac{(np')^x e^{-np'}}{x!} \quad (4.2)$$

la anterior procede de la distribución de poisson.

Curvas Características de Operación Tipo A y Tipo B

En los procesos industriales dadas sus características de operación hay dos tipos de curvas de especial interes, debido a la utilidad práctica empezaremos por la de tipo B y posteriormente la de tipo A.

Curva CO, Tipo B

Supongamos que tenemos un proceso que opera en forma aleatoria que produce un cierto porcentaje de unidades defectuosas. El producto de este proceso se dirá que tiene una calidad medida en base a su porcentaje de unidades defectuosas p' . Si se toman grandes lotes de tamaño N , las fracciones defectuosas de los lotes seguirán una distribución binomial. La curva característica de operación del muestreo será la curva que indique cómo esta probabilidad de aceptación varía con la calidad de la fracción defectuosa media del producto, en otras palabras. Las curvas tipo B dan las probabilidades de aceptación de un lote como función de la calidad del producto.

El cálculo de las ordenadas de una curva CO tipo B es el siguiente. Supongamos que el tamaño de los lotes es grande como ya se mencionó, se puede considerar por lo tanto teóricamente infinito $N = \infty$, que el tamaño muestral es n , y que el número de aceptación es c . Es importante aclarar que en el cálculo de las ordenadas de una curva CO tipo B solo se especifica el tamaño muestral y el número de aceptación. Así las probabilidades de aceptación estarán dadas por la distribución binomial, la cual es exacta, la de poisson suele dar aproximaciones satisfactorias bajo condiciones específicas (Molina, 1942).

En la figura 4.2 se presenta una curva CO tipo B para un plan con $n = 50$ y $c = 1$.

Curva CO Tipo A

Una curva CO tipo A da la probabilidad de aceptar un lote aislado de tamaño finito. Esto puede ser interpretado como la proporción de lotes que serían aceptados, en una serie de lotes, todos idénticos, y el lote en cuestión (Ladandy, 1971).

Es decir, las curvas tipo A dan las probabilidades de aceptación de diversas fracciones defectuosas en función de la calidad del lote, cuando éste es finito. Al calcular la probabilidad de aceptación para una curva CO tipo A no podemos aceptar el punto de vista de que tenemos una muestra de un proceso o de un universo "infinito". El modelo apropiado es, por el contrario, el de una muestra de universo finito; en este caso el lote.

El cálculo de las ordenadas de una curva CO tipo A es el siguiente. Supongamos que el tamaño del lote es N finito, que el tamaño muestral es n , y que el número de aceptación es c . Así las probabilidades de aceptación estarán dadas por la distribución hipergeométrica, la cual es exacta, la binomial suele dar aproximaciones satisfactorias bajo condiciones específicas.

En la figura 4.2 se presenta una curva CO tipo A para un plan con $n = 50$, $c = 1$ y $N = 500$, cuyas ordenadas fueron calculadas, utilizando la distribución hipergeométrica. También se muestra en esta figura la curva CO tipo A para $N = 2\,000$, $n = 50$ y $c = 1$. Puede observarse que esta curva CO tipo A es muy similar a la curva CO tipo B del mismo plan de muestreo. En general, cuando aumenta el tamaño del lote, este tiene un impacto decreciente en la curva CO (Kendall, 1948).

En realidad, si el tamaño del lote es por lo menos 10 veces el tamaño muestral ($n/N \leq 0.10$, binomial como aproximación a la hipergeométrica), virtualmente no se puede distinguir entre las curvas CO tipo A y la de tipo B, como se ilustra en la figura 4.2. Nótese que es idéntica la curva CO tipo A con $N = 2\,000$, $n = 50$ y $c = 1$ a la curva CO tipo B con $n = 50$ y $c = 1$.

La curva CO tipo A se encontrará siempre por debajo de la curva CO tipo B. Es decir, las probabilidades de aceptación calculadas para la curva CO tipo B siempre serán mayores que las calculadas mediante la de tipo A. Sin embargo, esta diferencia es sólo significativa para tamaños de lotes relativamente pequeños respecto al tamaño muestral.

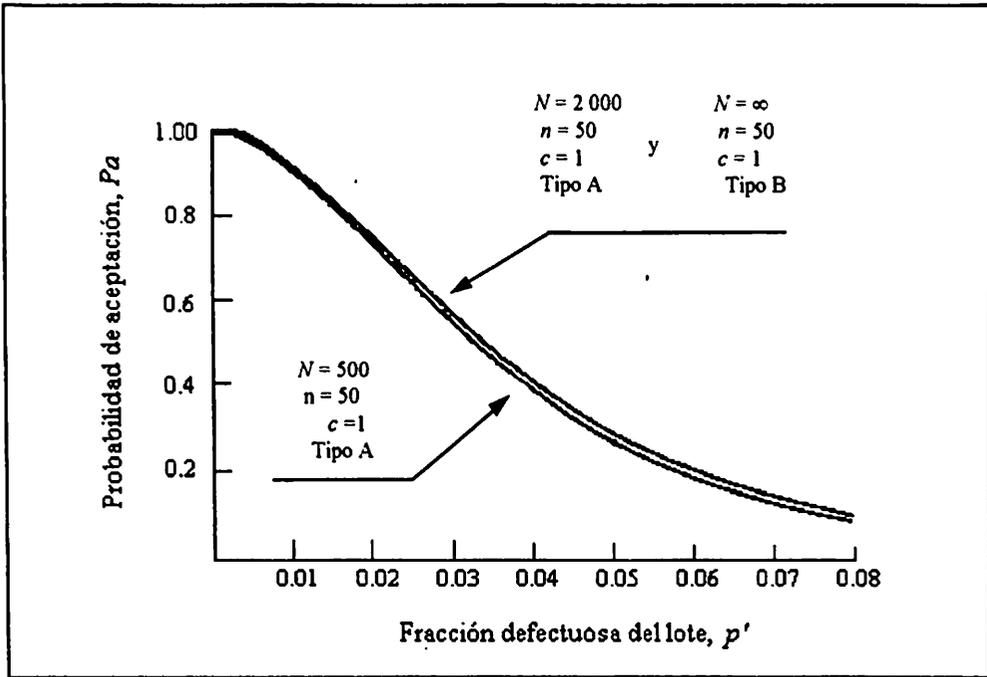


FIGURA 4.2. Curvas CO Tipo A y Tipo B

Comportamiento de las Curvas de Operación al Variar n y c

Un plan de muestreo que discrimina perfectamente entre lotes “buenos” y lote “malos” tendría una curva CO como la de la figura 4.3

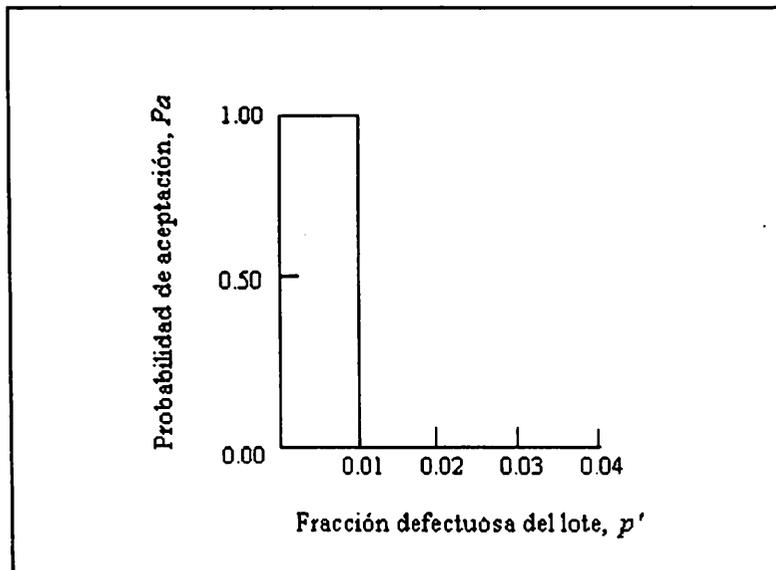


FIGURA 4.3. Curva característica de operación ideal

La curva CO es horizontal para una probabilidad de aceptación $Pa = 1.00$, hasta llegar a un nivel de calidad del lote que se considera “mala”, y en este punto la curva cae verticalmente hasta una probabilidad de aceptación $Pa = 0.00$, después permanece horizontal para todas las fracciones defectuosas p' del lote mayores que el nivel deseable. Si se pudiera usar un plan de muestreo como éste, se rechazarían en teoría todos los lotes de mala calidad, y se aceptarían todos los de buena calidad.

Desafortunadamente, es casi imposible obtener en la práctica la curva ideal CO de la figura 4.3. En teoría, se podría lograr mediante una inspección al 100 por ciento, si ésta fuera sin errores, lo cual es prácticamente imposible y antieconómico. El grado de aproximación de una curva CO a la curva ideal depende de los valores de n y c . Analicemos el efecto de cada parámetro:

- i).- Si c se mantiene constante y n varía, entonces la pendiente de la curva se hace más pronunciada (la curva cae más rápido), figura 4.4

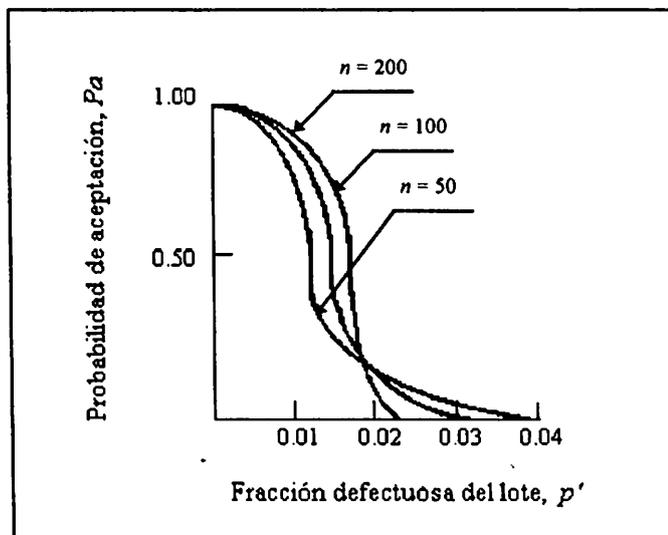


FIGURA 4.4. Efecto del parámetro n

- ii).- Si n se mantiene constante y c varía, entonces la curva CO se desplaza hacia la izquierda o a la derecha, como se muestra en la figura 4.5.

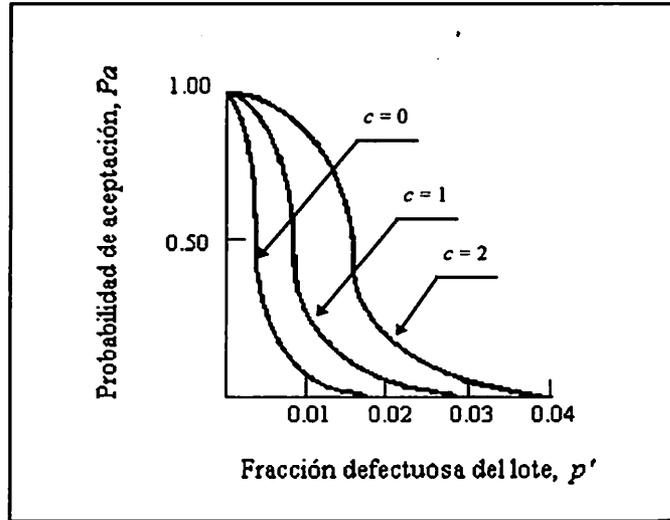


FIGURA 4.5. Efecto del parámetro c

- iii).- La mejor aproximación a una curva ideal se realiza al aumentar el tamaño de la muestra y manteniendo c proporcional a n . figura 4.6.

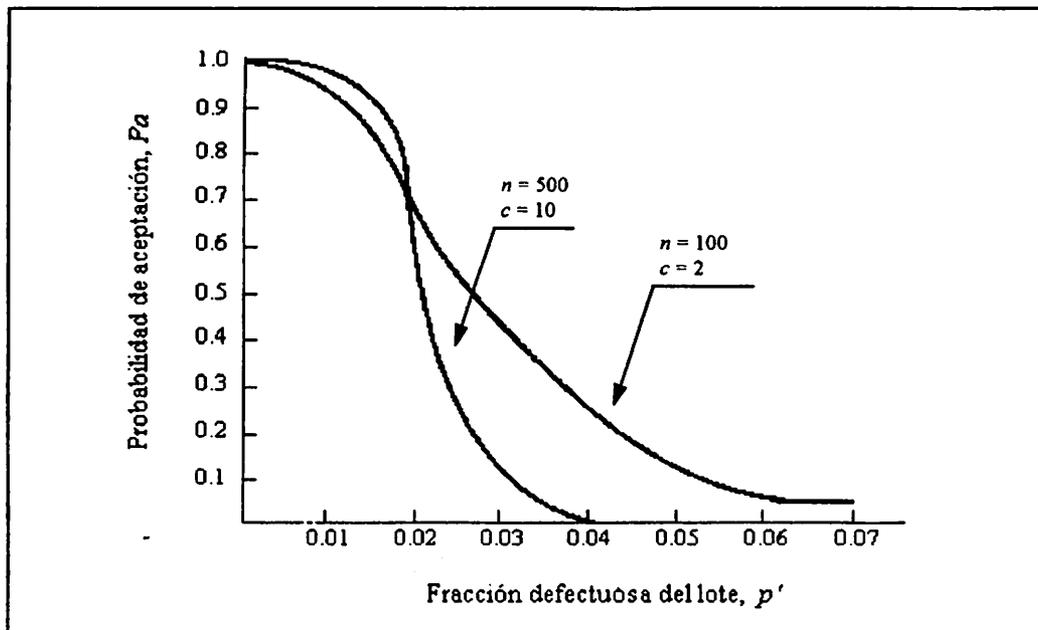


FIGURA 4.6. Mejor opción para una curva característica de operación.

Estos planes, aunque son buenos resultan costos pues la cantidad promedio de inspección aumenta y para el productor resulta difícil cumplir un plan de esta naturaleza. Por lo tanto, debe buscarse un equilibrio bajo la consideración de mantener a c proporcional a n , en el cual tanto el productor como el consumidor estén de acuerdo.

Enfoques del Comportamiento de la curva CO

Existen dos enfoques para diseñar planes de muestreo que repercuten en el comportamiento de la curva CO. Estos son planes de muestreo con números de aceptación iguales a cero ($c = 0$), y el empleo de tamaños muestrales que son un porcentaje fijo del tamaño muestral. En la figura 4.7 se presentan varias curvas CO tipo B para planes de muestreo con número de aceptación igual a cero. Esta forma tiene como consecuencia que la probabilidad de aceptación disminuye rápidamente, aún para valores pequeños de la fracción defectuosa del lote. Esto es muy difícil para el proveedor y, en algunas circunstancias, puede ser en extremo costoso para el consumidor.

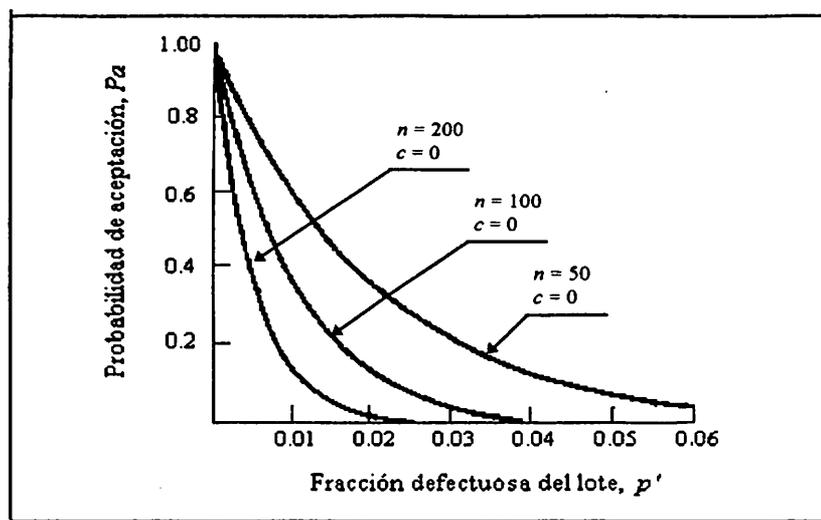


FIGURA 4.7. Curva CO con números de aceptación igual a cero ($c = 0$)

Agregando además, que los usuarios de los procedimientos modernos de aceptación por muestreo reconocen ciertas ventajas psicológicas al hecho de permitir, al menos, una pieza defectuosa por muestra. Además, las características de operación de los planes con número de aceptación mayores que cero son superiores a los planes semejantes con número de aceptación cero. En la figura 4.8 se muestra lo anterior, es decir, No hace falta que el número de aceptación sea cero.

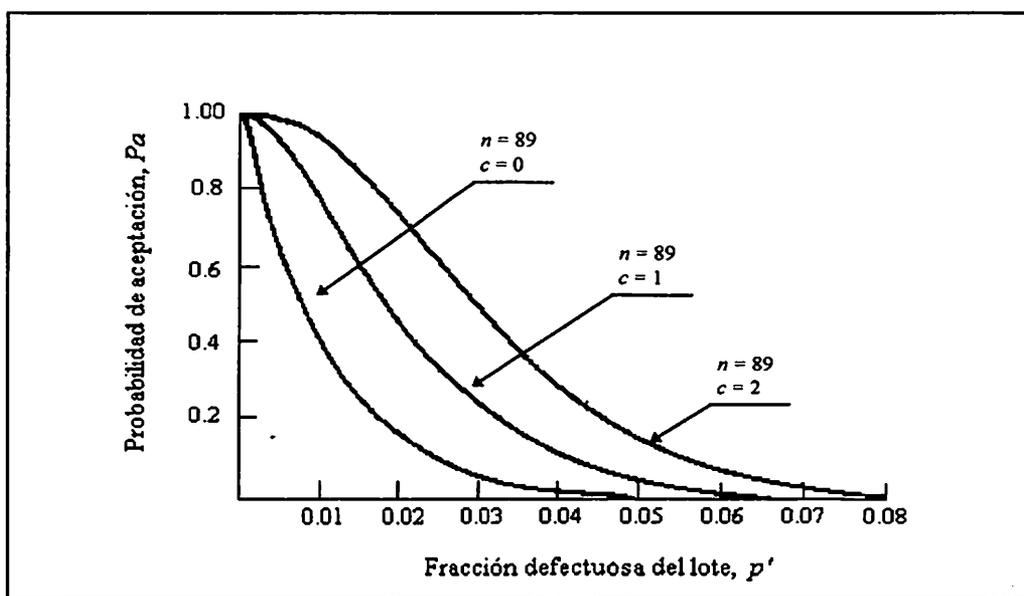


FIGURA 4.8. Efecto del cambio del número de aceptación en la curva CO

En la figura 4.9 se presentan curvas CO tipo A para planes de muestreo en los cuales el tamaño muestral es un porcentaje fijo del tamaño del lote. La principal desventaja de este enfoque es que, tamaños muestrales diferentes ofrecen distintos niveles de protección. No es lógico que el nivel de protección que goza el consumidor por una pieza o componente crítico varíe al cambiar el tamaño del lote. Procedimientos de

muestreo como los anteriores se utilizaban ampliamente antes del conocimiento generalizado de los principios estadísticos del muestreo de aceptación, pero su uso (por desgracia) no ha desaparecido por completo.

Es importante aclarar que todo lo explicado hasta ahora tiene como principal propósito permitir la elección de un plan de muestreo entre otros ya establecidos; cuidando los riesgos que una decisión implica. También se mostró que una menor cantidad de fracción defectuosa p' , es decir, mejor calidad, tendrá como consecuencia una mayor probabilidad de aceptación Pa , y por lo tanto menor rechazo de artículos a la venta, así como mejor protección al consumidor. A continuación se dan los fundamentos para la determinación de un plan de muestreo simple.

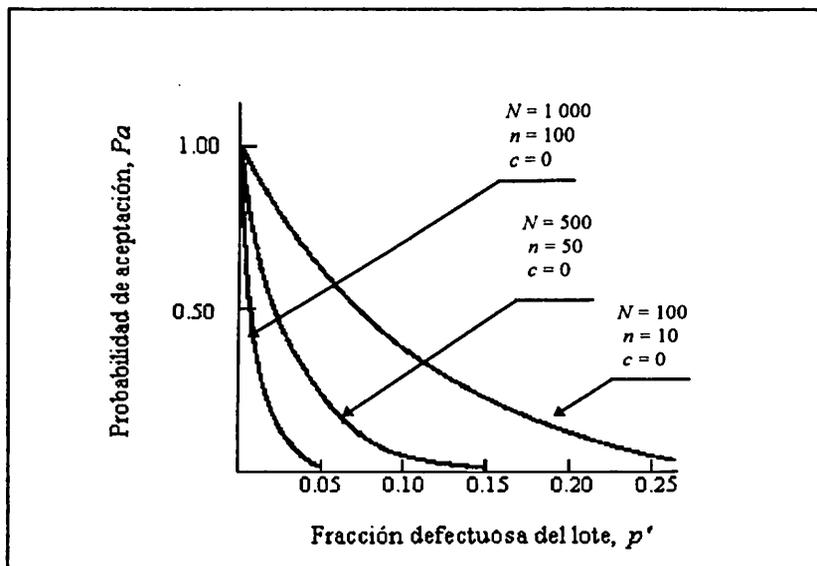


FIGURA 4.9. Curvas CO para planes en los que n es 0.10 del tamaño del lote

Determinación de Planes para Riesgos Estipulados de Productor y Consumidor

Ya han sido presentados los antecedentes de los riesgos y la semejanza con una prueba de hipótesis. Recordemos que es posible aceptar un lote que debería ser rechazado; la probabilidad de hacer esto se conoce como riesgo del consumidor denotada por β . Por otro lado, es posible rechazar un lote que debería ser aceptado; la probabilidad de cometer este error se denomina riesgo del productor denotada por α . El riesgo α representa la probabilidad p'_1 de que sea rechazado por el procedimiento de muestreo un lote cuya calidad tenga un nivel aceptable o mejor. Este nivel de aceptación se conoce como nivel de calidad aceptable NAC. El riesgo β , es la probabilidad p'_2 de que sea aceptado un lote cuya calidad tenga un nivel inaceptable o peor. Este nivel inaceptable se conoce como porcentaje defectuoso tolerable en el lote PDTL. Un lote con $p'_1 < p' < p'_2$ se puede llamar lote indiferente. Este nivel es llamado nivel indiferente de calidad NIC (indifferent quality level, IQL). lo anterior se mostró en la figura 1.4.

Al diseñar planes de muestreo, la meta será idear un procedimiento tal, que aquellos lotes cuya calidad sea igual o mejor que el NAC, se acepten el 100 $(1 - \alpha)$ por ciento del tiempo, con una probabilidad de 0.95 o 0.99. Estos se designan como $P_{0.95}$ y $P_{0.99}$. Del mismo modo, los lotes con calidad igual o peor que el PDTL, se acepten solo el 100 β por ciento del tiempo, con una probabilidad del 0.10 y 0.05. Estos se designan

como $P_{0.10}$ y $P_{0.05}$. Es obvio que el consumidor estará interesado particularmente en este punto.

Cuando un consumidor escoge un proceso de muestreo para un suministro continuo de material, habitualmente lo hace tomando en cuenta el NAC. Este es el nivel más pobre de calidad, o la máxima fracción defectuosa del proceso del proveedor, que el consumidor consideraría aceptable como promedio del proceso para efectos del muestreo de aceptación. Se observará que el NAC definido de esta manera, es una característica del proceso del proveedor y no del procedimiento de muestreo del consumidor. Es posible, por supuesto, diseñar un proceso de muestreo de tal forma que los puntos $P_{0.95}$ y $P_{0.99}$ coincidan con determinado NCA o algún otro en particular. Sin embargo, si se refiere a determinado NAC cuando se plantea determinado proceso de muestreo, no deberá concluirse que sus puntos $P_{0.95}$ y $P_{0.99}$ por ejemplo, igualen este NAC, a menos que así se especifique.

Debe enfatizarse en que el NAC es una limitación que se refiere al acto judicial de la inspección. No intenta ser una especificación del producto, ni una meta a lograr durante la producción. Es sencillamente el estándar que el consumidor indica utilizará para analizar el producto. Esto es lo que quiere decir la definición del NAC mediante la frase " para fines del muestreo de aceptación". Un consumidor puede interesarse en la calidad de los lotes en forma individual además del nivel de calidad del proceso del proveedor. Así pues estará interesado en el otro extremo de la curva CO, es decir, en la protección que se obtiene contra lotes individuales de calidad deficiente. En tales casos, se puede establecer un PDDL, indicando la calidad más baja que está dispuesto a tolerar en

un lote individual. Esta fracción defectuosa de tolerancia en el lote, es un aspecto de las normas de adquisición del consumidor, y definida de esta forma, no constituye una característica del proceso del muestreo. Desde luego, es posible diseñar un procedimiento de muestreo de tal manera que los puntos $P_{0.10}$ y $P_{0.05}$ coincidan con determinado PDDL. Sin embargo, si se observa que hubo referencia a un PDDL en particular al seleccionar el proceso de muestreo, no debe concluirse que es su punto $P_{0.10}$ y $P_{0.05}$ a menos que así se señale.

Es necesario aclarar la interpretación de NAC. Para evitar la inspección al 100 por ciento de los lotes, el NAC debe ser mayor que cero; esto no significa la aprobación de cierta fracción defectuosa del lote. Significa el reconocimiento de la falta de inspección total del lote, y por lo tanto, es posible que esté presente en el mismo una fracción pequeña de piezas defectuosas. Dados los puntos $(p'_1, 1 - \alpha)$ y (p'_2, β) se pueden obtener valores de n y c , tales que la curva CO pase muy cerca de los mismos. La elección de p'_1, p'_2, α y β son fijados tanto por el productor como por el consumidor.

Como el productor quiere que el producto con una calidad estipulada p'_1 , se acepte con una probabilidad $1 - \alpha$, tenemos:

$$Pa(\text{productor}) = \sum_{x=0}^c \frac{(np'_1)^x e^{-np'_1}}{x!} = 1 - \alpha \quad (4.3)$$

La anterior ecuación describe la preferencia del productor. En el caso del riesgo del consumidor, la ecuación correspondiente es:

$$Pa(\text{consumidor}) = \sum_{x=0}^c \frac{(np'_2)^x e^{-np'_2}}{x!} = \beta \quad (4.4)$$

Como se conocen p'_1 , p'_2 , α y β , las dos incógnitas en estas ecuaciones son n , el tamaño de la muestra y el número de aceptación c . Resolviendo este sistema de ecuaciones con dos incógnitas, se obtienen los valores de n y c . En este caso utilizamos la distribución de Poisson (Cameron, 1952), se puede usar la binomial o la hipergeométrica o cualquier aproximación conservando las propiedades de su empleo; la única razón del empleo de la distribución Poisson es su fácil cálculo.

La solución de este sistema es laboriosa, sin embargo F.B. Grubbs (1949) simplifica el procedimiento de deducir planes de muestreo basados en riesgos del productor y del consumidor estipulados. Conviene poner de relieve las características de la deducción de los planes. Primero si α y β son pequeñas y la diferencia entre p'_1 y p'_2 es pequeña, el tamaño de la muestra resultante, n , probablemente será muy grande. Y segundo, por la condición implícita de que n y c han de ser valores enteros, es virtualmente imposible deducir un plan de muestreo que pase exactamente por los dos puntos de la curva CO.

Ejemplo ilustrativo:

Supongamos que un consumidor desea un procedimiento que no acepte, más del 10 por ciento del tiempo, un material que esté defectuoso en un 8 por ciento o peor. También puede desear el proveedor producir un material que no sea peor que un uno por ciento defectuoso, y si el proveedor lo hace así, deseará tener un proceso que acepte dicho material por lo menos el 95 por ciento de las veces. en otras palabras el consumidor deseará un proceso con $p'_1 = 0.01$, $p'_2 = 0.08$, $\alpha = 0.05$ y $\beta = 0.10$.

Encontrar un procedimiento que cumpla estos requisitos exactamente puede resultar imposible, ya que el tamaño de la muestra y el número de aceptación tienen que ser números enteros. Una aproximación razonable, para obtener el resultado deseado, sin embargo, es usar el cuadro 4.2.

CUADRO 4.2. Tabla para diseñar un proceso de muestreo sencillo con p'_1 y p'_2

| c | $p'n_{0.95}$ | $p'n_{0.10}$ | $p'n_{0.10} / p'n_{0.95}$ $= p'_{0.10} / p'_{0.95}$ |
|-----|--------------|--------------|--|
| 0 | 0.051 | 2.30 | 45.10 |
| 1 | 0.355 | 3.89 | 10.96 |
| 2 | 0.818 | 5.32 | 6.50 |
| 3 | 1.366 | 6.68 | 4.89 |
| 4 | 1.970 | 7.99 | 4.06 |
| 5 | 2.613 | 9.28 | 3.55 |
| 6 | 3.285 | 10.53 | 3.21 |
| 7 | 3.981 | 11.77 | 2.96 |
| 8 | 4.695 | 12.99 | 2.77 |
| 9 | 5.425 | 14.21 | 2.62 |
| 10 | 6.169 | 15.41 | 2.50 |
| 11 | 6.924 | 16.60 | 2.40 |
| 12 | 7.690 | 17.78 | 2.31 |
| 13 | 8.464 | 18.96 | 2.24 |
| 14 | 9.246 | 20.13 | 2.18 |
| 15 | 10.04 | 21.29 | 2.12 |

*Tomado de F.G. Grubbs, "On Designing Single Inspection Plans". Annals of Mathematical Statistics, vol XX (1949), pág. 256. Probabilidades basadas en la distribución de poisson.

Con relación al problema que se está analizando, el cociente entre el p'_2 escogido (es decir, 0.08) y p'_1 el escogido (es decir, 0.01), es 8. Para $c = 1$, la relación $P_{0.10} / P_{0.95}$ es 10.96, y para $c = 2$ es de 6.50. La relación deseada de 8 se encuentra entre las dos cifras, de manera que el estadístico puede hacer su elección. Si se inclina al lado conservador escogerá $c = 1$; si por el contrario, se inclina al lado liberal escogerá

$c = 2$. En cualquier caso deberá decidir si se conservará α o β . Si se decide por el primero, encontrará el valor de n dividiendo el $p'n_{0.95}$ para el valor de c seleccionado, entre 0.01; si se decide por el segundo, dividirá el $p'n_{0.10}$ para el c seleccionado, entre 0.08.

Los resultados, que son consecuencia de las distintas elecciones posibles, aparecen resumidos en cuadro 4.3.

CUADRO 4.3. Resultados de las distintas elecciones

| c tomada como 1 | | c tomada como 2 | |
|--|--|--|--|
| β mantenido α ajustado | α mantenido β ajustado | β mantenido α ajustado | α mantenido β ajustado |
| $n = \frac{p'n_{0.10}}{0.08}$ | $n = \frac{p'n_{0.95}}{0.01}$ | $n = \frac{p'n_{0.10}}{0.08}$ | $n = \frac{p'n_{0.95}}{0.01}$ |
| $n = \frac{3.89}{0.08}$ | $n = \frac{0.355}{0.01}$ | $n = \frac{5.32}{0.08}$ | $n = \frac{0.818}{0.01}$ |
| $n = 49$ | $n = 36$ | $n = 67$ | $n = 82$ |

Los distintos procesos que pueden seleccionarse son $n = 49, c = 1$; $n = 36, c = 1$; $n = 67, c = 2$; y $n = 82, c = 2$. Los valores reales para α y β en estos procesos son:

| Proceso | α | β |
|--------------------------|----------|---------|
| A. $n = 49, c = 1$ | 0.08 | 0.10 |
| B. $n = 36, c = 1$ | 0.05 | 0.23 |
| C. $n = 67, c = 2$ | 0.03 | 0.10 |
| D. $n = 82, c = 2$ | 0.05 | 0.04 |

Se verá que el proceso A aumenta levemente el porcentaje de rechazo de calidad p'_2 , mientras da el β deseado. el B se mantiene firme en cuanto al α , pero, aumenta en forma exagerada el β . El C se mantiene para el β deseado pero reduce el α . Por último, el D se mantiene en el caso de α y reduce β .

En otras palabras los proceso A y C dan la protección deseada al consumidor, pero el A es más duro de lo que desea el productor, en tanto que el C es más fácil para el productor. Los procesos B y D tratan al productor como es deseado, pero el B da menos protección al consumidor de lo deseado, en tanto que el D le da mayor protección. Los procesos A y C se acercan al estándar deseado. Si la relación entre p'_1 y p'_2 seleccionados, hubiera sido menor que 8 que por ejemplo entre 2 y 4. Hubiera sido posible encontrar un proceso que se acerca más al criterio deseado de lo que lo hacen los procesos anteriores.

El cuadro 4.2 es una clasificación de procesos de muestreos sencillos de acuerdo con el cociente de sus $P_{0.10}$ entre sus $P_{0.95}$. Dicho cociente sirve por tanto, como medio para determinar que puede ser usado fácilmente para preparar procesos para unos p'_1 y p'_2 específicos. Como el cociente es la característica básica de cualquier CO, se utilizará para comparar procesos de muestreo sencillo con otros más complicados, con objeto de establecer sus eficiencias relativas.

Inspección Rectificadora para un Muestreo Simple

El muestreo de aceptación que se explicó anteriormente se preocupaba fundamentalmente de: a).- la protección que un programa de inspección por muestreo da al consumidor contra la aceptación de lotes malos, y b).- el incentivo que da al proveedor para producir calidad aceptable mediante altos niveles de aceptación de buen producto y bajos niveles de aceptación de producto deficiente. No se prestó consideración a los efectos directos sobre la calidad del proceso a inspección. En muchos casos la muestra era sólo un pequeño porcentaje de los lotes inspeccionados, de manera que las mejoras directas mediante la eliminación de los elementos defectuosos de la muestra resultaban despreciables. En todo caso, los efectos indirectos sobre la calidad que traía consigo la presión causada por el rechazo del lote, se consideraba lo más importante.

En este apartado, consideramos programas de inspección en los que la inspección misma desempeña un papel importante al afectar la calidad del producto generado. En el muestreo lote por lote, tales métodos requieren generalmente una inspección correctora de los lotes rechazados. En general, dichos programas tienen la intención de corregir o eliminar por inspección, si ello es necesario, un número suficiente de elementos defectuosos para llegar a alcanzar el objetivo de una determinada calidad. Estos se denominan programas de inspección rectificadora.

Los programas de inspección rectificadora figuran entre los primeros que fueron propuestos en los métodos de inspección de muestreo. Los métodos desarrollados por

Harold F. Dodge y Harry G. Romig en los Bell Telephone Laboratories antes de la segunda guerra mundial, y después publicados en sus Sampling Inspection Tables eran procesos de inspección rectificadora. En años más recientes, las ideas de Dodge y Romig sobre la inspección rectificadora han sido ampliadas por G. A. Barnard y F. J. Anscombe. Un proceso de inspección rectificadora será de interés para el fabricante que desee conocer la calidad promedio del producto que resulte en determinado punto de la fabricación, por la combinación de la producción, la inspección por muestreo y la verificación de los lotes rechazados. Puede ser aplicado efectivamente en la inspección a la entrada, durante el proceso, o al final, para dar seguridad en relación con la calidad promedio del material utilizado en el siguiente paso de la producción o en relación con la calidad promedio del producto final embarcado al consumidor. En otras palabras puede ser de interés considerar el programa de inspección general como un programa simple, aun cuando las distintas partes de dicho programa se encuentren bajo control gerencial separado.

Proceso de Inspección Rectificadora

La mayoría de los métodos de inspección rectificadora para el muestreo lote por lote requieren una inspección al 100 por ciento de los lotes rechazados. La crítica que se llevó a cabo de la inspección al 100 por ciento como programa de inspección general (económicamente poco costeable y a la larga de menor calidad), no se aplica aquí. En la inspección rectificadora al 100 por ciento está restringida a los lotes rechazados, y esto, en la mayoría de los casos, vendrá a constituir un pequeño porcentaje

de todos los productos sometidos a inspección. El volumen de inspección, por tanto, será mucho menor que el que se tenía bajo una inspección final al 100 por ciento. En segundo lugar, si la carga de inspección de los lotes rechazados cae sobre el "productor", bien sea el departamento de producción de la misma compañía o de un proveedor externo, habrá un incentivo directo para producir inicialmente un producto de buena calidad, con el objeto de mantener al mínimo la cantidad de inspección al 100 por ciento de los productos rechazados. Supongamos que los lotes que entran a la actividad de inspección tiene una fracción defectuosa p'_o ; algunos de estos serán aceptados, y otros será rechazados. Se inspeccionan los lotes rechazados a un 100 por ciento, y su fracción defectuosa final será cero. Sin embargo los aceptados tienen una fracción defectuosa p'_o ; por consiguiente, los lotes que salen de la actividad de inspección constituyen una mezcla de lotes con una fracción defectuosa p'_o y otra cero, de manera que la fracción media defectuosa en el flujo de lotes que salen es p'_w , la cual es menor que p'_o . Esto se ilustra en la figura 4.10.

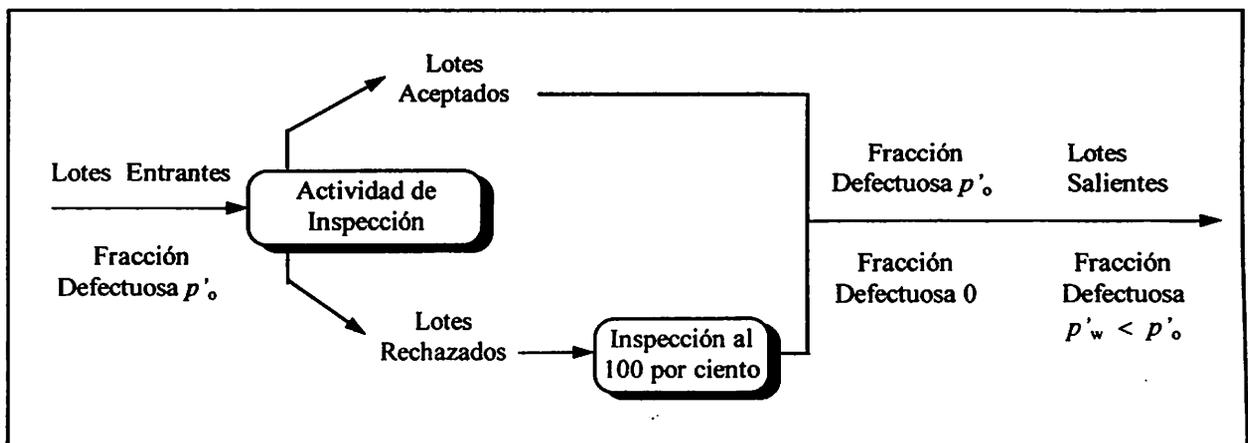


FIGURA 4.10. Inspección rectificadora

En el examen teórico que sigue supondremos, en aras de la sencillez, que la inspección al 100 por ciento de los productos rechazados es una inspección perfecta, de la misma manera que en la teoría de la inspección de muestreo y en el examen de las probabilidades de curvas CO, se supuso que la inspección de una muestra era perfecta.

Supondremos igualmente que los elementos defectuosos durante el muestreo como durante la inspección al 100 por ciento, son sustituidos por elementos buenos. Estas suposiciones mantendrán relativamente sin complicaciones el análisis que vamos a realizar. Los lotes rechazados pueden manejarse de dos maneras. El mejor enfoque es devolver los lotes rechazados al productor, y exigirle que realice las actividades de inspección al 100 por ciento de los lotes rechazados y de reelaboración. Esto tiene el efecto psicológico de hacer responsable al productor de la calidad deficiente, y puede ejercer presión sobre éste para mejorar sus procesos de fabricación o instale mejores controles de proceso. Sin embargo, en muchos casos la inspección al 100 por ciento de los lotes rechazados y la reelaboración se realizan a nivel del consumidor, porque se necesitan los componentes o la materia prima para cumplir con los planes de producción. Esta no es la situación más deseable.

Con la inspección al 100 por ciento de los lotes rechazados, hay dos características de la inspección rectificadora que tienen una importancia principal. Uno de ellos se refiere a la calidad promedio del material producido por la combinación del muestreo y de la inspección al 100 por ciento. El otro se refiere a la cantidad promedio de

inspección requerida por el programa. A continuación examinaremos cada uno de ellos por separado, aplicados a distintos tipos de procedimientos de muestreo.

Curva de la Calidad Media de Salida.

La calidad media de salida, CMS (average outgoing quality, AOQ), es usada ampliamente para evaluar un plan de muestreo rectificador. Tal calidad media es la calidad en el lote que resulta de aplicar la inspección rectificadora. Es el valor medio de la calidad del lote que se obtendría a partir de una larga sucesión de lotes de un proceso con una fracción defectuosa p' . Es fácil deducir una ecuación para la CMS. Supongamos que el tamaño del lote es N , y que se reemplazan todos los artículos defectuosos por artículos conformes. Entonces, en lotes de tamaño N , se tienen :

- 1.- Los n productos tomados en la muestra que, después de la inspección, no contienen artículos defectuosos, porque se reemplazan todos los que se hallan, siempre que $c > 0$.
- 2.- Los $N - n$ que tampoco contiene defectuosos, después de haber sido rechazado el lote.
- 3.- $N - n$ que contienen $p'(N - n)$ defectuosos, cuando se acepta el lote.

En la categoría 1 todos los elementos defectuosos son remplazados por otros buenos, de manera que esta categoría no contendrá elementos defectuosos. Lo mismo es cierto en el caso de la categoría 2. En la categoría 3 ocurrirá en una proporción del

tiempo Pa , el proceso de muestreo producirá como promedio, lotes que contendrán $Pa p'(N - n)$ elementos defectuosos. Expresando esta calidad media de salida CMS como fracción defectuosa, tendremos:

$$CMS = \frac{Pa p'(N - n)}{N} \quad (4.5)$$

Lo que para lotes de tamaño grande y muestras relativamente pequeñas se convierte aproximadamente:

$$CMS = Pa p' \quad (4.6)$$

Como ejemplo numérico de la deducción de esta fórmula, supongamos que nuestro método de muestreo es $n = 100$, $c = 2$, y supongamos que cada lote contiene 10 000 elementos (es decir $N = 10\,000$). Supongamos que todos los lotes rechazados son inspeccionados al 100 por ciento, y que todos los elementos que se encuentran defectuosos son sustituidos por otros buenos. Entonces, si la calidad del producto es 0.05, la curva CO nos dice que el 12 por ciento de los lotes será aceptado, y el 88 rechazado ver figura 4.6. Si se inspeccionan 1 000 lotes, de acuerdo con la teoría de la probabilidad esperaremos lo siguiente:

Aproximadamente 120 lotes serán aceptados y 880 rechazados. En las muestras de 100 tomadas de cada uno de los lotes, todos los elementos defectuosos serán sustituidos por otros buenos. En los 9 900 de cada uno de los 880 lotes rechazados, todos los elementos defectuosos serán sustituidos por otros buenos. En los 9 900 elementos en cada uno de los 120 lotes aceptados sin inspección, $0.05(9\,900) = 495$ elementos serán defectuosos en promedio. Por ello, del total de 10 000 000 de elementos

entregados por el departamento de inspección, aproximadamente $495(120) = 59\ 400$ estarán defectuosos. Esta es una fracción defectuosa promedio de los lotes de salida de 0.00594.

La sustitución directa en la ecuación 4.4, da el mismo resultado, a saber:

$$\text{CMS} = (0.12)(0.05) \left[\frac{10\ 000 - 100}{10\ 000} \right] = 0.00549$$

Lo que es aproximadamente igual a

$$\text{CMS} = (0.12)(0.05) = 0.006$$

En muchos casos pueden obtenerse resultados suficientemente buenos usando la fórmula aproximada. Esto significa que la curva de la CMS de un método de muestreo se obtendrá aproximadamente multiplicando la ordenada de la curva CO por la correspondiente abscisa. En otras palabras, si los lotes son relativamente grandes, las ordenadas de la curva de la CMS son aproximadamente las áreas de los sucesivos rectángulos que pueden inscribirse bajo la curva.

Como se indicó en la fórmula anterior, la calidad producida promedio variará con la fracción defectuosa del material de entrada. Si esta última es muy pequeña, la mayor parte de los lotes serán aceptados, y el material de salida tendrá una baja fracción defectuosa, debido a que los materiales de entrada tenían baja fracción defectuosa. Por otra parte, si el material de entrada tiene una alta fracción defectuosa, la mayoría de los lotes será rechazado e inspeccionado al 100 por ciento. Debido a esto último, la calidad producida será alta. De aquí que tanto para fracciones defectuosas bajas como altas del

material de entrada, la calidad del material de salida será elevada. Entre ambas habrá un punto en el cual el material de salida será el peor de todos.. La curva de la CMS ilustra esta relación entre las calidades de entrada y de salida. La curva de la CMS para el proceso $n = 100$, $c = 2$ se muestra en la figura 4.11.

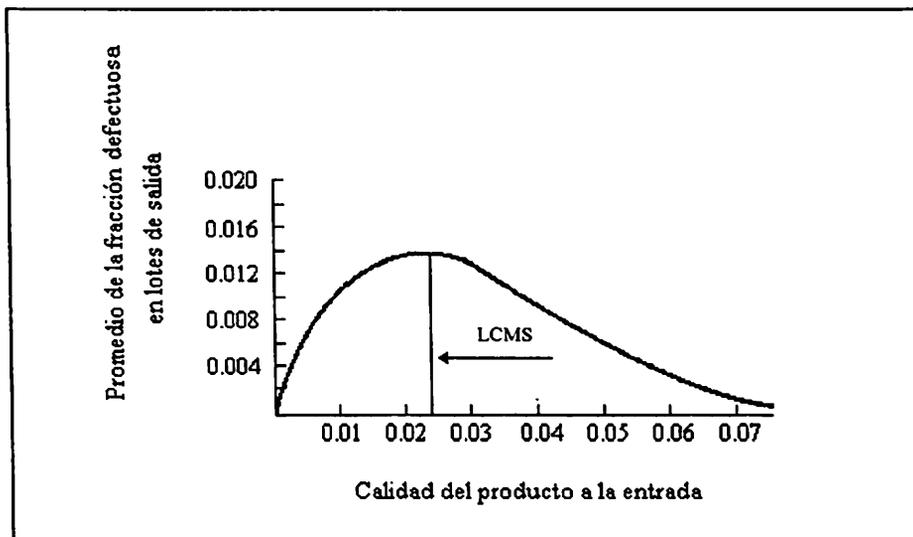


FIGURA 4.11. Curva de la CMS para un proceso de muestreo con $n = 100$, $c = 2$

Los demás puntos de la figura 4.11 se muestran en cuadro 4.4

CUADRO 4.4. Valores de Pa y p' de la curva de la CMS

| p' | Pa | $Pa p'$ |
|------|-------|---------|
| 0.00 | 1.000 | 0.000 |
| 0.01 | 0.919 | 0.009 |
| 0.02 | 0.676 | 0.013 |
| 0.03 | 0.423 | 0.012 |
| 0.04 | 0.238 | 0.009 |
| 0.05 | 0.124 | 0.006 |
| 0.06 | 0.061 | 0.003 |
| 0.07 | 0.029 | 0.002 |

Examinando la figura 4.11, se advierte que cuando la calidad a la llegada es muy buena, la CMS también lo es. Por el contrario, si la calidad del lote a la llegada es muy mala, se rechaza y se inspeccionan al 100 por ciento la mayoría de los lotes, lo que lleva a un muy nivel de calidad en los lotes que salen aunque con diferente costo de inspección. Entre estos dos extremos, la curva de la CMS aumenta, para un máximo y luego decrece.

La máxima ordenada de la curva de la CMS representa la peor calidad media posible que resultaría del programa de inspección rectificadora, y ese punto se llama límite de la calidad media de salida LCMS (average outgoing quality level, AOQL).

En la figura 4.11, el LCMS parece ser aproximadamente igual a 0.014 (en realidad es 0.0137). Es decir, sin importar lo deficiente que sea la fracción defectuosa p' de los lotes que llegan, los que salen nunca tendrán, en promedio, un nivel de calidad peor que el 1.4 por ciento de artículos defectuosos.

Hay que insistir que este LCMS es un nivel medio de calidad, a través de un flujo grande de lotes. No garantiza que todos los lotes tendrán una calidad igual o mejor que el 1.4 por ciento de artículos defectuosos.

Se podrá notar que del cuadro 4.4 no se obtuvo el valor del LCMS de 0.014 ya que este se obtiene probando todos los posibles valores de p' que van desde 0.00 a 0.07 por ciento; lo cual resulta tedioso.

Para resolver este problema se puede utilizar el cuadro 4.5, en el cual los resultados se obtienen de la siguiente manera:

CUADRO 4.5. Valores de $y = Pa p'_M n$

| c | $Pap'Mn$ | | c | $Pap'Mn$ |
|-----|----------|--|-----|----------|
| 0 | 0.3679 | | 21 | 14.66 |
| 1 | 0.8400 | | 22 | 15.43 |
| 2 | 1.371 | | 23 | 16.20 |
| 3 | 1.942 | | 24 | 16.98 |
| 4 | 2.544 | | 25 | 17.76 |
| 5 | 3.168 | | 26 | 18.54 |
| 6 | 3.812 | | 27 | 19.33 |
| 7 | 4.472 | | 28 | 20.12 |
| 8 | 5.146 | | 29 | 20.91 |
| 9 | 5.831 | | 30 | 21.70 |
| 10 | 6.528 | | 31 | 22.50 |
| 11 | 7.233 | | 32 | 23.30 |
| 12 | 7.948 | | 33 | 24.10 |
| 13 | 8.670 | | 34 | 24.90 |
| 14 | 9.348 | | 35 | 25.71 |
| 15 | 10.13 | | 36 | 26.52 |
| 16 | 10.88 | | 37 | 27.33 |
| 17 | 11.62 | | 38 | 28.14 |
| 18 | 12.37 | | 39 | 28.96 |
| 19 | 13.13 | | 40 | 29.77 |
| 20 | 13.89 | | | |

*Reproducida con permiso de la tabla 2 de Sampling Inspection Tables-Single and Double Sampling, de Dodge -Romig (2ª de Nueva York; John Wiley & Sons, Inc. 1959)

El cuadro 4.5 da los valores de y para varios c . Si encontramos el valor de c para un procedimiento y multiplicamos el valor de y que aparece en el cuadro 4.5 por $(1 - n/N)/n$, obtendremos el valor de LCMS. Entonces, para el proceso $n = 100$, $c = 2$, con $N = 10\ 000$ el LCMS es: $1.371 (0.0099) = 0.01357$, donde

$$y = \frac{n(LCMS)}{1 - n/N}$$

La Curva de Inspección Total Media

La curva de inspección total media ITM (average total inspection, ATI), es otra medida importante con respecto a la inspección rectificadora, está es la cantidad que requiere el programa de muestreo de acuerdo con un programa al 100 por ciento de los lotes rechazados, y depende de la calidad del material sometido. Si el material no contiene elementos defectuosos no habrá rechazos, y la cantidad de inspección para lotes será igual a n . Si los elementos son todos defectuosos, cada lote será sometido a una inspección al 100 por ciento, en cuyo caso la cantidad de inspección por lote será N del tamaño del lote. Si del material se encuentra entre 0 y 100 por ciento defectuoso, la cantidad promedio de inspección por lote se encontrará entre n y N . Si el producto es de una calidad p' y la probabilidad de aceptación del lote es Pa , entonces en promedio, la cantidad de inspección por lote será:

$$ITM = n + (1 - Pa)(N - n) \quad (4.7)$$

Por ejemplo, si $N = 10\,000$, $n = 100$, $c = 2$, si la fracción defectuosa del material sometido a inspección (p'), es $p' = 0.05$, entonces, a partir de la curva CO, $Pa = 0.12$ y $1 - Pa = 0.88$. Por tanto, de (4.7), tenemos:

$$ITM = 100 + (0.88)(10\,000 - 100) = 8\,812$$

Si $p' = 0.01$, entonces $Pa = 0.92$, $1 - Pa = 0.08$ y, tendríamos:

$$ITM = 100 + (0.08)(10\,000 - 100) = 892$$

Por supuesto, si se acepta un lote determinado, sólo n elementos son inspeccionados, o si un lote en particular es rechazado, N elementos serán inspeccionados. Las curvas de inspección total promedio por lote aparecen en la figura 4.12 para lotes de tamaño 1 000, 5 000, y 10 000. En cada caso $n = 100$ y $c = 2$.

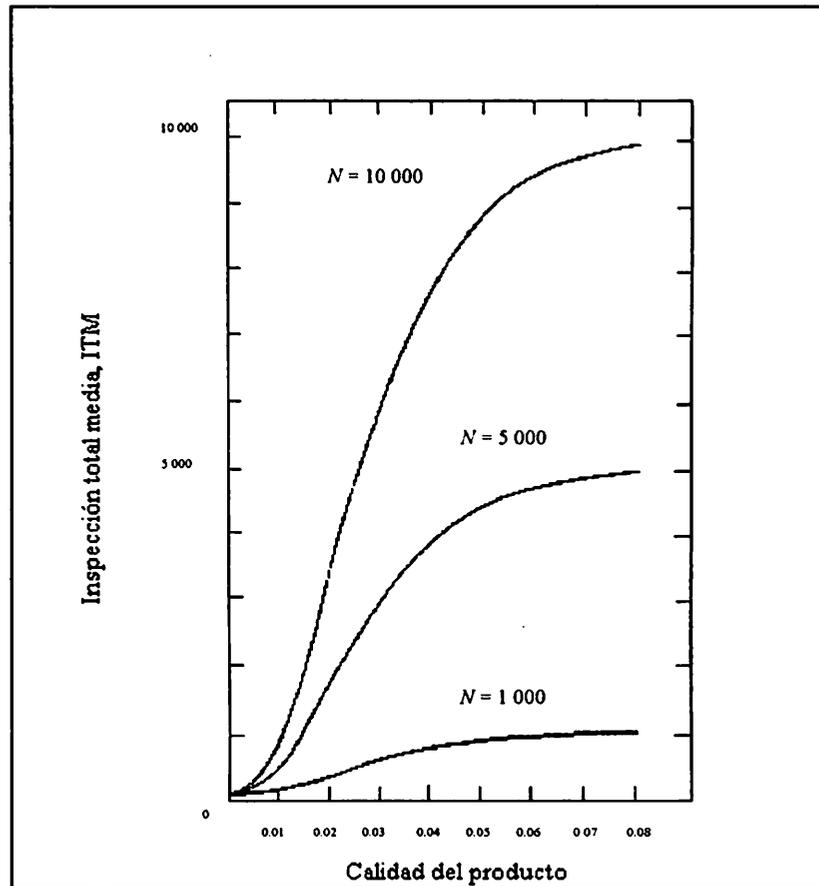


FIGURA 4.12. Curva de ITM para Lotes de 1 000, 5 000, 10 000 ($n = 100$, $c = 2$)

Hasta ahora, en el proceso de inspección rectificadora se ha mostrado como encontrar el límite de la calidad media de salida LCMS y la inspección total media ITM, estas dos características han estado en función de una fracción defectuosa p' específica y

se ha revelado que a mejor calidad es decir menor fracción defectuosa, las dos características anteriores tendrán efectos favorables.

Los estudios de la inspección rectificadora tienen como objetivo principal el de reducir lo más posible la inspección total media ITM, manteniendo la calidad deseada de los artículos producidos y por supuesto reducir los costos que implican las inspecciones.

Manejo de Planes de Muestreo Simple por Medio de Tablas

Recordemos los siguientes términos: PDDL porcentaje defectuoso tolerable en el lote, digamos p_2 , el cual denotamos por β , es decir el riesgo del consumidor y el límite de la calidad media de salida LCMS para algún p' . En base a estos dos términos han sido clasificadas las tablas de muestreo, las cuales gozan de amplio uso industrial.

Para cada una de las clasificaciones anteriores, existen planes de muestreo simple y doble (este último lo veremos posteriormente); los planes difieren en el hecho de que cada uno minimiza cierto riesgo, ya sea el del productor o el del consumidor, pero tiene en común haber sido concebidos con la idea de minimizar la cantidad de ITM. Tanto el productor como el consumidor deben llegar a un acuerdo de cómo y cuales planes van a utilizar; cada uno buscará protegerse con un plan que sea favorable. Los renglones de las tablas denotan el tamaño del lote a muestrear, mientras que las columnas indican los valores de p' , la fracción defectuosa del proceso. Veamos ahora las características propias de cada sistema de tablas, con el fin de poder establecer un criterio acerca de su modo de operación. Es importante aclarar que las tablas Dodge-Romig

(1959) dan mínimos exactos de los procesos que caigan en el punto medio de los intervalos especificados, y por tanto, no puede esperarse que den verdaderos procesos mínimos para los valores extremos del intervalo del valor medio. Las diferencias, sin embargo, no son muy grandes para afectar las decisiones notablemente.

Por el Limite de la Calidad Media de Salida LCMS .

El concepto del LCMS no tienen sentido, a menos que se aplique a la inspección rectificadora. Debido a lo anterior el LCMS es probablemente la característica más importante de la inspección rectificadora, frecuentemente es interesante diseñar un proceso con un LCMS específico. Afortunadamente las tablas de inspección de muestreo Dodge-Romig facilitan encontrar un proceso que disminuya la inspección total media para un LCMS dado y un promedio específico del proceso p' .

Deben observarse algunas peculiaridades en las tablas Dodge-Romig (1959). En primer lugar, se aplican estrictamente a programas que remiten los lotes rechazados a inspección al 100 por ciento. En segundo lugar, para el uso más eficaz de las tablas, deberá conocerse la fracción defectuosa del material de entrada. Cuando se inspeccionan por primera un material nuevo, la calidad del material a la entrada, tendrá que ser determinada mediante una muestra preliminar o mediante datos facilitados por el fabricante. Lo que en realidad se necesita son los resultados promedio de la manufactura y proceso de inspección del proveedor. Después de que el programa se ha utilizado durante algún tiempo, el departamento de inspección está en posibilidad de estimar

razonablemente la media del proceso, con base en los datos que haya recogido. Los cálculos subsiguientes pueden llevar a la adopción de un nuevo proceso o método.

Las tablas A.3, A.4 y A.5 presentan planes de muestreo simple para valores del LCMS del 2, 2.5 y 3 por ciento respectivamente. Cada tabla mantiene el LCMS fijo para los valores ya citados, y da el porcentaje defectuoso tolerado en el lote PDTL por cada plan. Es interesante observar que cuanto mayores son el tamaño de la muestra y el número de aceptación para un LCMS determinado, menor es el porcentaje defectuoso tolerado en el lote. Lo anterior lo ilustraremos con un ejemplo:

Ejemplo:

Supongamos que se inspeccionan aspersores para riego, y que se remiten en lotes de tamaño $N = 800$. El rechazo promedio por historial de la compañía del proceso del proveedor es del 2 por ciento de disconformes. Se desea encontrar un proceso de inspección rectificadora para un muestreo simple que tenga un LCMS del 2.5 por ciento.

Solución:

Buscamos la tabla A.4, la cual tiene un LCMS del 2.5 por ciento, buscamos en la fila el tamaño del lote e ubicamos la columna con el promedio del proceso, dando como resultado un plan con un tamaño de la muestra $n = 50$ y un número de aceptación $c = 2$, además de indicarnos que un PDTL del 10.5 por ciento, de (4.7), encontremos ahora la ITM.

$$ITM = n + (1 - Pa)(N - n)$$

$$ITM = 50 + (1 - Pa) (800 - 50)$$

Dada la características del problema para encontrar la Pa usaremos la ecuación 4.2, entonces.

$$np' = 50 (0.02) = 1$$

$$Pa = P(X \leq c) = P(X \leq 2) = \sum_{x=0}^c \frac{(np')^x e^{-np'}}{x!} = \frac{(1)^0 e^{-1}}{0!} = \frac{(1)^1 e^{-1}}{1!} = \frac{(1)^2 e^{-1}}{2!} = 0.919$$

por lo tanto:

$$ITM = 50 + (1 - 0.919) (800 - 50) = 110.75 \cong 111 \text{ aspersores para riego.}$$

Por Porcentaje Defectuoso Tolerable en el Lote PDTL

Aunque una compañía pueda utilizar un proceso de inspección de muestreo que requiera la inspección al 100 por ciento de los lotes rechazados, su interés en el LCMS puede ser menor que el representado por el riesgo del consumidor o porcentaje defectuoso tolerable en el lote. En tal caso, puede desear un proceso rectificador que tengan un riesgo al consumidor determinado, y al mismo tiempo disminuya la cantidad promedio total de inspección para la calidad a la entrada o el promedio del proceso.

Estas tablas se aplican a los siguientes porcentajes defectuosos tolerados en el lote, PDTL, 1, 2 y 5 por ciento, tablas A.7, A.8 y A.9 respectivamente; suponiendo un riesgo al consumidor del 10 por ciento.

Ejemplo:

Un productor, envía tornillos para la instalación de bombas de agua en lotes de $N = 600$. El rechazo medio del proceso del productor es del 2 por ciento de disconformes, y se desea utilizar un plan de muestreo simple con un PDDL del 5 por ciento.

Solución:

Buscamos la tabla A.9, la cual tiene un PDDL del 5 por ciento, buscamos en la fila el tamaño del lote e ubicamos la columna con el promedio del proceso, dando como resultado un plan con un tamaño de muestra $n = 150$ y un número de aceptación $c = 4$, además de indicarnos (que suponiendo) que los lotes rechazados son inspeccionados a un 100 por ciento, y se reemplazan por conformes, entonces el LCMS para este plan es aproximadamente 1.3 por ciento., de (4.7):

$$ITM = n + (1 - Pa) (N - n)$$

$$ITM = 150 + (1 - Pa) (600 - 150)$$

Dada la características del problema para encontrar la Pa usaremos la ecuación 4.2, entonces.

$$np' = 150 (0.029) = 3$$

$$\begin{aligned} Pa = P(X \leq c) = P(X \leq 4) &= \sum_{x=0}^c \frac{(np')^x e^{-np'}}{x!} = \frac{(3)^0 e^{-3}}{0!} = \frac{(3)^1 e^{-3}}{1!} \\ &= \frac{(3)^2 e^{-3}}{2!} = \frac{(3)^3 e^{-3}}{3!} = \frac{(3)^4 e^{-3}}{4!} = 0.8152 \end{aligned}$$

por lo tanto:

$$\text{ITM} = 150 + (1 - 0.815) (600 - 150) = 233.13 \cong 233 \text{ tornillos.}$$

PLAN DE MUESTREO DOBLE

Introducción

Este esquema de muestreo fue también desarrollado por Harold F. Dodge y Harry G. Romig (1959) casi simultáneamente con el de muestreo simple, y surge de la necesidad que se presenta en el periodo de inspección, cuando no hay evidencias muy palpables del rechazo o aceptación.

En tales casos se opta por una segunda muestra que proporcione mayor certeza a la decisión. Este sistema doble de muestra a la larga requiere tamaños de muestra menores que el de un simple.

Esto por supuesto es un aspecto económico relevante en el proceso de inspección, lo cual reduce los costos, siendo sumamente atractivo tanto para el productor como para el consumidor.

Procedimiento de Extracción de la Muestra

Esta sistema considera que bajo ciertas circunstancias se necesita una segunda muestra antes de juzgar la calidad del lote.

Un plan de muestreo doble se define mediante cuatro parámetros, los cuales son:

n_1 : Tamaño muestral de la primera muestra

c_1 : Número de aceptación de la primera muestra

n_2 : Tamaño muestral de la segunda muestra

c_2 : Número de aceptación para ambas muestras combinadas

Primero, se extrae una muestra de tamaño n_1 , y se observa el número de artículos defectuosos, x_1 en ella. Si $x_1 \leq c_1$; se aceptará el lote en la primera muestra. Si $x_1 > c_2$, se rechazará el lote en la primera muestra.

Si $c_1 < x_1 \leq c_2$, se tomará una segunda muestra aleatoria de tamaño n_2 , y se observará el número de artículos defectuosos x_2 en esta segunda muestra.

Ahora se utiliza el número combinado de artículos defectuosos observados ($x_1 + x_2$) en las muestras combinadas ($n_1 + n_2$); para determinar la suerte del lote. Si $x_1 + x_2 \leq c_2$ se aceptará el lote. Sin embargo, si $x_1 + x_2 > c_2$, se rechazará.

En la figura 5.1 se ilustra gráficamente el funcionamiento de este plan de muestreo doble.

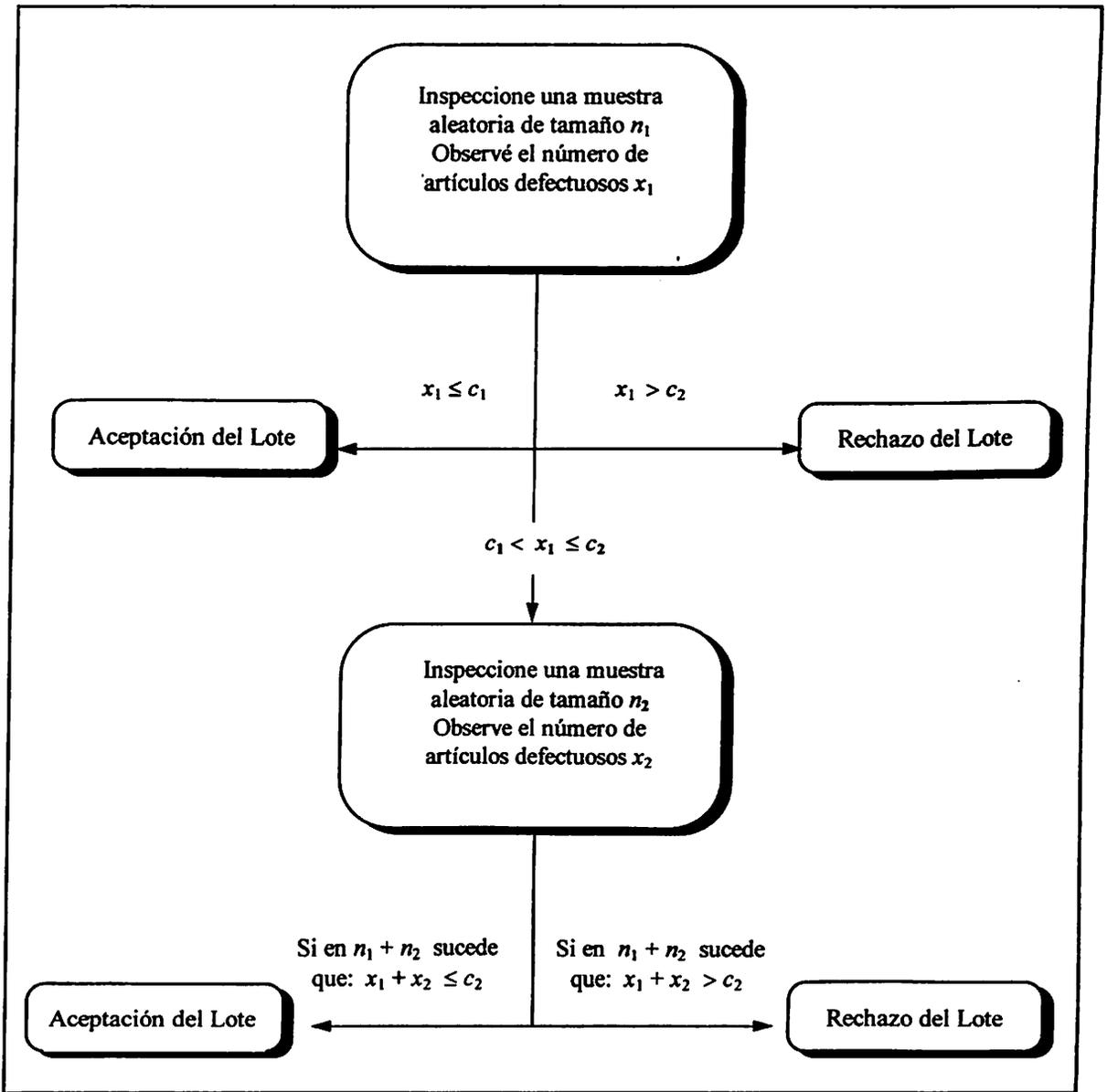


FIGURA 5.1. Procedimiento del plan de muestreo doble

Cálculo de una Curva de Operación para Muestreo Doble

Todas las consideraciones de las curvas CO del muestreo simple tienen el mismo efecto que para el muestreo doble; este tipo de muestreo solo difiere esencialmente el

procedimiento de extracción de la muestra. Como ocurre en los procesos de muestreo sencillo, el de muestreo doble tiene una curva característica de operación que da la probabilidad de aceptación como función de la calidad de entrada. Un proceso de doble muestreo tiene también curvas CO suplementarias que muestran la probabilidad de aceptación en la primera muestra, la probabilidad de rechazo en la primera muestra, probabilidad de aceptación en muestras combinadas y probabilidad de rechazo en muestras combinadas.

Curvas CO Tipo A y B

Las curvas CO para muestreo doble pueden, como las muestras sencillas, ser del tipo A o B. Describiremos los cálculos para las curvas CO tipo B por ser los de mayor demanda en la práctica (Keeling y Cisne, 1942).

Ejemplo:

Veamos el siguiente proceso con un plan de Muestreo Doble por atributos con las siguientes características: $n_1 = 50$, $c_1 = 2$, $n_2 = 100$ y $c_2 = 6$, existen cuatro posibilidades de aceptación o rechazo de un lote sometido a muestreo doble que son:

a).- Aceptación después de la primera muestra, es decir, si se encuentran 2 o menos unidades defectuosas.

b).- Rechazo después de la primera muestra, es decir, si se encuentran más de 6 unidades defectuosas.

c).- Aceptación después de la segunda muestra, es decir, si en las muestras combinadas $n_1 + n_2$ el número de artículos defectuosos $x_1 + x_2$ es menor o igual que 6.

d).- Rechazo después de la segunda muestra, es decir, si en las muestras combinadas, el número de artículos defectuosos es mayor que 6.

Las curvas CO principal y suplementaria de este ejemplo se muestran en la figura

5.2.

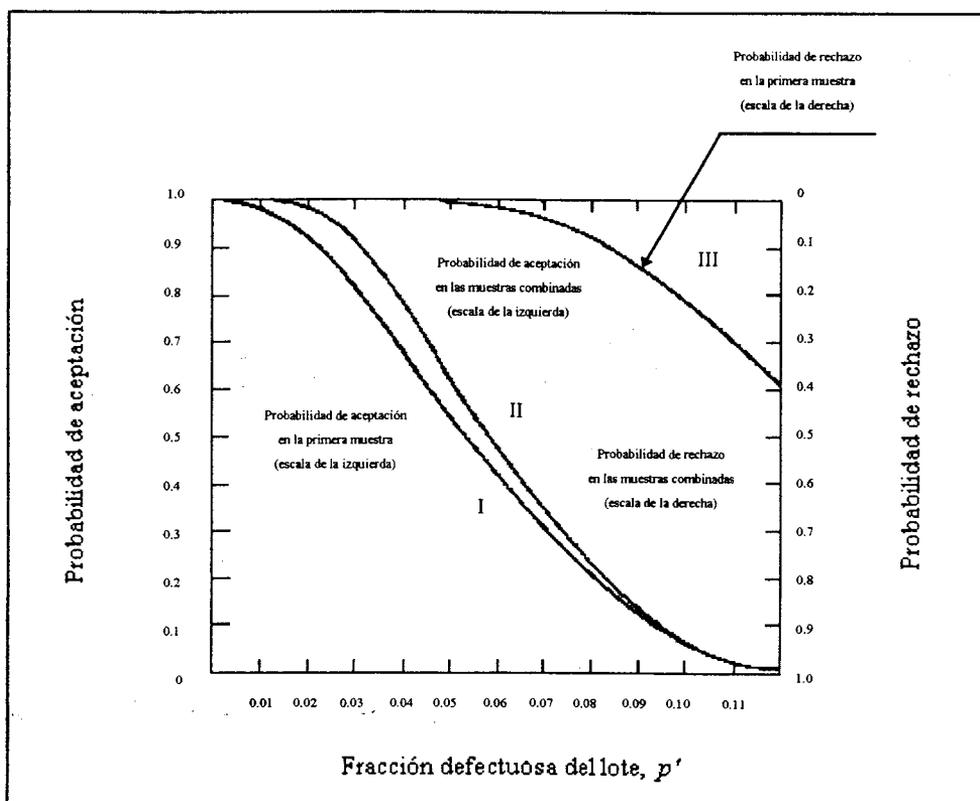


FIGURA 5.2. Curvas CO del proceso de doble muestreo $n_1 = 50$, $c_1 = 2$, $n_2 = 100$, $c_2 = 6$

Para simplificar los cálculos, supondremos que p' es suficientemente pequeña para usarse con la distribución de poisson para aproximarse a la probabilidad deseada. El

cálculo de las ordenadas de la curva CO tipo B principal y suplementaria con lotes grandes será analizado para el caso de la figura 5.2, para una fracción del lote $p' = 0.06$. Para esta fracción defectuosa del lote, la probabilidad de aceptación en la primera muestra, es decir la probabilidad de obtener 2 o menos unidades defectuosas en cada 50. Utilizando la ecuación 4.2, tenemos:

$$P(X \leq 2) = \sum_{x=0}^2 \frac{(n_1 p')^x e^{-n_1 p'}}{x!} = \frac{3^0 e^{-3}}{0!} + \frac{3^1 e^{-3}}{1!} + \frac{3^2 e^{-3}}{2!} = 0.423$$

donde $n_1 p' = 3$.

Esta es la ordenada de la curva I en la figura 5.2, en el punto de abscisa $p' = 0.06$. La probabilidad de las muestras combinadas es igual a la probabilidad de aceptación en la primera muestra más la probabilidad de aceptación en la segunda muestra. Para encontrar la probabilidad de aceptación en la segunda muestra, tenemos que recordar que el número de artículos defectuosos en la primera muestra fue superior a 2, los cálculos pueden resumirse como se muestra en el cuadro 5.1.

Cálculos de las combinaciones posibles

| x | Probabilidad de exactamente x en la primera muestra n_1 | $c_2 - x$ | Probabilidad de $c_2 - x$ o menos en la segunda muestra n_1 | Producto de las probabilidades |
|-----|---|-----------|---|--------------------------------|
| 3 | 0.22 | 3 | 0.15 | 0.033 |
| 4 | 0.17 | 2 | 0.06 | 0.01 |
| 5 | 0.11 | 1 | 0.02 | 0.002 |
| 6 | 0.05 | 0 | 0.002 | 0.0001 |
| | | | Σ | 0.0451 |

*Los resultados han sido redondeados para su fácil manejo

Como ejemplo, en el cuadro 5.1 se observa la probabilidad de 0.22 de la segunda columna, está dada por un solo término de la ecuación 2.3, tenemos:

$$P(X=3) = \frac{(n_1 p')^3 e^{-n_1 p'}}{3!} = \frac{3^3 e^{-3}}{3!} = 0.224$$

La probabilidad de 0.15 de la cuarta columna, están dadas por (4.2), solo $n_2 = 100$, entonces $n_2 p' = 6$, entonces:

$$\begin{aligned} P(X \leq c_2 - x) = P(X \leq 3) &= \sum_{x=0}^3 \frac{(n_2 p')^x e^{-n_2 p'}}{x!} = \\ &= \frac{6^0 e^{-6}}{0!} + \frac{6^1 e^{-6}}{1!} + \frac{6^2 e^{-6}}{2!} + \frac{6^3 e^{-6}}{3!} = 0.151 \end{aligned}$$

Lo mismo es aplicado en los casos de $x = 4, 5$ y 6 . Entonces la suma total de la quinta columna es 0.0451, que es la probabilidad de aceptación en la segunda muestra. La probabilidad total de aceptación para una fracción defectuosa del lote es $p' = 0.06$, es $0.423 + 0.045 = 0.468$, este resultado es la ordenada de la curva II.

La curva II es la curva característica de operación principal del proceso, ya que indica la probabilidad de aceptación final. La diferencia entre las curvas II y I, señala la probabilidad de aceptación en la segunda muestra, la curva II, cuando se lee en relación a la escala de la derecha, marca también la probabilidad de rechazo de las muestras combinadas. La curva III, cuando se le observa en relación a la escala de la derecha, da la probabilidad de rechazo en la primera muestra. Esto se deduce calculando simplemente la probabilidad de más de 6 unidades defectuosas en la primera muestra. Para una fracción defectuosa del lote de 0.06, la probabilidad de rechazo en la primera muestra es de 0.034. La diferencia entre las curvas II y III indica la probabilidad de rechazo en la segunda muestra.

En resumen, para una fracción defectuosa del lote de 0.06, la probabilidad de aceptación en la primera muestra es de 0.423, en la segunda de 0.045, y la de aceptación final de 0.468. La probabilidad de rechazo en la primera muestra es de 0.034, en la segunda de 0.498 (restando, $1 - 0.468 - 0.034$) y la final es de 0.532.

El cálculo en si es más complicado pero trae consigo la ventaja, de que si el lote es de buena calidad en la primera muestra es aceptado, o si es de mala calidad, es rechazado, es decir, la decisión reduce el tamaño muestral a inspeccionar; además del aspecto psicológico de dar una oportunidad más a los lotes que no presentan evidencias claras para su juicio, la principal desventaja son las complicaciones administrativas de este plan.

Determinación de Planes para Riesgos Estipulados de Productor y Consumidor.

Con frecuencia es necesario poder diseñar un plan de muestreo doble que tiene una curva CO especificada. Sean $(p'_1, 1 - \alpha)$ y (p'_2, β) los dos puntos de interés en la curva. Si, además, se impone otra relación entre los parámetros del plan de muestreo, entonces se podrá usar un procedimiento muy sencillo para obtener tales planes. La restricción más común es requerir que n_2 sea un múltiplo de n_1 . El cuadro 5.1 y la tabla A.11 permiten la construcción de estos planes para los casos en que $\alpha = 0.05$ y $\beta = 0.10$. El cuadro 5.1 es para el caso $n_2 = 2 n_1$, y la tabla A.11, para el caso $n_1 = n_2$. Estas tablas se denominan con frecuencia tablas tipo Grubbs en honor a Frank E. Grubbs

(1949), quien sugirió su uso en el muestreo simple. Ahora se ilustrará el empleo de estas tablas.

Supongamos que se quiere obtener un plan de muestreo doble, con $p'_1 = 0.01$, $\alpha = 0.05$, $p'_2 = 0.06$, $\beta = 0.10$ y $n_2 = 2 n_1$. Se utiliza el cuadro 5.1, porque se escogió $n_2 = 2 n_1$. Los planes se clasifican en las tablas mediante la razón

$$R = p'_2 / p'_1$$

CUADRO 5.1. Valores de Grubbs para $n_2 = 2 n_1$ ($\alpha = 0.05$, $\beta = 0.10$)

| Proceso número | Números de aceptación | Valores aproximados de $p'n_1$ para | | | | | $(NMM) / n_1$ 0.95* |
|----------------|-----------------------|-------------------------------------|-------|-------|------------|-------|------------------------|
| | | R | c_1 | c_2 | $P = 0.95$ | 0.50 | |
| 1 | 14.50 | 0 | 1 | 0.16 | 0.84 | 2.32 | 1.273 |
| 2 | 8.07 | 0 | 2 | 0.30 | 1.07 | 2.42 | 1.511 |
| 3 | 6.48 | 1 | 3 | 0.60 | 1.80 | 3.89 | 1.238 |
| 4 | 5.39 | 0 | 3 | 0.49 | 1.35 | 2.64 | 1.771 |
| 5 | 5.09 | 1 | 4 | 0.77 | 1.97 | 3.92 | 1.359 |
| 6 | 4.31 | 0 | 4 | 0.68 | 1.64 | 2.93 | 1.985 |
| 7 | 4.19 | 1 | 5 | 0.96 | 2.18 | 4.02 | 1.498 |
| 8 | 3.60 | 1 | 6 | 1.16 | 2.44 | 4.17 | 1.646 |
| 9 | 3.26 | 2 | 8 | 1.68 | 3.28 | 5.47 | 1.476 |
| 10 | 2.96 | 3 | 10 | 2.27 | 4.13 | 6.72 | 1.388 |
| 11 | 2.77 | 3 | 11 | 2.46 | 4.36 | 6.82 | 1.468 |
| 12 | 2.62 | 4 | 13 | 3.07 | 5.21 | 8.05 | 1.394 |
| 13 | 2.46 | 4 | 14 | 3.29 | 5.40 | 8.11 | 1.472 |
| 14 | 2.21 | 3 | 15 | 3.41 | 5.40 | 7.55 | 1.888 |
| 15 | 1.97 | 4 | 20 | 4.75 | 7.02 | 9.35 | 2.029 |
| 16 | 1.74 | 6 | 30 | 7.45 | 10.31 | 12.96 | 2.230 |

*Estos valores están tomados en parte del manual No. 2, Master Sampling Plans for Single, Duplicate, Double and Multiple Sampling de la Chemical Corps Engineering Agency, 1953

En este ejemplo se obtiene $R = p'_2 / p'_1 = 0.06 / 0.01 = 6$. Luego se encuentra el plan con un valor de R lo más cercano posible al valor calculado de R . En este caso es el

plan 3, con $c_1 = 1$ y $c_2 = 3$. El valor de n_1 se determina a partir de cualquiera de las dos columnas encabezadas con $p' n_1$. Estas corresponden a mantener α constante en 0.05 (dado $Pa = 0.95, 1 - \alpha$) y a mantener β constante en 0.10 (dado $Pa = 0.10$). En este problema, tenemos primero que :

manteniendo α constante en 0.05, se obtendrá $p' n_1 = 0.60$. Así,

$$n_1 = p' n_1 / p'_1 = 0.60 / 0.01 = 60$$

y, por lo tanto el plan deseado de muestreo es

$$n_1 = 60 \quad c_1 = 1 \quad n_2 = 120 \quad c_2 = 3$$

Segundo, manteniendo β constante en 0.10, se obtendrá $p' n_1 = 3.89$, y

$$n_1 = p' n_1 / p'_2 = 3.89 / 0.06 = 65$$

por lo tanto, el plan deseado de muestreo es

$$n_1 = 65 \quad c_1 = 1 \quad n_2 = 130 \quad c_2 = 3$$

Cualquiera de estos planes pasará aproximadamente por los dos puntos requeridos de la curva CO, es claro que los riesgos que no se mantienen, tienden a modificarse, ver muestreo simple. Es importante destacar que el cuadro 5.1 y la tabla A.11, no son las únicas tablas de posible relaciones entre los parámetros; ya que existe una gran variedad de las mismas. El objetivo de esta sección es mostrar el procedimiento utilizado que es similar a cualquier otro.

Número Muestral Medio con Inspección Completa de la Segunda Muestra

Otra característica del muestreo doble es el número muestral medio NMM (average sample number, ASN), la cual se divide en dos partes con inspección completa

de la segunda muestra y con inspección abreviada, vemos primero la inspección completa. Sabemos que una muestra Simple por Atributos el tamaño de la muestra es siempre constante mientras que obviamente en el doble varía, dependiendo de si es o no necesario una segunda muestra por lo tanto, el tamaño muestral es una variable (w), donde la probabilidad de una segunda muestra varía en relación a p' . En el muestreo doble, el tamaño muestral es una variable w , tal que:

$$W = \begin{cases} n_1 & \text{con probabilidad } P_1 \\ n_1 + n_2 & \text{con probabilidad } 1 - P_1 \end{cases}$$

donde: P_1 es la probabilidad de una decisión en la primera muestra, es decir la probabilidad de aceptación más la probabilidad de rechazar en la primera muestra.

entonces: el NMM es el valor esperado de esta variable

$$\text{NMM} = E(w)$$

$$\text{NMM} = n_1 (P_1) + (n_1 + n_2) (1 - P_1)$$

$$\text{NMM} = n_1 + n_2 (1 - P_1)$$

Esta es la fórmula del NMM para un muestreo doble con una inspección completa para curvas CO tipo B. siendo aplicable a la del tipo A.

Una ventaja de los planes de muestreo es que, en general el $\text{NMM} < n$, tamaño muestral de un plan de muestreo simple, es decir, el costo promedio de inspección es

menor. Sin embargo, también debe considerarse el costo administrativo, ya que un plan de muestreo doble es más complicado para el de muestreo sencillo.

Ejemplo:

Sea un proceso doble de muestreo con $n_1 = 50$, $n_2 = 100$, $c_1 = 2$ y $c_2 = 6$ y supongamos una curva CO tipo B. Si $p' = 0.06$, tenemos:

$P(A_1) = 0.423$ es la probabilidad de aceptación de la primera muestra es decir de sacar 2 o menos unidades defectuosas.

$P(R_1) = 0.034$ es la probabilidad de rechazo en la primera muestra es decir de sacar más de 6 unidades defectuosas.

Entonces, la Probabilidad de Decisión es de $0.423 + 0.034 = 0.457$ donde $1 - P_1 = 1 - 0.457 = 0.543$ que es la probabilidad de tomar una segunda muestra. por lo tanto:

$$NMM = n_1 + n_2 (1 - P_1)$$

$$NMM = 50 + 100 (0.543)$$

$$NMM \approx 104$$

Esta es la ordenada de la curva del número promedio de muestra para un punto con abscisa 0.06, véase la figura 5.3; los demás puntos de la ordenada obviamente corresponden a otros de la abscisa (p') y pueden calcularse de manera similar.

La Curva del NMM con Inspección Abreviada

Cuando no existe una decisión después de la primera muestra, se realiza la inspección de la segunda muestra y en la práctica dejamos de inspeccionar cuando el número de unidades defectuosas en las muestras combinadas excede el número de aceptación c_2 , ya que no tiene sentido continuar inspeccionando, pues el lote es rechazado. La inspección se trunca esto se denomina Inspección Abreviada

Cabe hacer el comentario que es deseable seguir con la inspección aunque el lote fuese rechazado, esta acción tiene el propósito de proporcionar información para crear un historial del material, además, si la inspección no se realizará en forma completa, sino en forma abreviada, las estimaciones de la calidad se verían con mucho sesgo.

La fórmula para la curva del NMM para un muestreo doble con inspección abreviada para curvas CO Tipo B (la misma ecuación es aplicable en la curva tipo A) es:

$$\text{NMM} = n_1 + \sum_{K=c_1+1}^{c_2} P_{(n_1=K)} \left[n_2 P_{(n_2 \leq c_2-K)} + \frac{c_2 - k + 1}{p'} P_{(n_2+1 \geq c_2-K+2)} \right] \quad (5.1)$$

donde:

n_1 = Tamaño de la primera muestra

n_2 = Tamaño de la segunda muestra

c_1 = Número de Aceptación para la primera muestra

c_2 = Número de Aceptación para las muestras combinadas

$P(n = x)$ = Probabilidad de tener exactamente x elementos defectuosos de cada n

$P(n \leq x)$ = Probabilidad de tener x o menos elementos defectuosos de cada n

$P(d \geq x)$ = Probabilidad de tener x o más elementos defectuosos de cada n donde $d = n_2 + 1$ y K es una variable sumatoria

El cuadro 5.2 es de gran ayuda para el cálculo de la curva del NMM para un plan de muestreo doble con inspección abreviada o troncada técnica utilizada por Burr (1973).

CUADRO 5.2. Cálculos para inspección abreviada

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|-----------|-----------|--------------|--------------------|----------------------------|-------------------------|-------------------|-------------|
| k | $c_2 - k$ | $P(n_1 = k)$ | $P(n_2 = c_2 - k)$ | $P(n_2 + 1 = c_2 - k + 2)$ | $\frac{c_2 - k + 1}{p}$ | $n_2(4) + (5)(6)$ | $(3) + (7)$ |
| $c_1 + 1$ | | | | | | | |
| $c_2 + 2$ | | | | | | | |
| \vdots | | | | | | | |
| \vdots | | | | | | | |
| c_2 | | | | | | | Σ |

por lo tanto:

$$\text{NMM} = n_1 + \Sigma (\text{Columna 8})$$

Ejemplo:

Sea un proceso de muestreo doble con $n_1 = 50$, $c_1 = 2$, $n_2 = 100$ y $c_2 = 6$ y supongamos una curva CO tipo B donde $p' = 0.08$. Calculemos ahora la ordenada para una curva del NMM abreviada.

Solución.

Realizando los Cálculos tenemos:

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|-----|-----------|--------------|--------------------|----------------------------|--------------------------|-------------------|---------------|
| k | $c_2 - k$ | $P(n_1 = k)$ | $P(n_2 = c_2 - k)$ | $P(n_2 + 1 = c_2 - k + 2)$ | $\frac{c_2 - k + 1}{p'}$ | $n_2(4) + (5)(6)$ | $(3) + (7)$ |
| 3 | 3 | 0.195 | 0.0424 | 0.9048 | 50.0 | 49.48 | 9.6 |
| 4 | 2 | 0.196 | 0.0138 | 0.9598 | 37.5 | 37.37 | 7.3 |
| 5 | 1 | 0.156 | 0.0030 | 0.9874 | 25.0 | 24.99 | 3.9 |
| 6 | 0 | 0.104 | 0.0003 | 0.9972 | 12.5 | 12.50 | 1.4 |
| | | | | | | | Σ 22.2 |

Por lo tanto:

$$\text{NMM}(p' = 008) = n_1 + \Sigma(8) = 50 + 22.2 = 72.2$$

Este resultado queda ilustrado en la figura 5.3. El mismo procedimiento es utilizado para calcular cualquier ordenada de la curva del NMM abreviada para cualquier p' , se observará que esta ordenada es mucho menor que la correspondiente al mismo proceso con inspección completa.

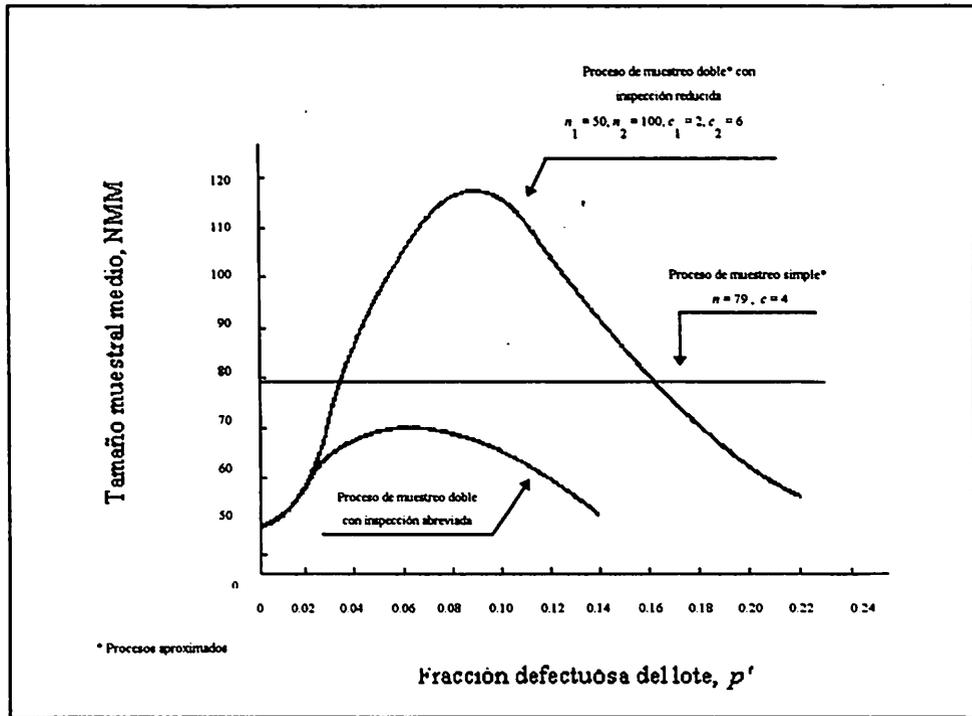


FIGURA 5.3. Curvas del NMM para procesos de muestreo para planes simple y doble

En la figura 5.3 hacemos una comparación entre las curvas del número promedio de muestra con inspección completa y abreviada para el mismo proceso de muestreo doble $n_1 = 50$, $c_1 = 2$, $n_2 = 100$, $c_2 = 6$. Asimismo mostramos una “curva del número medio muestral” para un muestreo sencillo con aproximadamente la misma curva de operación la cual obviamente es, por supuesto, una línea horizontal, puesto que siempre se toma la misma cantidad de elemento en cada muestra.

Resaltando en la figura 5.3 que, la curva del NMM abreviada está por debajo de la “curva del NMM” correspondiente al muestreo sencillo durante toda la amplitud de p' .

Inspección Rectificadora

Si los elementos defectuosos son reemplazados por otros buenos, tanto en el muestreo como en la inspección al 100 por ciento, la CMS de un proceso doble de muestreo para inspección por atributos que pide un 100 por ciento de inspección de los lotes rechazados, estará dado por:

$$CMS = \frac{[Pa_1(N - n_1) + Pa_2(N - n_1 - n_2)] p'}{N} \quad (5.2)$$

donde:

$Pa_1(N - n_1)$ = Promedio o Número de elementos que espera pasarán por lote después de tomar sólo una muestra de n_1

$Pa_2(N - n_1 - n_2)$ = Número esperado de elementos aceptados por lote después de tomar una muestra de $n_1 + n_2$

La ecuación 5.2 es un promedio general, de la relación de los elementos defectuosos y el total de los que pasaron inspección. Después de muchos lotes, ya que los elementos de estos lotes tendrán una fracción defectuosa promedio p' . Si N es grande en relación con n_1 ; la ecuación 5.2 quedará reducida aproximadamente como:

$$CMS = Pa p' \quad (5.3)$$

A continuación se muestra en la figura 5.4 la curva de la CMS de un plan de muestreo doble con $n_1 = 50$, $n_2 = 100$, $c_1 = 2$, $c_2 = 6$.

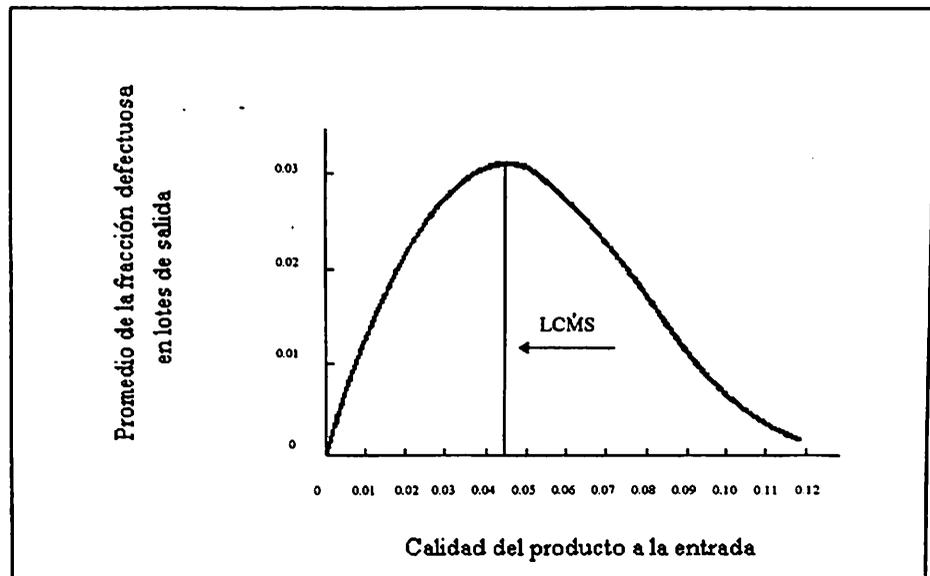


FIGURA 5.4. Curva de la CMS para un plan doble

Como se podrá observar en la figura 5.4 se muestra también el LCMS (límite de la calidad media de salida), este es calculado a partir de la curva CO (curva II de la figura 5.2) y el procedimiento es el siguiente: Se obtienen las probabilidades de aceptación para todos los diferentes valores de p' y después se multiplican por Pa , esto es, $Pa p'$, encontrando el máximo valor que en este caso es de 0.032. Como se podrá observar resulta bastante tedioso de realizar por lo cual, se omite los cálculos.

Curva de Inspección Total Media ITM

La inspección total media de acuerdo con un proceso de muestreo doble en el cual los lotes rechazados son inspeccionados al 100 por ciento, está dado por:

$$ITM = n_1 Pa_1 + (n_1 + n_2) Pa_2 + N(1 - Pa) \quad (5.4)$$

donde:

Pa_1 = Probabilidad de aceptación en la primera muestra

Pa_2 = Probabilidad de aceptación en la segunda muestra

Pa = Probabilidad de aceptación final.

$1 - Pa$ = Probabilidad de rechazo final

Dado que $Pa = Pa_1 + Pa_2$. La ecuación 5.4 puede escribirse como:

$$ITM = n_1 + n_2(1 - Pa) + (N - n_1 - n_2)(1 - Pa) \quad (5.5)$$

La ecuación 5.5 tiene justificación en los siguientes razonamientos.

a).- Dado que solamente n_1 elementos serán inspeccionados si se acepta el lote en la primera muestra, y la probabilidad es Pa .

b).- Dado que $(n_1 + n_2)$ elementos serán inspeccionados si el lote es aceptado en la segunda muestra, y la probabilidad es Pa_2

c).- Dado que N elementos serán inspeccionados si el lote es rechazado, y la posibilidad es $1 - Pa$.

Para ilustrar el uso de la ecuación 5.5. Considérese el cálculo de la inspección total media para el proceso $n_1 = 50$, $n_2 = 100$, $c_1 = 2$, $c_2 = 6$, y un tamaño del lote $N = 1\ 600$. Sea $p' = 0.06$, sabemos que la probabilidad de aceptación (ver ejemplo anterior) es de 0.423 (es decir la probabilidad de 2 o menos elementos defectuosos en

cada 50), y la probabilidad de rechazo en la primera muestra (es decir la probabilidad de que haya 6 o más elementos defectuosos en cada 50) es de 0.034.

La probabilidad de rechazo final es 0.532. Así, para $p' = 0.06$, la inspección total media es:

$$ITM = 50 + 100 (1 - 0.423) + (1600 - 150)(0.532)$$

$$ITM = 50 + 58 + 772 = 880$$

Esto señala un punto en la curva de la ITM. La curva completa aparece en la figura 5.5, la cual muestra también la curva de la ITM para un proceso de muestreo sencillo que tiene aproximadamente la misma curva CO que el proceso de muestreo doble que ilustramos.

Se notará que el proceso de muestreo doble tiene menos inspección total que el de muestreo sencillo para valores bajos y altos del promedio del proceso, en tanto que para valores intermedios, la inspección total en un proceso de muestreo sencillo, es ligeramente inferior a la de muestreo doble.

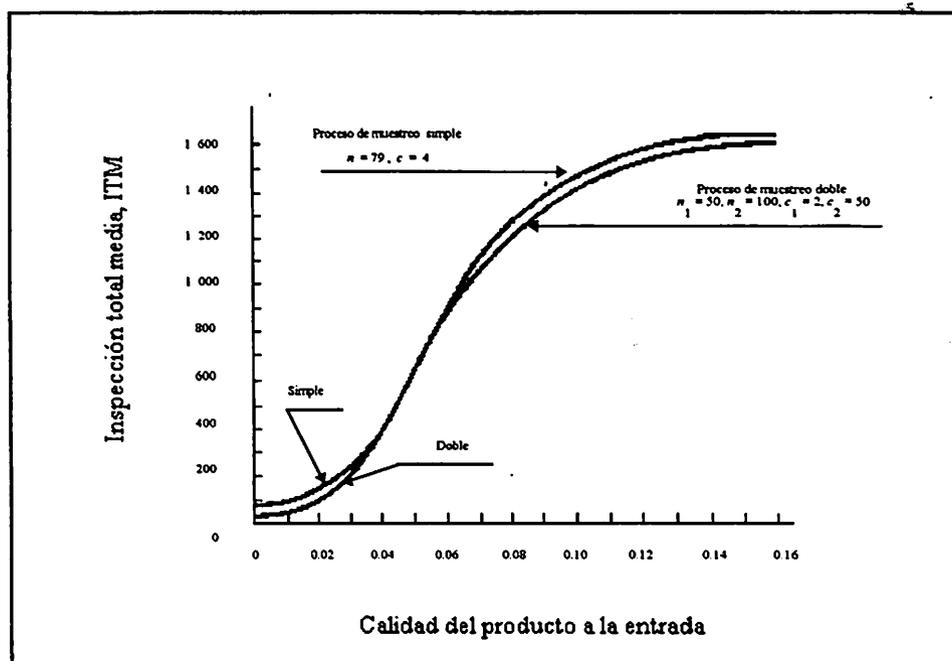


Figura 5.5. Comparación de las curvas de ITM para planes simple y dobles, con CO aproximadamente iguales

Manejo de Tablas de Muestreo Doble

Estos planes de muestreo doble también fueron desarrollados por Dodge-Romig (1959), y tienen como objetivo minimizar la cantidad del número medio muestral el cual es el equivalente a la ITM del muestreo simple, en base a un límite de calidad media de salida LCMS o a un porcentaje defectuoso tolerado en el lote PDTL, protegiendo tanto al consumidor como al productor, y se clasifican en las mismas categorías que las de muestreo simple.

Planes en Función del LCMS

Tomamos las mismas condiciones que en el muestreo simple ver sección. La tabla A.6 presenta planes de muestreo doble para el valor del LCMS del 3 por ciento.

Ejemplo:

Supongamos que se compran rollos de alambre para cercas a un cierto fabricante. Después de recibir 1 000 rollos, se estima una la fracción defectuosa del proceso de su proveedor es de 0.78 por ciento. Los lotes son de 2 500 rollos, usted y el fabricante han acordado muestrear bajo un valor del LCMS del 3 por ciento. Encuentre un plan de muestreo doble que minimice el NMM

Solución:

Buscando en la tabla A.6, se tiene:

$$n_1 = 28 \quad c_1 = 0$$

$$n_2 = 62 \quad c_2 = 4 \quad \text{donde } n_1 + n_2 = 90$$

con un PDTL = 0.10

Planes en Función del PDTL

El diseño de un plan de muestreo doble sigue los mismos procedimientos de un esquema simple.

En este caso trabajaremos con la tabla A.10 para un valor del porcentaje defectuoso tolerable en el lote del uno por ciento.

Ejemplo:

Un proceso de fabricación de tornillos genera lotes de 1 500 piezas. Se desea encontrar un plan de muestreo doble para el cual el PDDL sea del 1 por ciento cuando la fracción defectuosa del proceso es de 0.0115.

Solución:

Buscando en la tabla A.10, encontramos que el plan a seguir está determinado por:

$$n_1 = 265 \quad c_1 = 0$$

$$n_2 = 155 \quad c_2 = 1, \text{ siendo } n_1 + n_2 = 420$$

con un LCMS = 0.18

Dado que un plan de muestreo doble no siempre se extrae una segunda muestra, el promedio defectuoso del proceso se estima únicamente a partir de la primera muestra.

PLAN DE MUESTREO SECUENCIAL

Introducción

Este plan es una extensión del concepto de muestreo doble. En el muestreo sencillo, el número de elementos examinados queda determinado en forma definida por el proceso. En el muestreo doble, se vio que el número de elementos muestreados está determinado en parte por el proceso, pero en parte, también, por los resultados del proceso del muestreo.

Es decir, si un lote es aceptado o rechazado en la primera muestra, no hay necesidad de tomar una segunda muestra. Esta es la razón por la que se encontró que el doble muestreo ofrece la posibilidad de un costo de muestreo reducido.

En el muestreo secuencial se toma una sucesión de muestras del lote, y los resultados del proceso de muestreo determinan por completo el número de muestras que se toman. El muestreo secuencial puede proseguir en teoría indefinidamente, hasta realizar una inspección al 100 por ciento. Sin embargo, en la práctica los planes de muestreo secuencial se cortan, por lo regular después de que el número de artículos inspeccionados es igual a tres veces dicho número utilizando un muestreo simple correspondiente. Si el tamaño muestral seleccionado en cada etapa es mayor que 1, el proceso se llamará muestreo secuencial grupal. Si el tamaño de muestra inspeccionado en cada etapa es 1, el procedimiento suele denominarse muestreo secuencial elemento por elemento.

Muestreo Secuencial Elemento por Elemento

Este tipo de muestreo secuencial autoriza tomar una decisión cada vez que un nuevo elemento es inspeccionado. A través de la historia se conocen al menos tres estudios independientes del muestreo secuencial. El más conocido en los estados unidos fue el creado por Abraham Wald (1947) cuando era miembro del statistical research group, organizado en la Universidad de Columbia durante la II Guerra Mundial. Otro fue el ideado por G. A. Barnand en Inglaterra. Ambos, se interesaron por el muestreo secuencial elemento por elemento. Un tercer desarrollo fue el realizado por W. Bartky. Este seguía una línea del muestreo múltiple o muestreo secuencial por "conjunto". Nos ocuparemos del trabajo de A. Wald por tener una gran aceptación en la industria.

Procedimiento de Extracción de la Muestra

El concepto básico del muestreo secuencial se centra en la obtención y uso de la razón de probabilidad secuencial RPS (sequential probability ratio; SPR), el cual es el cociente de la probabilidad de un resultado en particular, en termino del número de artículos muestreados y el número de artículos defectuosos encontrados en la muestra. Suponga que deseamos probar una hipótesis nula simple H_0 , contra una alternativa simple H_a , respecto al parámetro p' .

$$H_0 : p' = p'_1$$

$$H_a : p' = p'_2$$

07430

donde p'_1 es la calidad para la cual la probabilidad de aceptación es $1 - \alpha$ y p'_2 es la calidad para la cual la probabilidad de aceptación es β . Si p'_1 es el NAC y p'_2 es el PDTL, entonces α y β son el riesgo del productor y consumidor respectivamente

Wald (1947) comienza con p'_1 , p'_2 , α y β determinados. Ahora observemos una secuencia de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas x_1, x_2, \dots, x_n . Suponemos que la función de densidad para x es $f_1(x)$ bajo la hipótesis nula y $f_2(x)$ bajo la hipótesis alternativa.

Después de cada observación realizada, calculamos la razón de verosimilitud:

$$L = \frac{\prod [f_1(x_i)]}{\prod [f_2(x_i)]}$$

Pero dado que nosotros sabemos que dada las características de observaciones individuales, se tienen la función de densidad

$$f(x) = p'^x (1-p')^{n-x} \quad (6.1)$$

En general, la razón de probabilidad secuencial está dada por:

$$RPS = \frac{p_2'^x (1-p_2')^{n-x}}{p_1'^x (1-p_1')^{n-x}} = \left(\frac{p_2'}{p_1'} \right)^x \left(\frac{1-p_2'}{1-p_1'} \right)^{n-x} \quad (6.2)$$

donde:

n = tamaño de la muestra

x = es el número de artículos defectuosos

Si usamos logaritmos queda

$$\begin{aligned} \log RPS &= x \log \left[\frac{p'_2}{p'_1} \right] + (n-x) \log \left[\frac{1-p'_2}{1-p'_1} \right] \\ &= x \log \left[\frac{p'_2(1-p'_1)}{p'_1(1-p'_2)} \right] + n \log \left[\frac{1-p'_2}{1-p'_1} \right] \end{aligned} \quad (6.3)$$

En el análisis secuencial, el número de observaciones que se hacen no se determina de forma anticipada, sino que se hace una observación a la vez, y después de cada observación decidimos llevar a cabo una de las siguientes tres acciones:

- i).- No se rechaza la hipótesis H_0
- ii).- Rechazar la hipótesis H_0
- iii).- Hacer una observación adicional

Con el siguiente procedimiento. Se calcula el valor de la RPS después de inspeccionar cada artículo, hasta que el resultado es mayor o igual a $A = (1 - \beta)/\alpha$ o menor o igual que $B = \beta(1 - \alpha)$. En el primer caso el lote se rechaza; y en el segundo el lote se acepta. Mientras la RPS esté entre A y B, la decisión es seguir muestreando.

Sea $(1 - \alpha)$ la probabilidad de aceptar lotes con calidad p'_1 ; y β , la probabilidad de aceptar lotes con calidad p'_2 . Si igualamos la RPS a sus valores de rechazo y aceptación (A y B) respectivamente, tendremos dos ecuaciones simultáneas.

$$RPS = \frac{p_2'^x (1 - p_2')^{n-x}}{p_1'^x (1 - p_1')^{n-x}} = A = \frac{(1 - \beta)}{\alpha} \quad (6.4)$$

$$RPS = \frac{p_2'^x (1 - p_2')^{n-x}}{p_1'^x (1 - p_1')^{n-x}} = B = \frac{\beta}{(1 - \alpha)}$$

Siguiendo el análisis dado por la ecuación 6.3, las ecuaciones 6.4 se pueden ordenar en forma que exprese a x como función de n y simplificando, obtenemos:

$$x = -h_1 + sn; \text{ para no rechazar}$$

$$x = h_2 + sn; \text{ para rechazar} \quad (6.5)$$

Esta es la ecuación de las dos líneas limitantes para los valores especificados de p'_1, p'_2, α y β . La figura 6.1 ilustra lo anterior; los parámetros de la ecuación 6.5 son:

$$h_1 = \log\left(\frac{1 - \alpha}{\beta}\right) / \log\left[\frac{p_2' (1 - p_1')}{p_1' (1 - p_2')}\right]$$

$$h_2 = \log\left(\frac{1 - \beta}{\alpha}\right) / \log\left[\frac{p_2' (1 - p_1')}{p_1' (1 - p_2')}\right]$$

$$s = \log\left(\frac{(1 - p_1')}{(1 - p_2')}\right) / \log\left[\frac{p_2' (1 - p_1')}{p_1' (1 - p_2')}\right]$$

Deberá notarse cuidadosamente que el símbolo "s" se usa en el muestreo secuencial para representar la pendiente de las líneas de aceptación, y no debe tomarse en ninguna forma como representativo de una desviación estándar. Gráficamente, este resultado puede verse en la figura 6.1, donde se muestran dos líneas rectas paralelas, cada una con una pendientes e interceptos h_2 y $-h_1$.

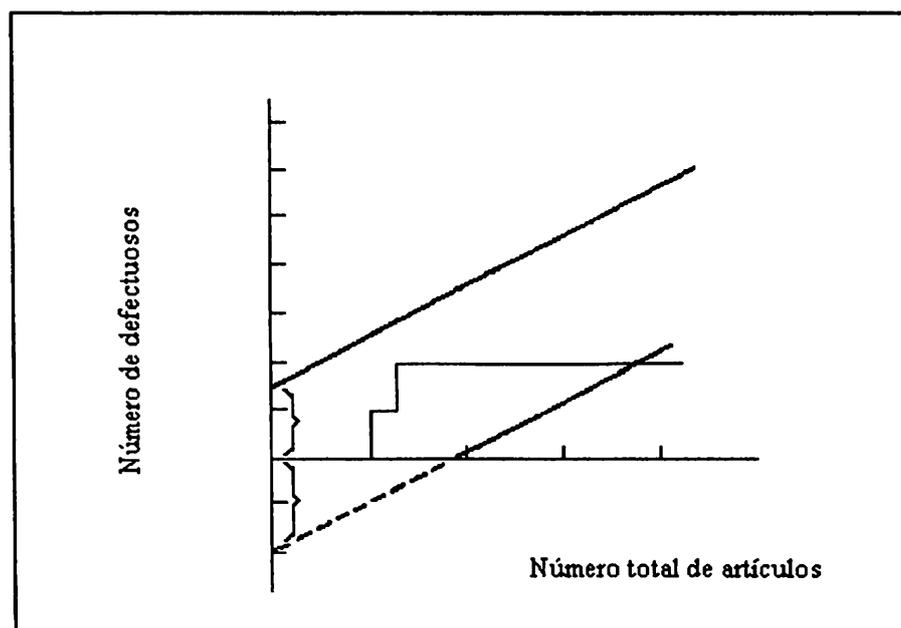


FIGURA 6.1. Funcionamiento gráfico del muestreo secuencial

En la figura 6.1 se ilustra el funcionamiento de un plan de muestreo secuencial elemento por elemento. El número acumulativo de defectuosos observados se presenta en la gráfica. Para cada punto, la abscisa representa el número total de artículos seleccionados hasta el momento, y la ordenada es el número total de defectuosos observado, es claro que debemos empezar desde el punto de partida, es decir, con $n = 0$ y $x = 0$. Si los puntos quedan entre las fronteras de las líneas de aceptación y de rechazo, hay que tomar otra muestra. En cuanto un punto cae en la línea superior o por arriba de

ésta, se rechaza el lote. Cuando un punto muestral queda en la línea inferior o por debajo de ésta, se acepta el lote.

Ejemplo:

Sea $p'_1 = 0.02$, $p'_2 = 0.08$ para $\alpha = 0.05$, $\beta = 0.10$, deseamos encontrar un plan de muestreo secuencial que cumpla estos parámetros, es decir, queremos probar la siguiente prueba de hipótesis:

$$H_0 : p'_1 = 0.02$$

$$H_a : p'_2 = 0.08$$

con $\alpha = 0.05$ y $\beta = 0.10$, entonces:

$$h_1 = \log\left(\frac{1-0.05}{0.10}\right) / \log\left[\frac{0.08(1-0.02)}{0.02(1-0.08)}\right] = 1.5532$$

$$h_2 = \log\left(\frac{1-0.10}{0.05}\right) / \log\left[\frac{0.08(1-0.02)}{0.02(1-0.08)}\right] = 1.9941$$

$$s = \log\left(\frac{(1-0.02)}{(1-0.08)}\right) / \log\left[\frac{0.08(1-0.02)}{0.02(1-0.08)}\right] = 0.0436$$

Por lo tanto:

i).- No rechazamos un lote cuando estamos por debajo de la recta.

$$x = -1.5532 + 0.0436 n$$

ii).- Rechazamos un lote cuando estamos por arriba de la recta.

$$x = 1.9941 + 0.0436 n$$

iii).- Continuamos la inspección para valores de n y x entre las líneas, esto se muestra en la figura 6.2.

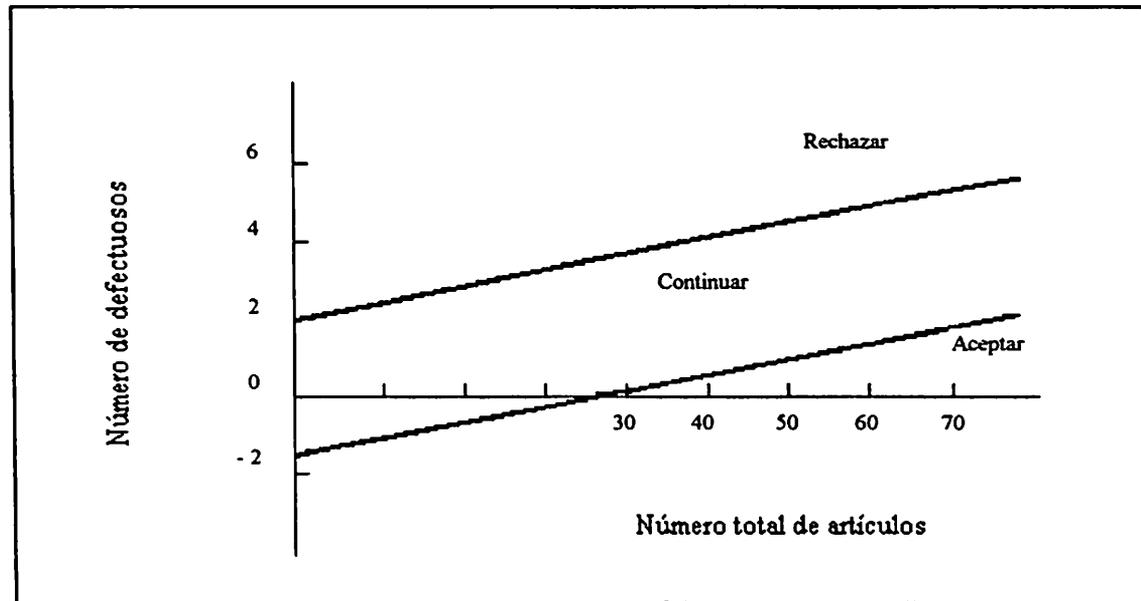


FIGURA 6.2. Plan de muestreo secuencial $p'_1 = 0.02$, $p'_2 = 0.08$, $\alpha = 0.05$, $\beta = 0.10$

Muestreamos artículo por artículo y cada vez que aparezca un artículo defectuoso, subiremos una unidad en la ordenada; es lógico que al desplazarnos tanto hacia arriba como a la derecha, terminaremos por aceptar o rechazar el lote.

En nuestra prueba de hipótesis, para no rechazar H_0 con ningún artículo defectuoso, es decir con $x = 0$, tendremos:

$$0 = -1.5532 + 0.0436 n$$

resolviendo para n , tenemos $n = 35.62 \cong 36$

Esto quiere decir que se requiere inspeccionar 36 artículos consecutivos sin detectar uno defectuoso para aceptar el lote lo más pronto posible, lo anterior se puede observar en la figura 6.2.

Tenemos también, que para no rechazar H_0 con un artículo defectuoso, es decir con $x = 1$:

$$1 = -1.5532 + 0.0436 n$$

$$n = 58.56 \cong 59$$

Lo cual nos indica que se requiere encontrar un artículo defectuoso de 59 inspeccionados para aceptar el lote. En resumen:

para $c = 0$ el plan sería $36 \leq n \leq 58$; No rechazar

para $c = 1$ el plan sería $59 \leq n \leq 82$; No rechazar

y así sucesivamente.

Para rechazar H_0 , podemos aplicar la misma idea, resolviendo la ecuación, se tiene:

$$x = 1.9941 + 0.0436 n = n$$

$$n = 2.09$$

Es decir que el rechazo de H_0 más próximo solo puede hacerse con $n = 3$ y $x = 3$; esto es que los tres primeros artículos sean defectuosos; entonces si

$$x = 1.9941 + 0.0436 n = 3$$

$$n = 23.07 \cong 23$$

Nos dice que para rechazar H_0 , tendríamos que encontrar 3 artículos defectuosos entre los primeros 23 muestreados, es decir el plan sería:

Rechazar H_0 con $c = 3$ de entre $0 \leq n \leq 23$

En la práctica, hay que convertir estas rectas en una tabla de números de aceptación y rechazo artículo por artículo, el cuadro 6.1 muestra solo ciertos valores de n para nuestro plan de muestreo secuencial.

CUADRO 6.1. Plan de Muestreo Secuencial $p'_1 = 0.02$, $p'_2 = 0.08$, $\alpha = 0.05$, $\beta = 0.10$

| Número de Artículos defectuosos | Número de Aceptación | Número de Rechazo | Número de Artículos defectuosos | Número de Aceptación | Número de Rechazo |
|---------------------------------|----------------------|-------------------|---------------------------------|----------------------|-------------------|
| 1 | 0 | 3 | 104 | 2 | 7 |
| 2 | 0 | 3 | 105 | 3 | 7 |
| 3 | 0 | 3 | 114 | 3 | 7 |
| 4 | 0 | 3 | 115 | 3 | 8 |
| 23 | 0 | 3 | 127 | 3 | 8 |
| 24 | 0 | 4 | 128 | 4 | 8 |
| 35 | 0 | 4 | 138 | 4 | 9 |
| 36 | 0 | 4 | 150 | 4 | 9 |
| 45 | 0 | 4 | 151 | 5 | 9 |
| 46 | 0 | 5 | 160 | 5 | 9 |
| 58 | 0 | 5 | 161 | 5 | 10 |
| 59 | 1 | 5 | 173 | 5 | 10 |
| 68 | 1 | 5 | 174 | 6 | 10 |
| 69 | 1 | 6 | 183 | 6 | 10 |
| 81 | 1 | 6 | 184 | 6 | 11 |
| 82 | 2 | 6 | 185 | 6 | 11 |
| 91 | 2 | 6 | 186 | 6 | 11 |
| 92 | 2 | 7 | 190 | 6 | 11 |

La curva Característica de Operación para Muestreo Secuencial

La curva CO tipo A y B, para el procedimiento de RPS pueden ser diseñadas a partir de cinco puntos. El proceso se proyecta de la siguiente manera, se recordará, que la probabilidad de aceptación para p' igual a p'_1 es de $1 - \alpha$, y la probabilidad de aceptación para p' igual a p'_2 es β . Esto origina dos puntos de la curva. Puede también demostrarse que s siempre se localiza entre p'_1 y p'_2 , y la probabilidad de aceptación para una fracción defectuosa de un lote igual a s es $h_1 / h_1 + h_2$. Esto proporciona un tercer punto de la curva, cerca de su media. En resumen para la construcción de una curva CO, se tiene el cuadro 6.2.

CUADRO 6.2. Puntos Esenciales de una curva CO de un Plan de Muestreo Secuencial.

| Valor de p' | Probabilidad de Aceptación Pa | p' | Pa |
|---------------|---------------------------------|------|------|
| 0.0 | 1.0 | 0.00 | 1.00 |
| p'_1 | $1 - \alpha$ | 0.02 | 0.95 |
| s | $h_1 / h_1 + h_2$ | 0.04 | 0.56 |
| p'_2 | β | 0.08 | 0.10 |
| 1.0 | 0.00 | 1.00 | 0.00 |

las columnas 3 y 4 son cálculos de nuestro ejemplo. Estas coordenadas se muestran en la figura 6.3.

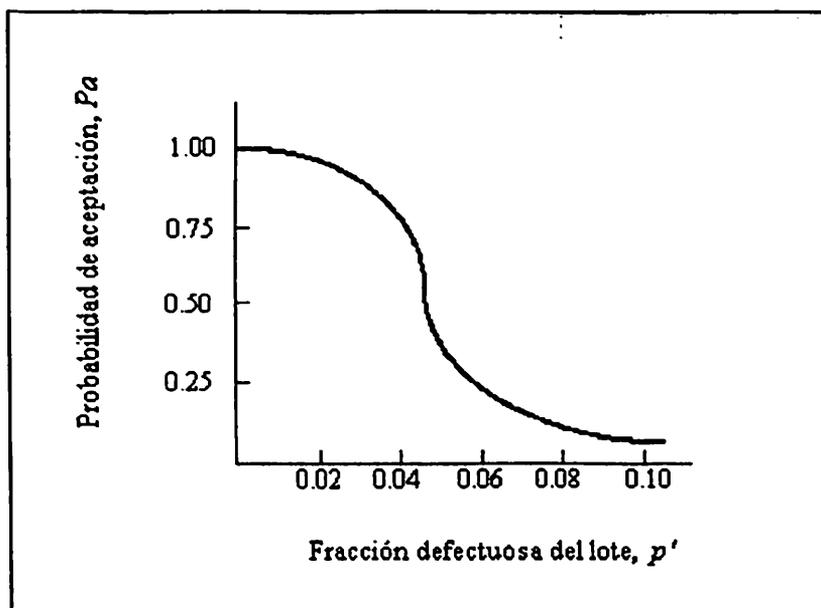


FIGURA 6.3. Curva CO para un muestreo secuencial, para un plan $p'_1 = 0.02$, $p'_2 = 0.08$,
 $\alpha = 0.05$, $\beta = 0.10$

La Curva del Número Muestral Medio para Muestreo Secuencial

Un plan de muestreo secuencial podría requerir la inspección de grandes muestras, lo que ocasionaría ciertos incrementos en los costos de inspección. Para protegernos de ese evento, que por cierto es poco probable, podríamos decidir truncar la inspección después de un cierto valor de n , del tamaño muestral. Wald (1947) recomienda que esto se haga para un valor de n igual a 2.5 veces el NMM, para una fracción defectuosa igual a la pendiente, s . Tal como se verá posteriormente, el valor del NMM está dado por:

$$\text{NMM} = \frac{h_1 h_2}{s(1-s)}$$

Para nuestro ejemplo:

$$\text{NMM} = \frac{(1.5531)(1.9941)}{(0.0436)(0.9564)} = 74.3$$

Por lo tanto, el número para truncar el muestreo es:

$$n = 2.5 (74.3) \cong 186 \text{ artículos.}$$

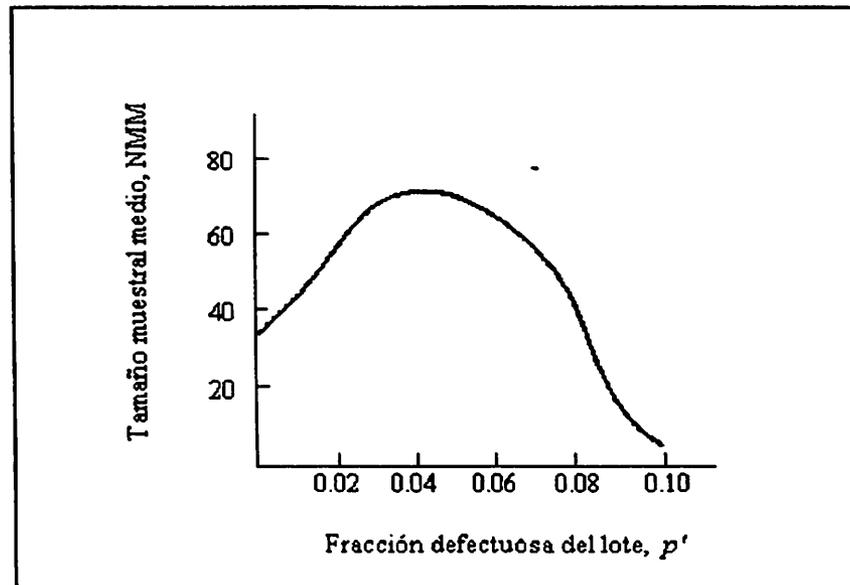
Para $n = 186$, tenemos que el número de aceptación es 6 y el número de rechazo es 11. El promedio de estos dos números es 8.5. Entonces, rechazaríamos el lote si tenemos 9 o más piezas defectuosas, después de haber inspeccionado 186 de ellas y aceptaríamos si tenemos 8 o menos. Al igual que para los planes de muestreo doble, el NMM en un plan de muestreo secuencial depende del valor de p' es decir de la fracción defectuosa. Cuando p' es muy pequeño o muy grande, el valor del NMM es pequeño.

Su valor máximo está en $p' = s$. En particular, si $p' = 0$, $\text{NMM} = h_1/s$, lo que equivale a resolver a resolver la línea de aceptación con $p' = 0$. Similarmente, para $p' = 1$, el valor del NMM está dado por $h_2/(1 - s)$. En el cuadro 6.3 se muestra los cinco puntos para la construcción de una curva del NMM.

CUADRO 6.3. Puntos Esenciales de una Curva del NMM para un Muestreo Secuencial.

| Valor de p' | NMM | p' | NMM |
|---------------|---|------|------|
| 0.00 | h_1/s | 0.00 | 36.6 |
| p'_1 | $\frac{(1-\alpha)h_1 - \alpha h_2}{s-p'_1}$ | 0.02 | 58.3 |
| s | $\frac{h_1 h_2}{s(1-s)}$ | 0.04 | 74.3 |
| p'_2 | $\frac{(1-\beta)h_2 - \beta h_1}{p'_2 - s}$ | 0.08 | 45.0 |
| 1.00 | $\frac{h_2}{1-s}$ | 1.00 | 2.1 |

La columnas 3 y 4 son cálculos de nuestro ejemplo Estos puntos se muestran en la figura 6.4.

FIGURA 6.4. Curva del NMM para un plan $p'_1 = 0.02$, $p'_2 = 0.08$, $\alpha = 0.05$, $\beta = 0.10$

El uso de la tabla A.23 creada por el Statistical Research Group (1945) de la Universidad de Columbia, es de gran ayuda para trazar una curva del NMM sin necesidad de realizar cálculos

Inspección Rectificadora, Calidad Media de Salida

Como en los casos anteriores, la CMS para un proceso de muestreo de la RPS elemento por elemento en donde los lotes rechazados son inspeccionados al 100 por ciento, está dado aproximadamente por:

$$CMS = Pa p' \quad (6.6)$$

La Curva de la Inspección Total Media estará dada por:

$$ITM = Pa \frac{A}{C} + (1 - Pa)N \quad (6.7)$$

donde:

$$A = \log \frac{\beta}{1 - \alpha}$$

$$B = \log \frac{1 - \beta}{\alpha}$$

$$C = p' \log \left(\frac{p'_2}{p'_1} \right) + (1 - p') \log [(1 - p'_2)(1 - p'_1)]$$

en la que N es el tamaño del lote, p'_1 es el valor de p' para el cual la probabilidad de aceptación del lote es $1 - \alpha$, p'_2 es el valor de p' para el cual la probabilidad de aceptación del lote es β , y Pa es la probabilidad de aceptación del lote para la calidad p' mencionado por Anscombe (1949).

La cantidad de muestreo n se comporta como una variable aleatoria que toma el valor A/C cuando el lote es aceptado y B/C cuando es rechazado. De acuerdo con la inspección rectificadora que se estudia, sin embargo, un lote rechazado es inspeccionado al 100 por ciento.

Como se indicó anteriormente, la curva del NMM para el proceso de muestreo de RPS, es especialmente baja en los extremos, y puede, por tanto llevar a un ahorro considerable en costo. En realidad, Wald y Wolfowitz (1948) han demostrado que ningún otro procedimiento de muestreo por atributos con los mismos dos puntos en la curva CO , pueden tener un NMM menor que el de dichos puntos. Al obtener puntos intermedios, sin embargo, es posible (aunque no probable) que el muestreo de RPS de muestras mayores, como promedio, que un proceso de muestreo sencillo o doble. En general, se ha calculado que el muestreo de RPS puede reducir el NMM aproximadamente al 50 por ciento del requerido por un proceso de muestreo sencillo comparable (Barnard, 1946).

NORMA MILITAR ESTANDARD 105D

Introducción

Los procedimientos militares estándares de muestreo para inspección por atributos se crearon durante la segunda Guerra Mundial. Las tablas de la armada fueron publicadas en 1945 y adoptadas en 1949 donde un grupo de investigadores, Freeman *et al.*, (1960), prepararon un manual en la Universidad de Columbia al que titularon MIL-STD105, las cuales fueron adoptadas en forma conjunta como norma Ejército-Armada. Esta fue sustituida por el MIL-STD 105A en 1950. Desde entonces, ha habido modificaciones menores en la norma 105, publicada como 105B y 105C. La Militar Estándar 105D que analizamos es el resultado de un estudio llevado a cabo por el grupo de trabajo Americano-Británico-Canadiense que trató de lograr establecer un patrón común de los tres países. Mil. Std. 105D fue publicada por el gobierno de los Estados Unidos (U.S., 1963). En 1971 fue adoptada por el American National Standards Institute como ANSI standard Z1.4, y en 1973, salvo por pequeños cambios editoriales, fue adoptada por la International Organization for Standardization como ISO 2859.

En 1981 se realizó una revisión editorial de la ANSI Z1.4 y se agregó material nuevo de un grupo de la American Society for Quality Control ASQC. La norma revisada se emitió como la ANSI/ASQC standard Z1.4. En 1986 se consideró la revisión de la ISO Std. 2859. Sin embargo, no se formularon planes para cambiar las tablas básicas, de modo que permanecen iguales para las tres normas. Por tanto, la descripción de los aspectos técnicos de la Mil.Std. 105D se aplica también a las otras dos normas.

Descripción de la Norma

Los planes de muestreo considerados hasta ahora son planes de muestreo individual. Los procedimientos de muestreo analizados anteriormente son casos individuales, ideados para reunir ciertas características, por ejemplo p'_1 , p'_2 , α y β dados. Un esquema de muestreo es una estrategia general que especifica de qué manera habría que utilizar dichos planes. La Mil. Std. 105D es una colección de esquemas de muestreo; por tanto, constituye un sistema de muestreo para aceptación

i).- Propósito.- Esta publicación establece los procesos de muestreo y los procedimientos de inspección por atributos. Al ser indicado por una autoridad responsable, esta publicación deberá ser mencionada en las especificaciones, contratos, instrucciones de inspección u otros documentos.

ii).- Aplicación.- Los procesos de muestreo mencionados en esta publicación son aplicables, pero no limitados, a la inspección de:

- | | |
|-----------------------------------|------------------------------------|
| a) Productos finales. | e) Suministros de almacenamiento. |
| b) Componentes y materias primas. | f) Operaciones de mantenimiento. |
| c) Operaciones. | g) Datos o registros. |
| d) Materiales en proceso. | h) Procedimientos administrativos. |

iii).- Expresión de incorformidad.- La amplitud de la incorformidad del producto debe expresarse, ya sea en función del porcentaje defectuoso o en función de los defectos por cada cien unidades.

iv).- Porcentaje defectuoso.- El porcentaje defectuoso de cualquier cantidad dada de unidades de producto, es cien veces el número de unidades defectuosas del producto contenido en el mismo, dividido por el número total de unidades del producto, es decir:

$$\text{Porcentaje defectuoso} = \frac{\text{Número de unidades defectuosas}}{\text{Número de unidades inspeccionadas}} * 100$$

v).- Defectos por cada cien unidades.- El número de defectos por cada cien unidades de cualquier cantidad de unidades del producto, es cien veces el número de defectos contenido en el mismo (uno o más son posibles en una sola unidad del producto) dividido por el número total de unidades del producto, es decir:

$$\text{Defectos por cada cien unidades} = \frac{\text{Número de defectos por unidad}}{\text{Número de unidades inspeccionadas}} * 100$$

El punto básico de la Mil. STd. 105D es el nivel aceptable de calidad o NCA, que representa el valor de p' , en las curvas de operación (CO). Al aplicar el estándar se espera que una conferencia (a alto nivel) entre un proveedor y un consumidor, quedará especificado claramente para el proveedor lo que, para fines del muestreo de aceptación, el consumidor considera como nivel aceptable de la calidad para una determinada característica del producto. Se espera que el proveedor someterá para inspección varios lotes de este producto, y es el propósito del procedimiento del Mil. Std. 105D, forzar al proveedor para que produzca, por lo menos, un producto de calidad NAC. Esto se logra no solamente mediante la aceptación y rechazo de un proceso de muestreo particular, sino al disponer el cambio a otro proceso de muestreo más exigente, en cuanto

se presentan pruebas de que el producto del contratista se ha deteriorado, pasando a ser inferior al NAC convenido. Cuando se emplea la norma para planes de porcentajes defectuosos, los NCA varían de 0.1 a 10 por ciento. Para planes de defectos por unidad, hay unos diez NCA adicionales que crecen rápidamente hasta 1 000 defectos por cada 100 unidades.

Habría que advertir que se puede utilizar el mismo plan de muestreo para controlar una fracción defectuosa o un número de defectos por unidad, para niveles más pequeños del NCA. Los NCA se ordenan en una progresión, en la que cada NCA es aproximadamente 1.585 veces el anterior. Como un ejemplo de lo anterior es que, la norma distingue entre defectos críticos, importantes y defectos menores. Es práctica relativamente común escoger un NCA de 1 por ciento para defectos importantes, y un NCA de 2.5 por ciento para defectos menores. No se aceptan defectos críticos.

Además de una decisión inicial acerca de un NCA, es también necesario, al aplicar la Mil. Std 105D, decidir acerca del "nivel de inspección". Esto determina la relación entre los tamaños el lote y la muestra. Se proporcionan tres niveles de inspección. El nivel II se considera como normal. El nivel I necesita alrededor de la mitad del grado de inspección que el II, y es posible utilizarlo cuando se necesite menos discriminación. El nivel III requiere casi el doble de inspección que el nivel II, y puede usarse cuando se necesita más discriminación.

También existen cuatro niveles especiales de inspección, S1, S2, S3 y S4. Los niveles especiales de inspección utilizan muestras muy pequeñas, y tendrían que ser utilizados sólo cuando son necesarios tamaños muestrales pequeños y cuando se tienen o pueden tolerarse grandes riesgos de muestreo. Por ejemplo, la decisión acerca de cuál nivel de inspección se usará, se basa en el tipo de producto que se trate. Para elementos

pocos costosos y sencillos, el nivel puede ser bajo; para piezas costosas y complejas deberá ser alto. Si la inspección es perjudicial para el producto, puede utilizarse un bajo nivel de inspección. El nivel de inspección se adopta al iniciar el programa de muestreo, y no se le cambia, en general, a partir de dicho momento.

La Mil. Std. 105D ofrece tres tipos de procedimiento de muestreo, correspondiendo generalmente la decisión al inspector a cargo de la operación. Los tres tipos se refieren a procesos de muestreo sencillo, doble y múltiple. La selección entre uno u otro se hace generalmente sobre la base de la conveniencia administrativa (John, 1990). Para cada tipo de plan de muestreo se prevé una inspección normal, una estricta, o una reducida. Se utiliza la inspección normal al inicio de la actividad de inspección.

Se establece una estricta cuando el reciente historial de la calidad del proveedor sea deteriorado. Los requisitos para la aceptación en una inspección estricta son más severos que en una normal. Se establece una inspección reducida cuando el reciente historial de la calidad del proveedor ha sido excepcionalmente bueno. El tamaño muestral que se usa generalmente en una inspección reducida es menor que en una normal.

Una vez que hemos establecido un NCA, un nivel de inspección especificado y un tamaño de muestra dado, la Mil. Std. 105D proporciona un plan de muestreo normal que hay que utilizar en tanto el proveedor produce un artículo al NCA o un mejor nivel.

También ofrece un procedimiento para cambiar a una inspección estricta o reducida, cada vez que haya una indicación de un cambio en la calidad del proveedor. En la figura 7.1 se ilustran los procedimientos del cambio entre las inspecciones normal, estricta y reducida.

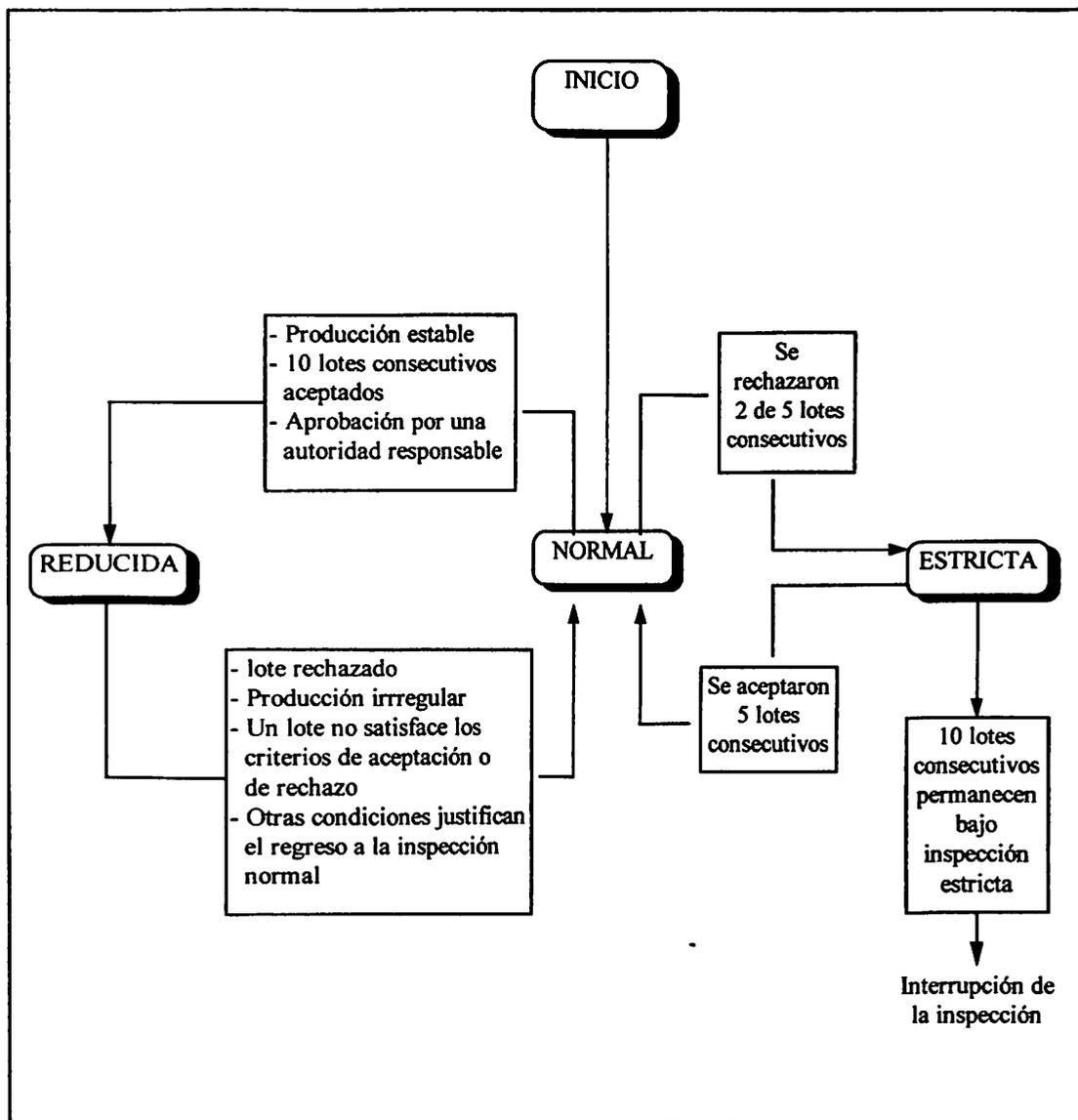


FIGURA 7.1. Reglas para el cambio entre la Inspección Normal, Estricta y Reducida

Procedimiento

A continuación se presenta un procedimiento paso por paso para el uso de la Mil. Std. 105D.

1. Elegir el NCA.
2. Seleccionar el nivel de inspección.
3. Determinar el tamaño del lote.
4. Hallar la letra código del tamaño de la muestra adecuada en la tabla A.12.
5. Determinar el tipo adecuado del plan de muestreo que se va a utilizar (simple, doble o múltiple).
6. Emplear la tabla apropiada para encontrar el tipo de plan que habrá que utilizar.
7. Determinar los planes de inspección normal y reducida correspondientes para su uso cuando sea necesario.

En la tabla A.12 se presentan las letras código del tamaño de muestra para la Mil. Std. 105D. Las tablas A.13, A.14 y A.15 presentan los planes de muestreo simple para la inspección normal, estricta y reducida, respectivamente. En las tablas A.16, A.17 y A.18 aparecen los planes de muestreo doble para la inspección normal, estricta y reducida. Los planes de muestreo múltiple para la inspección normal, estricta y reducida se indican en las tablas A.19, A.20 y A.21. La tabla A.22 presenta los números límites para la inspección reducida.

Ejemplo:

Con el fin de ilustrar el uso de la Mil. Std. 105D supongamos lo siguiente. Un proceso productivo genera un volumen de 5 000 piezas diarias, lo cual conforma un lote

de producción. El cliente y el fabricante han llegado a un acuerdo sobre a un plan de muestreo bajo el estándar militar 105D, el cual requiere de un nivel de inspección general II y un NCA del 4 por ciento ($NCA = 0.04$). Proponga un plan de muestreo simple para este contrato.

Solución:

El primer paso consiste en buscar la letra-código para nuestro lote y nivel de inspección. En la tabla A.12, encontramos que la letra es L. Se nos indica que debemos utilizar un plan de muestreo simple. Además, iniciaremos bajo una inspección normal, por lo que buscamos en la tabla A.13 los valores de n y c ., los parámetros de nuestro plan son:

| Tamaño muestral | Número de aceptación | Número de rechazo |
|-----------------|----------------------|-------------------|
| 200 | 14 | 15 |

Ahora supongamos que utilizamos este plan para muestrear nuestro proceso, obteniendo los siguientes resultados:

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|
| Lote | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | |
| Ace / Rec | A | A | R | R | R | A | A | R | A | A | A | A | A | A | A | A | A | A | A | A | A |

Después del cuarto lote, hemos rechazado dos lotes consecutivos, por lo que cambiamos a inspección estricta de la tabla A.14:

| Tamaño muestral | Número de aceptación | Número de rechazo |
|-----------------|----------------------|-------------------|
| 200 | 12 | 13 |

Después del lote 13, aceptamos cinco lotes en forma consecutiva, por lo que volvemos a la inspección normal.

Después del lote 18, hemos aceptado 10 lotes consecutivos, por lo que pasaremos a la inspección reducida si la autoridad lo aprueba. De la tabla A.15.

| Tamaño muestral | Número de aceptación | Número de rechazo |
|-----------------|----------------------|-------------------|
| 80 | 7 | 10 |

Obsérvese que utilizando sólo la tabla A.13.

i).- Se pasa a inspección estricta manteniendo constante el tamaño de la muestra n y bajando el NCA; para este ejemplo de 4 a 2.5 por ciento. esto equivale a tomar el plan que está inmediatamente a la izquierda en ese mismo renglón.

ii).- Se pasa a inspección reducida bajando el nivel de inspección; para este caso de nivel II a nivel I (hay que obtener cuál es el nuevo código y obtener el nuevo plan con el mismo NCA).

Ejemplo:

Considérese el establecimiento de un esquema de muestreo doble, a partir de la Mil. Std. 105D, para el caso de $N = 2\ 000$, $NCA = 0.65$, y un nivel II de inspección general.

Solución:

El primer paso consiste en buscar la letra-código para nuestro lote y nivel de inspección. En la tabla A.12, encontramos que la letra es K; y de las tablas A.16, A.17 y

A.18 puede obtenerse los planes de muestreo normal, estricto y reducido, de la manera siguiente:

Inspección Normal

| Tamaño muestral | Número de aceptación | Número de rechazo |
|-----------------|----------------------|-------------------|
| 80 | 0 | 3 |
| 80 | 3 | 4 |

Así que se inspecciona una muestra aleatoria de $n_1 = 80$ artículos a partir de un lote de $N = 2\,000$. Si no hay defectuosos, se acepta el lote. Si hay tres o más defectuosos, se rechaza. Si hay uno o dos defectuosos, se toma una segunda muestra de $n_2 = 80$ artículos. Si el número combinado de defectuosos es tres o menos, se acepta el lote. Si hay cuatro o más defectuosos en total, se rechaza el lote.

Inspección Estricta

| Tamaño muestral | Número de aceptación | Número de rechazo |
|-----------------|----------------------|-------------------|
| 80 | 0 | 2 |
| 80 | 1 | 2 |

Con la inspección estricta se toma una muestra aleatoria de $n_1 = 80$ artículos del lote. Si no hay defectuosos, se acepta el lote, si hay dos o más defectuosos se rechaza. Si hay un artículo defectuoso, se toma una segunda muestra de $n_2 = 80$ artículos. Si el número total de artículos defectuosos es uno, se acepta el lote, mientras que para un total de dos o más se rechaza.

Inspección Reducida

| Tamaño muestral | Número de aceptación | Número de rechazo |
|-----------------|----------------------|-------------------|
| 32 | 0 | 3 |
| 32 | 0 | 4 |

En esta inspección se toma una muestra aleatoria de $n_1 = 32$ del lote. Si no hay artículos defectuosos en el lote se acepta éste, y se encuentran tres o más se rechaza y se vuelve a la inspección normal. Si hay uno o más defectuosos en la primera muestra, se selecciona una segunda de $n_2 = 32$ artículos.

Obsérvese ahora que el segundo número de aceptación es cero, y que el número de rechazo correspondiente es 4. Esto implica que para un total de 1, 2 ó 3 defectuosos (nótese que no puede un total de cero defectuosos después de la segunda muestra) se acepta el lote, pero vuelve a la inspección normal. Si hay cuatro o más defectuosos, se rechaza el lote y se reinstaura dicha inspección.

Consideraciones sobre la Militar Estándar 105D

Debe insistirse en que el Mil. Std. 105D es un sistema organizado de métodos de muestreo a aplicar a una serie de conjuntos de algún proceso de producción. Con dos excepciones, si un proceso estándar se usa sin precaución alguna para cambiar a una inspección más severa de acuerdo a las circunstancias, no puede decirse que se está empleando el Mil. Std. 105D.

El propósito principal del manual estándar es presionar al proveedor para que

produzcan materiales que, en calidad, sean por lo menos tan buenos como el NCA escogido. Y este propósito no se logra en ausencia de una provisión para una inspección más estricta. La precaución para inspección reducidas opcional, y no es esencial para la operación del estándar. Las dos excepciones a las que nos referimos, son la selección de un procedimiento de tolerancias del lote y un proceso especial NCA. Así es posible:

- a).- Obtener un proceso normal de estándar que cumplirá con la protección deseada contra la aceptación de un lote malo aislado.
- b).- Es posible escoger una inspección más severa para la cual el LCMS casi se iguale al NAC.

Estos, sin embargo, son usos especiales del manual estándar (la tabla A.22 tiene básicamente propósitos informativos). El significado del NCA debe comprenderse claramente. Básicamente es un método breve para caracterizar el procedimiento de inspección adoptado. Constituye un aspecto del proceso "judicial". No es un aspecto de especificaciones o producción. Las especificaciones del producto y los procedimientos de producción no se basan directamente en el NAC.

Para un fabricante que se enfrenta a una inspección de sus productos de acuerdo con el Mil. Std, 105D, el NAC es sencillamente un aviso de que si las especificaciones del producto y los procedimientos de producción son tales que la fracción defectuosa no es mayor que el NAC, y preferiblemente menor, será aceptado un gran porcentaje de sus productos.

Las curvas CO incluidas en la norma, son todas del tipo B y se basan por consiguiente, en el supuesto de que un proceso de muestreo debe aplicarse a una serie de

conjuntos, y que en esencia estamos muestreando un solo proceso. La distribución de binomial es la distribución correcta para la construcción de las curvas CO. Esto significa que para valores pequeños de la fracción defectuosa p' , que son los que se encuentran más a menudo, las probabilidades pueden aproximarse razonablemente, mediante la distribución de poisson. Cuando el proyecto de muestreo se aplica a los defectos por cada cien unidades, la distribución de poisson se aplica directamente.

Hay que insistir en varios puntos acerca de la Mil. Std. 105D, como los siguientes:

i).- La Mil. Std. 105D se basa en el NCA. Fija su atención en el extremo de la curva CO que corresponde al riesgo del fabricante. El único control sobre el poder discriminatorio del plan de muestreo (es decir, la pendiente de la curva CO) se ejerce mediante la elección del nivel de inspección.

ii).- Los tamaños muestrales elegidos para su uso en la Mil. Std. 105D, son 2, 3, 5, 8, 13, 20, 32, 50, 80, 125, 315, 500, 800, 1250 y 2 000. Así que no todos los tamaños muestrales son factibles. Obsérvese que existen algunas bastante significativas, como entre 125 y 200, y entre 200 y 315.

iii).- Los tamaños muestrales en la Mil. Std. 105D tienen relación con los tamaños de los lotes. Para ver la naturaleza de esta relación, calcúlese el punto medio de cada intervalo de tamaños de lotes, y grafíquese el logaritmo del tamaño muestral para este tamaño del lote en función del logaritmo del punto medio del intervalo de tamaños de lotes. La gráfica seguirá aproximadamente una línea recta hasta $n = 80$, y después otra recta con pendiente más leve.

Por lo tanto, el tamaño muestral aumentará con el tamaño del lote. Para un NCA dado, el efecto de este aumento en el tamaño muestral, cuando se incrementa el tamaño del lote, es elevar la probabilidad de aceptación para lotes recibidos con una calidad que corresponde al NCA. La probabilidad de aceptación para un NCA dado variará de aproximadamente 0.91 a 0.99 al aumentar el tamaño de la muestra. El argumento en favor del enfoque de la Mil. Std. 105D es que el rechazo de un lote grande tiene consecuencias más graves que el rechazo de uno pequeño, y si la probabilidad de aceptación al NCA aumenta con el tamaño muestral, esto reducirá el riesgo de un rechazo equivocado de un lote grande. Además, la muestra grande proporciona también una curva CO que discrimina más, lo que significa que también aumentará la protección que recibe el consumidor contra la aceptación de un lote "malo" aislado.

iv).- También son objeto de cierta crítica las reglas de cambio de una inspección normal a una estricta, y de una normal a una reducida. Se argumenta que a menudo existe una cantidad considerable de cambios equivocados de la inspección normal a la estricta, y de la normal a la reducida, cuando el proceso produce realmente lotes de una calidad NCA. También se ha señalado que existe una probabilidad significativa de parar incluso la producción, aunque no haya habido deterioro real en la calidad.

En contraposición a lo anterior debe notarse que el NCA es un máximo porcentaje defectuoso aceptable, y que el promedio del proceso tendría que ser realmente menor que el NCA. Las reglas por otra parte, estimulan la producción al NCA y reducen la protección del consumidor cuando el promedio del proceso se mueve arriba del NCA.

v).- Un abuso flagrante y común de la Mil. Std. 105D es no utilizar las reglas de cambio para nada. Cuando se hace esto, el resultado es una inspección ineficaz y

decepcionante, y un incremento sustancial en el riesgo del consumidor. No se recomienda implementar la Mil. Std. 105D sin el uso de las reglas de cambio de la inspección normal a estricta, y de la normal a la reducida.

Como se mencionó anteriormente, una norma civil, la ANSI/ASQCZ1.4, es una réplica de la Mil. Std. 105D.

Parece apropiado terminar este análisis de la Mil. Std. 105D con una comparación de la norma militar y la norma civil. Enseguida se presentan algunos aspectos de la ANSI/ASQCZ1.4 que difieren de la Mil. Std. 105D.

a).- Se utiliza la terminología "disconformidad", "calidad disconforme" y "porcentaje de disconformes".

b).- Se cambiaron ligeramente las reglas de cambio con el fin de proporcionar una opción para la inspección reducida sin el uso de números límite.

c).- Se introdujeron varias tablas que muestran medidas del funcionamiento del esquema (incluyendo las reglas de cambio). Algunas de estas medidas son el LCMS, la calidad limitante para la que $P_a = 0.10$ y $P_a = 0.05$, el NMM, y las curvas características de operación.

d).- Se añadió una sección que describe el uso adecuado de planes de muestreo individuales, extraídos del sistema.

e).- Se añadió una figura que ilustra las reglas de cambio.

Estas revisiones modernizan la terminología y destacan el concepto de sistema de la norma. En la ANSI/ASQCZ1.4 se conservan todas las tablas, números y procedimientos que se utilizan en la Mil. Std. 105D.

La norma Mil. Std. 105D tiene una gran aceptación en el ámbito industrial, entre otras razones (en su mayoría expuestas), por su fácil manejo y por los resultados relativamente buenos de ejercer presión a los proveedores cuando su producto refleja "evidencias" de calidad menor. Es por esto que el uso de esta norma tiende a excesos en su aplicación. A continuación presentaremos que en algunos casos es inapropiado el uso de la Mil. Std. 105D.

Los planes de muestreo que destacan la protección del PDTL, como los planes de Dodge -Romig, a menudo se prefieren sobre los orientados al NCA, como los planes de la Mil. Std. 105D, particularmente para componentes y partes críticos. Muchos fabricantes creen que en el pasado dependían demasiado de los NCA, y ahora ponen de relieve otras medidas de funcionamiento, como partes por millón (ppm). Considérese lo siguiente:

| NCA | Partes defectuosas por millón |
|-------------------|-------------------------------|
| 10 por ciento | 100 000 |
| 1 por ciento | 10 000 |
| 0.1 por ciento | 1 000 |
| 0.01 por ciento | 100 |
| 0.001 por ciento | 10 |
| 0.0001 por ciento | 1 |

Así, incluso los NCA muy pequeños implican un gran número de ppm defectuosas. En productos complicados, el efecto de esto puede ser catastrófico. Por

ejemplo, supongamos que una tarjeta de un circuito impreso contiene 100 elementos, producidos cada uno por un proceso que trabaja con 0.5 por ciento de defectuosos.

Si los NCA para todos estos elementos son 0.5 por ciento, y todos los elementos en la tarjeta del circuito impreso tienen que funcionar para que la tarjeta trabaje adecuadamente, entonces la probabilidad de que ésta funcione será igual a:

$$P(\text{funciona adecuadamente}) = (0.995)^{100} = 0.6058.$$

Así, existe una evidente necesidad de planes de muestreo que pongan de manifiesto la protección del PDTL, aun cuando el rechazo promedio del proceso sea bajo. Los planes (ya expuestos) de Dodge-Romig (1959) son con frecuencia útiles en estas situaciones, las cuales han sido probadas por Wadsworth *et al.*, (1986).

EFICIENCIA ADMINISTRATIVA EN EL MUESTREO DE ACEPTACION

Introducción

Con tal variedad de procedimientos de muestreo para escoger; sencillo, doble y secuencial elemento por elemento. El inspector de control de calidad puede dudar en cuanto a cual utilizar en determinada situación. Habitualmente la decisión final depende de las consideraciones administrativas tanto como de la eficiencia del muestreo. Por el momento, se presentarán algunos aspectos teóricos para la comparación de procesos de muestreo.

Identidad de las Curvas CO

Los diferentes tipos de procesos de muestreo pueden designarse en general de tal forma que, para fines prácticos, tengan aproximadamente las mismas curvas CO. El riesgo involucrado en el muestreo no es así un punto de diferencia en la comparación de los distintos tipos de procesos. Una comparación significativa puede realizarse únicamente entre procesos que tengan aproximadamente la misma curva CO.

En comparaciones reales, sin embargo, la pregunta práctica que se plantea es la de determinar cuando las curvas CO de dos procesos diferentes son "aproximadamente la misma". Teniendo en cuenta que la curva CO para un proceso de muestreo simple, por ejemplo, no es la misma función matemática que la curva CO para un procedimiento de muestreo doble, las dos curvas no pueden hacerse coincidir punto por punto. Entonces, en qué sentido podemos entonces afirmar que las dos tienen aproximadamente la misma curva CO.

Esta pregunta ha recibido varias respuestas. La más habitual es la de hacer coincidir aproximadamente las curvas en los puntos p'_1 y p'_2 y suponer que los puntos restantes de la curva CO no se desvían demasiado. Un segundo método, debido a Hamaker y Strik (1959), consiste en igualar:

- a).- Los puntos de 50 por ciento (o indiferencia).
- b).- Las pendientes relativas de las curvas en ese punto en común.

Un tercer método, debido al Army Chemical Corps, es la de igualar los puntos de inflexión y las pendientes en ellos. Para procesos de muestreo por atributos sencillos, estos dos últimos métodos dan resultados idénticos. No intentaremos realizar un examen detallado de las ventajas y desventajas de los diferentes métodos para igualar las curvas CO. Por lo tanto, cuando ha sido necesario comparar diferentes tipos de muestreo se ha utilizado el método de igualar los puntos p'_1 y p'_2 .

Comparación de Eficiencias

Si las curvas CO de dos procesos de muestreo de aceptación se sobreponen razonablemente bien, su eficiencia relativa con respecto a la cantidad de muestreo requerido puede quedar determinada por una comparación de los números de muestreo promedio (NMM) en p'_1 .

Se supone aquí que los procedimientos operarán en la mayor parte de los casos, en la vecindad de p'_1 , pero pueden también hacerse comparaciones en otros puntos. En general, en la vecindad de p'_1 la eficiencia relativa de los diferentes tipos de procesos comparables de muestreo de aceptación se ordenan inversamente, como sigue

- Muestreo simple por atributos.
- Muestreo doble por atributos
- Muestreo secuencial elemento por elemento.

Como se indicó anteriormente, Wald y Wolfowitz (1948) han demostrado mediante prueba matemática, que el proceso de muestreo de RPS elemento por elemento es más o por lo menos tan eficiente en los puntos p'_1 y p'_2 como cualquier otro proceso de muestreo de aceptación por atributos con estos mismos dos puntos de la curva CO.

La ganancia en comparación con el muestreo sencillo puede llegar a alcanzar algo así como un 50 por ciento. Se observará, sin embargo, que la eficiencia relativa de los procesos de muestreo de aceptación para calidades intermedias del producto en p'_1 y p'_2 pueden no ser las indicadas antes.

Si se escoge un proceso en base a su eficiencia en el punto p'_1 es importante que la mayor parte de los productos generados sean de dicha calidad.

Para ilustrar la eficiencia relativa del muestreo de varios tipos de procesos, analicemos el plan de muestreo para los siguientes parámetros: $p'_1 = 0.01$, $p'_2 = 0.08$, $\alpha = 0.05$ y $\beta = 0.10$ (algunos ya estudiados). Ordenándose como se muestra en el cuadro 8.1.

CUADRO 8.1. Eficiencia relativa de varios tipos de muestreo

| Tipo de proceso | Tamaño de la muestra o NMM sin abreviación* en p'_1 |
|--|---|
| Muestreo simple por atributos | n = 67 |
| Muestreo doble por atributos | NMM en $p'_1 \cong 45$ |
| Muestreo RPS por atributos elemento por elemento | NMM en $p'_1 \cong 45$ |

* En p'_1 la diferencia entre el NMM con o sin abreviación no es muy grande

Comparación de las Características Administrativas

Las comparaciones anteriores de eficiencia están basadas únicamente en el número de unidades por probar e inspeccionar para obtener determinado grado de seguridad en cuanto a la calidad.

Hay otros factores que pueden intervenir también en el costo total. Debe observarse, por ejemplo, que los procedimientos para un muestreo doble por ejemplo causarán probablemente costos más elevados por unidad, debido a las complicaciones administrativas. Otras características administrativas aparecen resumidas en el cuadro 8.2. Estas indica claramente que el muestreo simple tiene cierto número de ventajas administrativas, las que en determinadas situaciones pueden dominar la eficiencia de otros esquemas de muestreo.

CUADRO 8.2. Factores Administrativos que Influyen en el Proceso de Muestreo

| Factor | Tipos de proceso de muestreo | | |
|---|------------------------------|-------------|---------------|
| | Simple | Doble | Secuencial |
| Variabilidad de la carga de inspección | Constante | Variable | Variable |
| Costo del muestreo cuando todas las unidades pueden tomarse como se necesite | Más costoso | Intermedio | Menos costoso |
| Costo de inspección cuando todas las unidades pueden ser retiradas de una vez | Menos costoso | Más costoso | Intermedio |
| Estimación exacta de la calidad del lote | Mejor | Intermedio | Peor |
| Costo del muestreo cuando se depende del número de muestras tomadas | Menos costoso | Intermedio | Más costoso |
| Cantidad de registros a conservar | Menos costoso | Intermedio | Más costoso |
| Psicológico "da al proveedor más de una posibilidad" | Peor | Intermedio | Mejor |

CONCLUSIONES

El desarrollo del muestreo de aceptación surge como una necesidad en los procesos que generan grandes cantidades de productos, esta técnica permite cuantificar bajo previas condiciones el riesgo del productor como el del consumidor; la verdadera aportación del muestreo de aceptación es la de minimizar la cantidad total de inspección manteniendo a un máximo la calidad del producto, satisfaciendo lo más posible a las partes involucradas en la transacción comercial.

Los planes expuestos son los de mayor demanda. Plan de muestreo simple, doble, secuencial y el militar STD 105D. De cada uno de estos sistemas se explicaron sus procedimientos para elaborar un plan que reúna las necesidades de los interesados. A menudo cuando se tienen varias opciones, surge el problema de cual escoger, ante esta disyuntiva se presentaron ventajas y desventajas al final del trabajo con un pequeño estudio económico y administrativo de cada plan. Por supuesto el ensayo en la práctica proporcionará por cual optar.

Deberá tenerse mucho cuidado al hacer declaraciones concretas. Porque siempre debe recordarse que las curvas CO y el muestreo secuencial son conceptos puramente teóricos. Estos nos indican la proporción de lotes de un proceso que opera en forma aleatoria, o en una serie de lotes idénticos.

Pero en realidad, rara vez nos referimos a lotes de un proceso estrictamente aleatorio o a una serie de lotes idénticos. De hecho, la serie de lotes que vienen a inspección, proviene de un proceso que no opera en forma aleatoria, y no son, por otra parte, lotes idénticos. La proporción de tales lotes aceptados por el proceso de muestreo, no será dado por las curvas CO ni por el muestreo secuencial, sino algo diferente. Puede ayudar al hombre realista el considerar la curva CO y al muestreo secuencial como planes que le den alguna idea del comportamiento. Considerando siempre que las condiciones de manufactura cambian constantemente por la dinámica de los procesos.

LITERATURA CITADA

- Anscombe, F. J. 1949. Tables of Sequential Inspection Schemes to Control Fraction Defective. Vol. II. Journal of the Royal Society. London. P. 180 - 206.
- Barnard, G. A. 1946. Sequential Tests in Industrial Statistics. Vol. VIII. Journal of the Royal Statistical Society. London, England P. 1 - 21.
- Burr, I. W. 1973. Average Sample Number Under Cuartailed or Truncated Sampling. Mc. Graw - Hill. New York. P. 15 - 25
- Cameron, J. M. 1952. Tables for Constructing and for Computing the Operating Characteristics of Single-Sampling Plans. Vol. IX. Industrial Quality Control. New York. P. 37 - 39
- Deming, W. E. 1946. Out of the Crisis. Massachusetts Institute of Technology Center for Advanced Engineering Study. Massachusetts, Illions. P. 12
- Dodge, H. F. and H. G. Romig. 1959. Sampling Inspection Tables Single and Double Sampling. 2 Ed. John Wiley & Sons, Inc. New York. P. 15 - 38.
- Duncan, A. J. 1989. Control de Calidad y Estadística Industrial. 5 Edición Editorial Alfaomega. México. P. 179 - 197

- Freeman, H. A., M. Friedman, F. Mosteller and W. A. Wallis. 1960. Sampling Inspection. 2 Ed. Mc. Graw - Hill. New York. P. 171 - 177.
- Grant, E. L. y R. S. Leavenworth. 1988. Control Estadístico de la Calidad. 3 Ed. Compañía Editorial Continental. México P. 389 - 444
- Grubbs, F. E. 1949. On Designing Single Sampling Inspection Plans. Vol. XX. Annals of Mahematical Statistics. New York. P. 242 - 256.
- Hald, A. 1981. Statistical Theory of Sampling Inspection by Attributes. Academic Press. London. P. 35 - 53
- Hamarker, H. C. and R. V. Strik. 1959. The Efficiency of Double Sampling for Attributes. Vol. I. Journal of the American Statistical Association. New York. P. 830 - 849.
- John, P. W. M. 1990. Statistical Methods in Engineering and Quality Assurance. John Wiley & Sons, Inc. New York. P. 177 - 189.
- Keeling, D.B. and L.E. Cisne. 1942. Using Double Sampling in a Manufacturing Plant. Vol. XXI. Bell System Technical Journal. New York. P. 37 - 59.
- Kendall, M. G. 1948. The Advanced Theory of Statistics. 2 Ed. Charles Griffin & Co. Ltd. London. P. 243
- Ladandy, P.S. 1971. Determination of Single Simple Attribute Plans for Industrial Small Lots. Vol. III. Journal of Quality Technology. New York. P. 115 - 129
- Lieberman, G.J. and G. J. Resnikoff. 1955. Sampling Plans for Inspection by Variables. Vol. L. Journal of the American Association. New York. P. 1333.

- Mendenhall, W., R. L. Sheaffer y D. D. Wackerly. 1986. Estadística Matemática con Aplicaciones 3 Ed. Grupo Editorial Iberoamérica. México. P. 420 - 423.
- Montgomery, D. C. 1991. Control Estadístico de la Calidad. Grupo Editorial Iberoamérica. 2 Ed. México. P. 301 - 370.
- Molina, E. C. 1942. Poisson's Exponential Binomial Limit. 2 Ed. Van Nostrand Reinhold Company Inc. Princeton, N. J. P. 30
- Mood, A. M., F. A. Graybill and D. C. Boes. 1963. Introduction to the Theory Statistical. 3 Ed. Mc. Graw - Hill. New York. P. 406 - 411.
- Moses, L. E. and R. V. Oakford. 1963. Tables of Random Permutations. 3 Ed. Stanford University Press. Stanford, Calif. P. 115
- Richmod, A.C. 1950. Acceptance Inspection. Fourth National Convention of American Society for Quality Control. Aberdeen Proving Ground, Maryland. P. 5 - 10.
- Simon, L. E. 1941. An Enginners Manual of Statistical Methods. 2 Ed. John Wiley & Sons, Inc. New York. P. 15.
- Smith, J. G. and A. J. Duncan. 1945. Sampling Statistics and Applications. 2 Ed. Mc. Graw - Hill. New York. P. 66.
- Statistical Research Group. 1945. Sequential Analysis of Statistical Data Applications. Columbia University Press. New York. P. 2.64 - 2.87.
- U. S., Departamento de la Defensa. 1963. Sampling Procedures and Tables for Inspection by Attributes (MIL STD - 105D). Imprenta del Gobierno de los Estados Unidos. Washington D.C. P. 10 - 22.

Wadsworth, H. , K. Stephens and A.B. Godfrey. 1986. Modern Methods for Quality Control and Improvement. John Wiley & Sons, Inc. New York. P. 186 - 193.

Wald, A. 1947. Sequential Analyses. John Wiley & Sons, Inc. New York. P. 51 - 59

Wald, A. and J. Wolfowitz. 1948. Optimum Character of the Sequential Probability Ratio Test. Vol. XIX. Annals of Mathematical Statistics. New York. P. 326 - 330.

APENDICE

| | | |
|------|---|-----|
| A.1 | Tabla de probabilidades binomiales acumuladas | 148 |
| A.2 | Tabla de probabilidades de poisson acumuladas | 150 |
| A.3 | Tabla de inspección Dodge-Romig planes de muestreo simple, LCMS 2.0 % | 153 |
| A.4 | Tabla de inspección Dodge-Romig planes de muestreo simple, LCMS 2.5 % | 154 |
| A.5 | Tabla de inspección Dodge-Romig planes de muestreo simple, LCMS 3.0 % | 155 |
| A.6 | Tabla de inspección Dodge-Romig planes de muestreo doble, LCMS 3.0 % | 156 |
| A.7 | Tabla de muestreo simple de Dodge-Romig para el porcentaje defectuoso tolerable en el lote, PDTL 1.0 % | 157 |
| A.8 | Tabla de muestreo simple de Dodge-Romig para el porcentaje defectuoso tolerable en el lote, PDTL 2.0 % | 158 |
| A.9 | Tabla de muestreo simple de Dodge-Romig para el porcentaje defectuoso tolerable en el lote, PDTL 5.0 % | 159 |
| A.10 | Tabla de muestreo doble de Dodge-Romig para el porcentaje defectuoso tolerable en el lote, PDTL 1.0 % | 160 |
| A.11 | Tabla de Grubbs para $n_1 = n_2$ con $\alpha = 0.05$ y $\beta = 0.10$ | 161 |
| A.12 | Tabla de letras código para el tamaño de la muestra MIL STD 105D | 162 |

| | | |
|------|---|-----|
| A.13 | Tabla maestra para inspección normal: Muestreo simple | |
| | MIL STD 105D | 163 |
| A.14 | Tabla maestra para inspección estricta: Muestreo simple | |
| | MIL STD 105D | 164 |
| A.15 | Tabla maestra para inspección reducida: Muestreo simple | |
| | MIL STD 105D | 165 |
| A.16 | Tabla maestra para inspección normal: Muestreo doble | |
| | MIL STD 105D | 166 |
| A.17 | Tabla maestra para inspección estricta: Muestreo doble | |
| | MIL STD 105D | 167 |
| A.18 | Tabla maestra para inspección reducida: Muestreo doble | |
| | MIL STD 105D | 168 |
| A.19 | Tabla maestra para inspección normal: Muestreo múltiple | |
| | MIL STD 105D | 169 |
| A.20 | Tabla maestra para inspección estricta: Muestreo múltiple | |
| | MIL STD 105D | 170 |
| A.21 | Tabla maestra para inspección reducida: Muestreo múltiple | |
| | MIL STD 105D | 171 |
| A.22 | Tabla de números límites para inspección reducida | |
| | MIL STD 105D | 172 |

| | | |
|------|---|-----|
| A.23 | Tabla de cantidades características secuenciales de la distribución binomial calculadas para varias combinaciones de p'_1 , p'_2 , $\alpha = 0.05$ y $\beta = 0.10$ | 173 |
| A.24 | Tabla de números aleatorios | 174 |

A.1 Tabla de probabilidades binomiales acumuladas

(a) $n = 5$

| a | P | | | | | | | | | | | | | a |
|-----|-------|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-----|
| | 0.01 | 0.05 | 0.10 | 0.20 | 0.30 | 0.40 | 0.50 | 0.60 | 0.70 | 0.80 | 0.90 | 0.95 | 0.99 | |
| 0 | .951 | .774 | .590 | .328 | .168 | .078 | .031 | .010 | .002 | .000 | .000 | .000 | .000 | 0 |
| 1 | .999 | .977 | .919 | .737 | .528 | .337 | .188 | .087 | .031 | .007 | .000 | .000 | .000 | 1 |
| 2 | 1.000 | .999 | .991 | .942 | .837 | .683 | .500 | .317 | .163 | .058 | .009 | .001 | .000 | 2 |
| 3 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | .993 | .969 | .913 | .812 | .663 | .472 | .263 | .081 | .023 | .001 | 3 |
| 4 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | .998 | .990 | .969 | .922 | .832 | .672 | .410 | .226 | .049 | 4 |

(b) $n = 10$

| a | 0.01 | 0.05 | 0.10 | 0.20 | 0.30 | 0.40 | 0.50 | 0.60 | 0.70 | 0.80 | 0.90 | 0.95 | 0.99 | a |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|------|------|-----|
| 0 | .904 | .599 | .349 | .107 | .028 | .006 | .001 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | 0 |
| 1 | .996 | .914 | .736 | .376 | .149 | .046 | .011 | .002 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | 1 |
| 2 | 1.000 | .988 | .930 | .678 | .383 | .167 | .055 | .012 | .002 | .000 | .000 | .000 | .000 | 2 |
| 3 | 1.000 | .999 | .987 | .879 | .650 | .382 | .172 | .055 | .011 | .001 | .000 | .000 | .000 | 3 |
| 4 | 1.000 | 1.000 | .998 | .967 | .850 | .633 | .377 | .166 | .047 | .006 | .000 | .000 | .000 | 4 |
| 5 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | .994 | .953 | .834 | .623 | .367 | .150 | .033 | .002 | .000 | .000 | 5 |
| 6 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | .999 | .989 | .945 | .823 | .618 | .350 | .121 | .013 | .001 | .000 | 6 |
| 7 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | .998 | .988 | .945 | .833 | .617 | .322 | .070 | .012 | .000 | 7 |
| 8 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | .998 | .989 | .954 | .851 | .624 | .264 | .086 | .004 | 8 |
| 9 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | .999 | .994 | .972 | .893 | .651 | .401 | .096 | 9 |

(c) $n = 15$

| a | 0.01 | 0.05 | 0.10 | 0.20 | 0.30 | 0.40 | 0.50 | 0.60 | 0.70 | 0.80 | 0.90 | 0.95 | 0.99 | a |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|-----|
| 0 | .860 | .463 | .206 | .035 | .005 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | 0 |
| 1 | .990 | .829 | .549 | .167 | .035 | .005 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | 1 |
| 2 | 1.000 | .964 | .816 | .398 | .127 | .027 | .004 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | 2 |
| 3 | 1.000 | .995 | .944 | .648 | .297 | .091 | .018 | .002 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | 3 |
| 4 | 1.000 | .999 | .987 | .836 | .515 | .217 | .059 | .009 | .001 | .000 | .000 | .000 | .000 | 4 |
| 5 | 1.000 | 1.000 | .998 | .939 | .722 | .403 | .151 | .034 | .004 | .000 | .000 | .000 | .000 | 5 |
| 6 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | .982 | .869 | .610 | .304 | .095 | .015 | .001 | .000 | .000 | .000 | 6 |
| 7 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | .996 | .950 | .787 | .500 | .213 | .050 | .004 | .000 | .000 | .000 | 7 |
| 8 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | .999 | .985 | .905 | .696 | .390 | .131 | .018 | .000 | .000 | .000 | 8 |
| 9 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | .996 | .966 | .849 | .597 | .278 | .061 | .002 | .000 | .000 | 9 |
| 10 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | .999 | .991 | .941 | .783 | .485 | .164 | .013 | .001 | .000 | 10 |
| 11 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | .998 | .982 | .909 | .703 | .352 | .056 | .005 | .000 | 11 |
| 12 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | .996 | .973 | .873 | .602 | .184 | .036 | .000 | 12 |
| 13 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | .995 | .965 | .833 | .451 | .171 | .010 | 13 |
| 14 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | .995 | .965 | .794 | .537 | .140 | 14 |

(d) $n = 20$

| a | P | | | | | | | | | | | | | a |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|-----|
| | 0.01 | 0.05 | 0.10 | 0.20 | 0.30 | 0.40 | 0.50 | 0.60 | 0.70 | 0.80 | 0.90 | 0.95 | 0.99 | |
| 0 | .818 | .358 | .122 | .012 | .001 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | 0 |
| 1 | .983 | .736 | .392 | .069 | .008 | .001 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | 1 |
| 2 | .999 | .925 | .677 | .206 | .035 | .004 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | 2 |
| 3 | 1.000 | .984 | .867 | .411 | .107 | .016 | .001 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | 3 |
| 4 | 1.000 | .997 | .957 | .630 | .238 | .051 | .006 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | 4 |
| 5 | 1.000 | 1.000 | .989 | .804 | .416 | .126 | .021 | .002 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | 5 |
| 6 | 1.000 | 1.000 | .998 | .913 | .608 | .250 | .058 | .006 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | 6 |
| 7 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | .968 | .772 | .416 | .132 | .021 | .001 | .000 | .000 | .000 | .000 | 7 |
| 8 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | .990 | .887 | .596 | .252 | .057 | .005 | .000 | .000 | .000 | .000 | 8 |
| 9 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | .997 | .952 | .755 | .412 | .128 | .017 | .001 | .000 | .000 | .000 | 9 |
| 10 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | .999 | .983 | .872 | .588 | .245 | .048 | .003 | .000 | .000 | .000 | 10 |
| 11 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | .995 | .943 | .748 | .404 | .113 | .010 | .000 | .000 | .000 | 11 |
| 12 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | .999 | .979 | .868 | .584 | .228 | .032 | .000 | .000 | .000 | 12 |
| 13 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | .994 | .942 | .750 | .392 | .087 | .002 | .000 | .000 | 13 |
| 14 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | .998 | .979 | .874 | .584 | .196 | .011 | .000 | .000 | 14 |
| 15 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | .994 | .949 | .762 | .370 | .043 | .003 | .000 | 15 |
| 16 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | .999 | .984 | .893 | .589 | .133 | .016 | .000 | 16 |
| 17 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | .996 | .965 | .794 | .323 | .075 | .001 | 17 |
| 18 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | .999 | .992 | .931 | .608 | .264 | .017 | 18 |
| 19 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | .999 | .988 | .878 | .642 | .182 | 19 |

Reproducido de: Normal Bureau of the Standards "Tables of the Binomial Probability Distribution". Con el amable permiso de los autores y el editor.

A.2 Tabla de probabilidades de poisson acumuladas

| $\lambda \backslash a$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---|
| 0.02 | 0.980 | 1.000 | | | | | | | | |
| 0.04 | 0.961 | 0.999 | 1.000 | | | | | | | |
| 0.06 | 0.942 | 0.998 | 1.000 | | | | | | | |
| 0.08 | 0.923 | 0.997 | 1.000 | | | | | | | |
| 0.10 | 0.905 | 0.995 | 1.000 | | | | | | | |
| 0.15 | 0.861 | 0.990 | 0.999 | 1.000 | | | | | | |
| 0.20 | 0.819 | 0.982 | 0.999 | 1.000 | | | | | | |
| 0.25 | 0.779 | 0.974 | 0.998 | 1.000 | | | | | | |
| 0.30 | 0.741 | 0.963 | 0.996 | 1.000 | | | | | | |
| 0.35 | 0.705 | 0.951 | 0.994 | 1.000 | | | | | | |
| 0.40 | 0.670 | 0.938 | 0.992 | 0.999 | 1.000 | | | | | |
| 0.45 | 0.638 | 0.925 | 0.989 | 0.999 | 1.000 | | | | | |
| 0.50 | 0.607 | 0.910 | 0.986 | 0.998 | 1.000 | | | | | |
| 0.55 | 0.577 | 0.894 | 0.982 | 0.998 | 1.000 | | | | | |
| 0.60 | 0.549 | 0.878 | 0.977 | 0.997 | 1.000 | | | | | |
| 0.65 | 0.522 | 0.861 | 0.972 | 0.996 | 0.999 | 1.000 | | | | |
| 0.70 | 0.497 | 0.844 | 0.966 | 0.994 | 0.999 | 1.000 | | | | |
| 0.75 | 0.472 | 0.827 | 0.959 | 0.993 | 0.999 | 1.000 | | | | |
| 0.80 | 0.449 | 0.809 | 0.953 | 0.991 | 0.999 | 1.000 | | | | |
| 0.85 | 0.427 | 0.791 | 0.945 | 0.989 | 0.998 | 1.000 | | | | |
| 0.90 | 0.407 | 0.772 | 0.937 | 0.987 | 0.998 | 1.000 | | | | |
| 0.95 | 0.387 | 0.754 | 0.929 | 0.981 | 0.997 | 1.000 | | | | |
| 1.00 | 0.368 | 0.736 | 0.920 | 0.981 | 0.996 | 0.999 | 1.000 | | | |
| 1.1 | 0.333 | 0.699 | 0.900 | 0.974 | 0.995 | 0.999 | 1.000 | | | |
| 1.2 | 0.301 | 0.663 | 0.879 | 0.966 | 0.992 | 0.998 | 1.000 | | | |
| 1.3 | 0.273 | 0.627 | 0.857 | 0.957 | 0.989 | 0.998 | 1.000 | | | |
| 1.4 | 0.247 | 0.592 | 0.833 | 0.946 | 0.986 | 0.997 | 0.999 | 1.000 | | |
| 1.5 | 0.223 | 0.558 | 0.809 | 0.934 | 0.981 | 0.996 | 0.999 | 1.000 | | |
| 1.6 | 0.202 | 0.525 | 0.783 | 0.921 | 0.976 | 0.994 | 0.999 | 1.000 | | |
| 1.7 | 0.183 | 0.493 | 0.757 | 0.907 | 0.970 | 0.992 | 0.998 | 1.000 | | |
| 1.8 | 0.165 | 0.463 | 0.731 | 0.891 | 0.964 | 0.990 | 0.997 | 0.999 | 1.000 | |
| 1.9 | 0.150 | 0.434 | 0.704 | 0.875 | 0.956 | 0.987 | 0.997 | 0.999 | 1.000 | |
| 2.0 | 0.135 | 0.406 | 0.677 | 0.857 | 0.947 | 0.983 | 0.995 | 0.999 | 1.000 | |

| $\lambda \backslash a$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 2.2 | 0.111 | 0.355 | 0.623 | 0.819 | 0.928 | 0.975 | 0.993 | 0.998 | 1.000 | |
| 2.4 | 0.091 | 0.308 | 0.570 | 0.779 | 0.904 | 0.964 | 0.988 | 0.997 | 0.999 | 1.000 |
| 2.6 | 0.074 | 0.267 | 0.518 | 0.736 | 0.877 | 0.951 | 0.983 | 0.995 | 0.999 | 1.000 |
| 2.8 | 0.061 | 0.231 | 0.469 | 0.692 | 0.848 | 0.935 | 0.976 | 0.992 | 0.998 | 0.999 |
| 3.0 | 0.050 | 0.199 | 0.423 | 0.647 | 0.815 | 0.916 | 0.966 | 0.988 | 0.996 | 0.999 |
| 3.2 | 0.041 | 0.171 | 0.380 | 0.603 | 0.781 | 0.895 | 0.955 | 0.983 | 0.994 | 0.998 |
| 3.4 | 0.033 | 0.147 | 0.340 | 0.558 | 0.744 | 0.871 | 0.942 | 0.977 | 0.992 | 0.997 |
| 3.6 | 0.027 | 0.126 | 0.303 | 0.515 | 0.706 | 0.844 | 0.927 | 0.969 | 0.988 | 0.996 |
| 3.8 | 0.022 | 0.107 | 0.269 | 0.473 | 0.668 | 0.816 | 0.909 | 0.960 | 0.984 | 0.994 |
| 4.0 | 0.018 | 0.092 | 0.238 | 0.433 | 0.629 | 0.785 | 0.889 | 0.949 | 0.979 | 0.992 |
| 4.2 | 0.015 | 0.078 | 0.210 | 0.395 | 0.590 | 0.753 | 0.867 | 0.936 | 0.972 | 0.989 |
| 4.4 | 0.012 | 0.066 | 0.185 | 0.359 | 0.551 | 0.720 | 0.844 | 0.921 | 0.964 | 0.985 |
| 4.6 | 0.010 | 0.056 | 0.163 | 0.326 | 0.513 | 0.686 | 0.818 | 0.905 | 0.955 | 0.980 |
| 4.8 | 0.008 | 0.048 | 0.143 | 0.294 | 0.476 | 0.651 | 0.791 | 0.887 | 0.944 | 0.975 |
| 5.0 | 0.007 | 0.040 | 0.125 | 0.265 | 0.440 | 0.616 | 0.762 | 0.867 | 0.932 | 0.968 |
| 5.2 | 0.006 | 0.034 | 0.109 | 0.238 | 0.406 | 0.581 | 0.732 | 0.845 | 0.918 | 0.960 |
| 5.4 | 0.005 | 0.029 | 0.095 | 0.213 | 0.373 | 0.546 | 0.702 | 0.822 | 0.903 | 0.951 |
| 5.6 | 0.004 | 0.024 | 0.082 | 0.191 | 0.342 | 0.512 | 0.670 | 0.797 | 0.886 | 0.941 |
| 5.8 | 0.003 | 0.021 | 0.072 | 0.170 | 0.313 | 0.478 | 0.638 | 0.771 | 0.867 | 0.929 |
| 6.0 | 0.002 | 0.017 | 0.062 | 0.151 | 0.285 | 0.446 | 0.606 | 0.744 | 0.847 | 0.916 |
| | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | | | |
| 2.8 | 1.000 | | | | | | | | | |
| 3.0 | 1.000 | | | | | | | | | |
| 3.2 | 1.000 | | | | | | | | | |
| 3.4 | 0.999 | 1.000 | | | | | | | | |
| 3.6 | 0.999 | 1.000 | | | | | | | | |
| 3.8 | 0.998 | 0.999 | 1.000 | | | | | | | |
| 4.0 | 0.997 | 0.999 | 1.000 | | | | | | | |
| 4.2 | 0.996 | 0.999 | 1.000 | | | | | | | |
| 4.4 | 0.994 | 0.998 | 0.999 | 1.000 | | | | | | |
| 4.6 | 0.992 | 0.997 | 0.999 | 1.000 | | | | | | |
| 4.8 | 0.990 | 0.996 | 0.999 | 1.000 | | | | | | |
| 5.0 | 0.986 | 0.995 | 0.998 | 0.999 | 1.000 | | | | | |
| 5.2 | 0.982 | 0.993 | 0.997 | 0.999 | 1.000 | | | | | |
| 5.4 | 0.977 | 0.990 | 0.996 | 0.999 | 1.000 | | | | | |
| 5.6 | 0.927 | 0.988 | 0.995 | 0.998 | 0.999 | 1.000 | | | | |
| 5.8 | 0.965 | 0.984 | 0.993 | 0.997 | 0.999 | 1.000 | | | | |
| 6.0 | 0.957 | 0.980 | 0.991 | 0.996 | 0.999 | 0.999 | 1.000 | | | |

| $\lambda \backslash a$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 6.2 | 0.002 | 0.015 | 0.054 | 0.134 | 0.259 | 0.414 | 0.574 | 0.716 | 0.826 | 0.902 |
| 6.4 | 0.002 | 0.012 | 0.046 | 0.119 | 0.235 | 0.384 | 0.542 | 0.687 | 0.803 | 0.886 |
| 6.6 | 0.001 | 0.010 | 0.040 | 0.105 | 0.213 | 0.355 | 0.511 | 0.658 | 0.780 | 0.869 |
| 6.8 | 0.001 | 0.009 | 0.034 | 0.093 | 0.192 | 0.327 | 0.480 | 0.628 | 0.755 | 0.850 |
| 7.0 | 0.001 | 0.007 | 0.030 | 0.082 | 0.173 | 0.301 | 0.450 | 0.599 | 0.729 | 0.830 |
| 7.2 | 0.001 | 0.006 | 0.025 | 0.072 | 0.156 | 0.276 | 0.420 | 0.569 | 0.703 | 0.810 |
| 7.4 | 0.001 | 0.005 | 0.022 | 0.063 | 0.140 | 0.253 | 0.392 | 0.539 | 0.676 | 0.788 |
| 7.6 | 0.001 | 0.004 | 0.019 | 0.055 | 0.125 | 0.231 | 0.365 | 0.510 | 0.648 | 0.765 |
| 7.8 | 0.000 | 0.004 | 0.016 | 0.048 | 0.112 | 0.210 | 0.338 | 0.481 | 0.620 | 0.741 |
| 8.0 | 0.000 | 0.003 | 0.014 | 0.042 | 0.100 | 0.191 | 0.313 | 0.453 | 0.593 | 0.717 |
| 8.5 | 0.000 | 0.002 | 0.009 | 0.030 | 0.074 | 0.150 | 0.256 | 0.386 | 0.523 | 0.653 |
| 9.0 | 0.000 | 0.001 | 0.006 | 0.021 | 0.055 | 0.116 | 0.207 | 0.324 | 0.456 | 0.587 |
| 9.5 | 0.000 | 0.001 | 0.004 | 0.015 | 0.040 | 0.089 | 0.165 | 0.269 | 0.392 | 0.522 |
| 10.0 | 0.000 | 0.000 | 0.003 | 0.010 | 0.029 | 0.067 | 0.130 | 0.220 | 0.333 | 0.458 |
| | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| 6.2 | 0.949 | 0.975 | 0.989 | 0.995 | 0.998 | 0.999 | 1.000 | | | |
| 6.4 | 0.939 | 0.969 | 0.986 | 0.994 | 0.997 | 0.999 | 1.000 | | | |
| 6.6 | 0.927 | 0.963 | 0.982 | 0.992 | 0.997 | 0.999 | 0.999 | 1.000 | | |
| 6.8 | 0.915 | 0.955 | 0.978 | 0.990 | 0.996 | 0.998 | 0.999 | 1.000 | | |
| 7.0 | 0.901 | 0.947 | 0.973 | 0.987 | 0.994 | 0.998 | 0.999 | 1.000 | | |
| 7.2 | 0.887 | 0.937 | 0.967 | 0.984 | 0.993 | 0.997 | 0.999 | 0.999 | 1.000 | |
| 7.4 | 0.871 | 0.926 | 0.961 | 0.980 | 0.991 | 0.996 | 0.998 | 0.999 | 1.000 | |
| 7.6 | 0.854 | 0.915 | 0.954 | 0.976 | 0.989 | 0.995 | 0.998 | 0.999 | 1.000 | |
| 7.8 | 0.835 | 0.902 | 0.945 | 0.971 | 0.986 | 0.993 | 0.997 | 0.999 | 1.000 | |
| 8.0 | 0.816 | 0.888 | 0.936 | 0.966 | 0.983 | 0.992 | 0.996 | 0.998 | 0.999 | 1.000 |
| 8.5 | 0.763 | 0.849 | 0.909 | 0.949 | 0.973 | 0.986 | 0.993 | 0.997 | 0.999 | 0.999 |
| 9.0 | 0.706 | 0.803 | 0.876 | 0.926 | 0.959 | 0.978 | 0.989 | 0.995 | 0.998 | 0.999 |
| 9.5 | 0.645 | 0.752 | 0.836 | 0.898 | 0.940 | 0.967 | 0.982 | 0.991 | 0.996 | 0.998 |
| 10.0 | 0.583 | 0.697 | 0.792 | 0.864 | 0.917 | 0.951 | 0.973 | 0.986 | 0.993 | 0.997 |
| | 20 | 21 | 22 | | | | | | | |
| 8.5 | 1.000 | | | | | | | | | |
| 9.0 | 1.000 | | | | | | | | | |
| 9.5 | 0.999 | 1.000 | | | | | | | | |
| 10.0 | 0.998 | 0.999 | 1.000 | | | | | | | |

Reproducido de: E. C. Molina Poisson's Exponential Binomial Limit, D. Van Nostrand Co. Inc, New York, 1947. Con el amable permiso de los autores y el editor.

A.3 Tabla de inspección Dodge-Romig planes de muestreo simple, LCMS 2.0 %

| Tamaño del lote | Promedio del proceso | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|----------------------|---------|------------|---------|------------|---------|------------|---------|------------|---------|------------|---------|--|--|
| | 0-0.04% | | 0.05-0.40% | | 0.41-0.80% | | 0.81-1.20% | | 1.21-1.60% | | 1.61-2.00% | | | |
| | n | PDITL % | n | PDITL % | n | PDITL % | n | PDITL % | n | PDITL % | n | PDITL % | | |
| 1-15 | Todos 0 | | Todos 0 | | Todos 0 | | Todos 0 | | Todos 0 | | Todos 0 | | | |
| 16-50 | 14 0 13.6 | | 14 0 13.6 | | 14 0 13.6 | | 14 0 13.6 | | 14 0 13.6 | | 14 0 13.6 | | | |
| 51-100 | 16 0 12.4 | | 16 0 12.4 | | 16 0 12.4 | | 16 0 12.4 | | 16 0 12.4 | | 16 0 12.4 | | | |
| 101-200 | 17 0 12.2 | | 17 0 12.2 | | 17 0 12.2 | | 17 0 12.2 | | 17 0 12.2 | | 17 0 12.2 | | | |
| 201-300 | 17 0 12.3 | | 17 0 12.3 | | 17 0 12.3 | | 17 0 12.3 | | 17 0 12.3 | | 17 0 12.3 | | | |
| 301-400 | 18 0 11.8 | | 18 0 11.8 | | 18 0 11.8 | | 18 0 11.8 | | 18 0 11.8 | | 18 0 11.8 | | | |
| 401-500 | 18 0 11.9 | | 18 0 11.9 | | 18 0 11.9 | | 18 0 11.9 | | 18 0 11.9 | | 18 0 11.9 | | | |
| 501-600 | 18 0 11.9 | | 18 0 11.9 | | 18 0 11.9 | | 18 0 11.9 | | 18 0 11.9 | | 18 0 11.9 | | | |
| 601-800 | 18 0 11.9 | | 18 0 11.9 | | 18 0 11.9 | | 18 0 11.9 | | 18 0 11.9 | | 18 0 11.9 | | | |
| 801-1000 | 18 0 12.0 | | 18 0 12.0 | | 18 0 12.0 | | 18 0 12.0 | | 18 0 12.0 | | 18 0 12.0 | | | |
| 1001-2000 | 18 0 12.0 | | 18 0 12.0 | | 18 0 12.0 | | 18 0 12.0 | | 18 0 12.0 | | 18 0 12.0 | | | |
| 2001-3000 | 18 0 12.0 | | 18 0 12.0 | | 18 0 12.0 | | 18 0 12.0 | | 18 0 12.0 | | 18 0 12.0 | | | |
| 3001-4000 | 18 0 12.0 | | 18 0 12.0 | | 18 0 12.0 | | 18 0 12.0 | | 18 0 12.0 | | 18 0 12.0 | | | |
| 4001-5000 | 18 0 12.0 | | 18 0 12.0 | | 18 0 12.0 | | 18 0 12.0 | | 18 0 12.0 | | 18 0 12.0 | | | |
| 5001-7000 | 18 0 12.0 | | 18 0 12.0 | | 18 0 12.0 | | 18 0 12.0 | | 18 0 12.0 | | 18 0 12.0 | | | |
| 7001-10,000 | 42 1 9.3 | | 42 1 9.3 | | 42 1 9.3 | | 42 1 9.3 | | 42 1 9.3 | | 42 1 9.3 | | | |
| 10,001-20,000 | 42 1 9.3 | | 42 1 9.3 | | 42 1 9.3 | | 42 1 9.3 | | 42 1 9.3 | | 42 1 9.3 | | | |
| 20,001-50,000 | 42 1 9.3 | | 42 1 9.3 | | 42 1 9.3 | | 42 1 9.3 | | 42 1 9.3 | | 42 1 9.3 | | | |
| 50,001-100,000 | 42 1 9.3 | | 42 1 9.3 | | 42 1 9.3 | | 42 1 9.3 | | 42 1 9.3 | | 42 1 9.3 | | | |

Reproducido de: H.F. Dodge and H.G. Romig "Sampling Inspection Tables-Single and Double Sampling", 2a Ed. John Wiley & Sons, Inc. 1959. Con el amable permiso de los autores y el editor

A.4 Tabla de inspección Dodge-Romig planes de muestreo simple, LCMS 2.5 %

| Tamaño del lote | Promedio del proceso | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|----------------------|---|-------|------------|---|-------|------------|---|-------|------------|---|-------|------------|----|-------|------------|----|-------|
| | 0-0.05% | | | 0.06-0.50% | | | 0.51-1.00% | | | 1.01-1.50% | | | 1.51-2.00% | | | 2.01-2.50% | | |
| | n | c | % PDI | n | c | % PDI | n | c | % PDI | n | c | % PDI | n | c | % PDI | n | c | % PDI |
| 1-10 | Todos 0 | 0 | — | Todos 0 | 0 | — | Todos 0 | 0 | — | Todos 0 | 0 | — | Todos 0 | 0 | — | Todos 0 | 0 | — |
| 11-50 | 11 | 0 | 17.6 | 11 | 0 | 17.6 | 11 | 0 | 17.6 | 11 | 0 | 17.6 | 11 | 0 | 17.6 | 11 | 0 | 17.6 |
| 51-100 | 13 | 0 | 15.3 | 13 | 0 | 15.3 | 13 | 0 | 15.3 | 13 | 0 | 15.3 | 13 | 0 | 15.3 | 13 | 0 | 15.3 |
| 101-200 | 14 | 0 | 14.7 | 14 | 0 | 14.7 | 14 | 0 | 14.7 | 29 | 1 | 12.9 | 29 | 1 | 12.9 | 29 | 1 | 12.9 |
| 202-300 | 14 | 0 | 14.9 | 14 | 0 | 14.9 | 30 | 1 | 12.7 | 30 | 1 | 12.7 | 30 | 1 | 12.7 | 30 | 1 | 12.7 |
| 301-400 | 14 | 0 | 15.0 | 14 | 0 | 15.0 | 31 | 1 | 12.3 | 31 | 1 | 12.3 | 31 | 1 | 12.3 | 48 | 2 | 10.7 |
| 401-500 | 14 | 0 | 15.0 | 14 | 0 | 15.0 | 32 | 1 | 12.0 | 32 | 1 | 12.0 | 49 | 2 | 10.6 | 49 | 2 | 10.6 |
| 501-600 | 14 | 0 | 15.1 | 32 | 1 | 12.0 | 32 | 1 | 12.0 | 50 | 2 | 10.4 | 50 | 2 | 10.4 | 70 | 3 | 9.3 |
| 601-800 | 14 | 0 | 15.1 | 32 | 1 | 12.0 | 32 | 1 | 12.0 | 50 | 2 | 10.5 | 50 | 2 | 10.5 | 70 | 3 | 9.4 |
| 801-1000 | 15 | 0 | 14.2 | 33 | 1 | 11.7 | 33 | 1 | 11.7 | 50 | 2 | 10.6 | 70 | 3 | 9.4 | 90 | 4 | 8.5 |
| 1001-2000 | 15 | 0 | 14.2 | 33 | 1 | 11.7 | 55 | 2 | 9.3 | 75 | 3 | 8.8 | 95 | 4 | 8.0 | 120 | 5 | 7.6 |
| 2001-3000 | 15 | 0 | 14.2 | 33 | 1 | 11.8 | 55 | 2 | 9.4 | 75 | 3 | 8.8 | 120 | 5 | 7.6 | 145 | 6 | 7.2 |
| 3001-4000 | 15 | 0 | 14.3 | 33 | 1 | 11.8 | 55 | 2 | 9.5 | 100 | 4 | 7.9 | 125 | 5 | 7.4 | 195 | 8 | 6.6 |
| 4001-5000 | 15 | 0 | 14.3 | 33 | 1 | 11.8 | 75 | 3 | 8.9 | 100 | 4 | 7.9 | 150 | 6 | 7.0 | 225 | 9 | 6.3 |
| 5001-7000 | 33 | 1 | 11.8 | 55 | 2 | 9.7 | 75 | 3 | 8.9 | 125 | 5 | 7.4 | 175 | 7 | 6.7 | 250 | 10 | 6.1 |
| 7001-10,000 | 34 | 1 | 11.4 | 55 | 2 | 9.7 | 75 | 3 | 8.9 | 125 | 5 | 7.4 | 200 | 8 | 6.4 | 310 | 12 | 5.8 |
| 10,001-20,000 | 34 | 1 | 11.4 | 55 | 2 | 9.7 | 100 | 4 | 8.0 | 150 | 6 | 7.0 | 260 | 10 | 6.0 | 425 | 16 | 5.3 |
| 20,001-50,000 | 34 | 1 | 11.4 | 55 | 2 | 9.7 | 100 | 4 | 8.0 | 180 | 7 | 6.7 | 345 | 13 | 5.5 | 640 | 23 | 4.8 |
| 50,001-100,000 | 34 | 1 | 11.4 | 80 | 3 | 8.4 | 125 | 5 | 7.4 | 235 | 9 | 6.1 | 435 | 16 | 5.2 | 800 | 28 | 4.5 |

Reproducido de: H.F. Dodge and H.G. Romig "Sampling Inspection Tables: Single and Double Sampling", 2a Ed. John Wiley & Sons, Inc. 1959. Con el amable permiso de los autores y el editor

A.5 Tabla de inspección Dodge-Romig planes de muestreo simple, LCMS 3.0%

| Tamaño del lote | Promedio del proceso | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|----------------------|---|---------|------------|---|---------|------------|---|---------|------------|----|---------|------------|----|---------|------------|----|---------|
| | 0—0.06% | | | 0.07-0.60% | | | 0.61-1.20% | | | 1.21-1.80% | | | 1.81-2.40% | | | 2.41-3.00% | | |
| | n | c | PDITL % | n | c | PDITL % | n | c | PDITL % | n | c | PDITL % | n | c | PDITL % | n | c | PDITL % |
| 1-10 | Todos 0 | 0 | — | Todos 0 | 0 | — | Todos 0 | 0 | — | Todos 0 | 0 | — | Todos 0 | 0 | — | Todos 0 | 0 | — |
| 11-50 | 10 | 0 | 19.0 | 10 | 0 | 19.0 | 10 | 0 | 19.0 | 10 | 0 | 19.0 | 10 | 0 | 19.0 | 10 | 0 | 19.0 |
| 51-100 | 11 | 0 | 18.0 | 11 | 0 | 18.0 | 11 | 0 | 18.0 | 11 | 0 | 18.0 | 11 | 0 | 18.0 | 22 | 1 | 16.4 |
| 101-200 | 12 | 0 | 17.0 | 12 | 0 | 17.0 | 12 | 0 | 17.0 | 25 | 1 | 15.1 | 25 | 1 | 15.1 | 25 | 1 | 15.1 |
| 201-300 | 12 | 0 | 17.0 | 12 | 0 | 17.0 | 26 | 1 | 14.6 | 26 | 1 | 14.6 | 26 | 1 | 14.6 | 40 | 2 | 12.8 |
| 301-400 | 12 | 0 | 17.1 | 12 | 0 | 17.1 | 26 | 1 | 14.7 | 26 | 1 | 14.7 | 41 | 2 | 12.7 | 41 | 2 | 12.7 |
| 401-500 | 12 | 0 | 17.2 | 27 | 1 | 14.1 | 27 | 1 | 14.1 | 42 | 2 | 12.4 | 42 | 2 | 12.4 | 42 | 2 | 12.4 |
| 501-600 | 12 | 0 | 17.3 | 27 | 1 | 14.2 | 27 | 1 | 14.2 | 42 | 2 | 12.4 | 42 | 2 | 12.4 | 60 | 3 | 10.8 |
| 601-800 | 12 | 0 | 17.3 | 27 | 1 | 14.2 | 43 | 2 | 12.1 | 60 | 3 | 10.9 | 60 | 3 | 10.9 | 60 | 3 | 10.9 |
| 801-1,000 | 12 | 0 | 17.4 | 27 | 1 | 14.2 | 44 | 2 | 11.8 | 60 | 3 | 11.0 | 80 | 4 | 9.8 | 80 | 4 | 9.8 |
| 1,001-2,000 | 12 | 0 | 17.5 | 28 | 1 | 13.8 | 45 | 2 | 11.7 | 65 | 3 | 10.2 | 80 | 4 | 9.8 | 100 | 5 | 9.1 |
| 2,001-3,000 | 12 | 0 | 17.5 | 28 | 1 | 13.8 | 45 | 2 | 11.7 | 65 | 3 | 10.2 | 100 | 5 | 9.1 | 140 | 7 | 8.2 |
| 3,001-4,000 | 12 | 0 | 17.5 | 28 | 1 | 13.8 | 45 | 2 | 11.7 | 65 | 3 | 10.2 | 100 | 5 | 9.1 | 140 | 7 | 8.2 |
| 4,001-5,000 | 28 | 1 | 13.8 | 28 | 1 | 13.8 | 65 | 3 | 10.3 | 85 | 4 | 9.5 | 125 | 6 | 8.4 | 165 | 8 | 7.8 |
| 5,001-7,000 | 28 | 1 | 13.8 | 45 | 2 | 11.8 | 65 | 3 | 10.3 | 105 | 5 | 8.8 | 145 | 7 | 8.1 | 235 | 11 | 7.1 |
| 7,001-10,000 | 28 | 1 | 13.9 | 46 | 2 | 11.6 | 65 | 3 | 10.3 | 105 | 5 | 8.8 | 170 | 8 | 7.6 | 280 | 13 | 6.8 |
| 10,001-20,000 | 28 | 1 | 13.9 | 46 | 2 | 11.7 | 85 | 4 | 9.5 | 125 | 6 | 8.4 | 215 | 10 | 7.2 | 380 | 17 | 6.2 |
| 20,001-50,000 | 28 | 1 | 13.9 | 65 | 3 | 10.3 | 105 | 5 | 8.8 | 170 | 8 | 7.6 | 310 | 14 | 6.5 | 560 | 24 | 5.7 |
| 50,001-100,000 | 28 | 1 | 13.9 | 65 | 3 | 10.3 | 125 | 6 | 8.4 | 215 | 10 | 7.2 | 385 | 17 | 6.2 | 690 | 29 | 5.4 |

Reproducido de: H. F. Dodge and H. G. Romig "Sampling Inspection Tables-Single and Double Sampling", 2a Ed. John Wiley & Sons, Inc. 1959. Con el amable permiso de los autores y el editor

A.6 Tabla de inspección Dodge-Romig planes de muestreo doble, LCMS 3.0%

| Tamaño del lote | Promedio del proceso | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|----------------------|-------------|----------|-------|---------|------------|-------------|----------|---------|--------|------------|-------------|----------|--|--------|
| | 0-0.06% | | | | | 0.07-0.60% | | | | | 0.61-1.20% | | | | |
| | Prueba 1 | | Prueba 2 | | PDTL % | Prueba 1 | | Prueba 2 | | PDTL % | Prueba 1 | | Prueba 2 | | PDTL % |
| n_1 | n_2 | $n_1 + n_2$ | c_2 | n_1 | | n_2 | $n_1 + n_2$ | c_2 | n_1 | | n_2 | $n_1 + n_2$ | c_2 | | |
| 1-10 | Todos 0 | — | — | — | Todos 0 | — | — | — | Todos 0 | — | — | — | | | |
| 11-50 | 10 | 0 | — | 19.0 | 10 | 0 | — | 19.0 | 10 | 0 | — | 19.0 | | | |
| 51-100 | 16 | 0 | 9 | 16.4 | 16 | 0 | 9 | 16.4 | 16 | 0 | 9 | 16.4 | | | |
| 101-200 | 17 | 0 | 9 | 16.0 | 17 | 0 | 9 | 16.0 | 17 | 0 | 9 | 16.0 | | | |
| 201-300 | 18 | 0 | 10 | 15.5 | 18 | 0 | 10 | 15.5 | 21 | 0 | 23 | 13.3 | | | |
| 301-400 | 18 | 0 | 11 | 15.2 | 21 | 0 | 24 | 13.2 | 23 | 0 | 37 | 12.0 | | | |
| 401-500 | 18 | 0 | 11 | 15.2 | 21 | 0 | 25 | 13.0 | 24 | 0 | 36 | 11.7 | | | |
| 501-600 | 18 | 0 | 12 | 15.0 | 21 | 0 | 25 | 13.0 | 24 | 0 | 41 | 11.5 | | | |
| 601-800 | 21 | 0 | 25 | 13.0 | 21 | 0 | 25 | 13.0 | 24 | 0 | 41 | 11.5 | | | |
| 801-1,000 | 21 | 0 | 26 | 12.8 | 21 | 0 | 26 | 12.8 | 25 | 0 | 41 | 11.5 | | | |
| 1,001-2,000 | 22 | 0 | 26 | 12.6 | 22 | 0 | 26 | 12.6 | 27 | 0 | 58 | 10.3 | | | |
| 2,001-3,000 | 22 | 0 | 26 | 12.6 | 25 | 0 | 40 | 11.4 | 28 | 0 | 62 | 9.0 | | | |
| 3,001-4,000 | 23 | 0 | 26 | 12.4 | 25 | 0 | 45 | 11.0 | 29 | 0 | 76 | 8.6 | | | |
| 4,001-5,000 | 23 | 0 | 26 | 12.4 | 26 | 0 | 44 | 11.0 | 30 | 0 | 75 | 8.6 | | | |
| 5,001-7,000 | 23 | 0 | 27 | 12.2 | 26 | 0 | 44 | 11.0 | 30 | 0 | 80 | 8.0 | | | |
| 7,001-10,000 | 23 | 0 | 27 | 12.2 | 27 | 0 | 43 | 11.0 | 30 | 0 | 80 | 8.0 | | | |
| 10,001-20,000 | 23 | 0 | 27 | 12.2 | 27 | 0 | 43 | 11.0 | 31 | 0 | 94 | 9.2 | | | |
| 20,001-50,000 | 23 | 0 | 27 | 12.2 | 28 | 0 | 67 | 9.7 | 55 | 1 | 120 | 8.0 | | | |
| 50,001-100,000 | 23 | 0 | 27 | 12.2 | 31 | 0 | 84 | 9.0 | 60 | 1 | 140 | 7.6 | | | |

Reproducido de: H.F. Dodge and H.G. Romig "Sampling Inspection Tables-Single and Double Sampling", 2a Ed. John Wiley & Sons, Inc. 1959. Con el amable permiso de los autores y el editor

A.7 Tabla de muestreo simple de Dodge-Romig para el porcentaje defectuoso tolerable en el lote, PDTL 1.0 %

| Tamaño del lote | Promedio del proceso | | | | | | | | | | | |
|-----------------|----------------------|--------|-------------|--------|------------|--------|------------|--------|------------|--------|------------|--------|
| | 0-0.010% | | 0.011-0.10% | | 0.11-0.20% | | 0.21-0.30% | | 0.31-0.40% | | 0.41-0.50% | |
| | n | AOQL % | n | AOQL % | n | AOQL % | n | AOQL % | n | AOQL % | n | AOQL % |
| 1-120 | Todos 0 | 0 | Todos 0 | 0 | Todos 0 | 0 | Todos 0 | 0 | Todos 0 | 0 | Todos 0 | 0 |
| 121-150 | 120 0 | 0.06 | 120 0 | 0.06 | 120 0 | 0.06 | 120 0 | 0.06 | 120 0 | 0.06 | 120 0 | 0.06 |
| 151-200 | 140 0 | 0.08 | 140 0 | 0.08 | 140 0 | 0.08 | 140 0 | 0.08 | 140 0 | 0.08 | 140 0 | 0.08 |
| 201-300 | 165 0 | 0.10 | 165 0 | 0.10 | 165 0 | 0.10 | 165 0 | 0.10 | 165 0 | 0.10 | 165 0 | 0.10 |
| 301-400 | 175 0 | 0.12 | 175 0 | 0.12 | 175 0 | 0.12 | 175 0 | 0.12 | 175 0 | 0.12 | 175 0 | 0.12 |
| 401-500 | 180 0 | 0.13 | 180 0 | 0.13 | 180 0 | 0.13 | 180 0 | 0.13 | 180 0 | 0.13 | 180 0 | 0.13 |
| 501-600 | 190 0 | 0.13 | 190 0 | 0.13 | 190 0 | 0.13 | 190 0 | 0.13 | 190 0 | 0.13 | 190 0 | 0.13 |
| 601-800 | 200 0 | 0.14 | 200 0 | 0.14 | 200 0 | 0.14 | 200 0 | 0.14 | 200 0 | 0.14 | 200 0 | 0.14 |
| 801-1,000 | 205 0 | 0.14 | 205 0 | 0.14 | 205 0 | 0.14 | 205 0 | 0.14 | 205 0 | 0.14 | 205 0 | 0.14 |
| 1,001-2,000 | 220 0 | 0.15 | 220 0 | 0.15 | 220 0 | 0.15 | 220 0 | 0.15 | 220 0 | 0.15 | 220 0 | 0.15 |
| 2,001-3,000 | 225 0 | 0.15 | 225 0 | 0.15 | 225 0 | 0.15 | 225 0 | 0.15 | 225 0 | 0.15 | 225 0 | 0.15 |
| 3,001-4,000 | 225 0 | 0.15 | 225 0 | 0.15 | 225 0 | 0.15 | 225 0 | 0.15 | 225 0 | 0.15 | 225 0 | 0.15 |
| 4,001-5,000 | 225 0 | 0.15 | 225 0 | 0.15 | 225 0 | 0.15 | 225 0 | 0.15 | 225 0 | 0.15 | 225 0 | 0.15 |
| 5,001-7,000 | 230 0 | 0.16 | 230 0 | 0.16 | 230 0 | 0.16 | 230 0 | 0.16 | 230 0 | 0.16 | 230 0 | 0.16 |
| 7,001-10,000 | 230 0 | 0.16 | 230 0 | 0.16 | 230 0 | 0.16 | 230 0 | 0.16 | 230 0 | 0.16 | 230 0 | 0.16 |
| 10,001-20,000 | 390 1 | 0.21 | 525 2 | 0.25 | 660 3 | 0.28 | 910 5 | 0.32 | 1,150 7 | 0.34 | 1,500 10 | 0.37 |
| 20,001-50,000 | 390 1 | 0.21 | 530 2 | 0.26 | 785 4 | 0.31 | 1,040 6 | 0.35 | 1,400 9 | 0.39 | 1,980 14 | 0.43 |
| 50,001-100,000 | 390 1 | 0.21 | 530 2 | 0.26 | 920 5 | 0.34 | 1,300 8 | 0.39 | 1,890 13 | 0.44 | 2,570 19 | 0.48 |
| | 390 1 | 0.21 | 670 3 | 0.29 | 1,040 6 | 0.36 | 1,420 9 | 0.41 | 2,120 15 | 0.47 | 3,150 23 | 0.50 |

Reproducido de: H. F. Dodge and H. G. Romig "Sampling Inspection Tables-Single and Double Sampling", 2a Ed. John Wiley & Sons, Inc. 1959. Con el amable permiso de los autores y el editor

A.9 Tabla de muestreo simple de Dodge-Romig para el porcentaje defectuoso tolerable en el lote, PPTL 5.0%

| Tamaño del lote | Promedio del proceso | | | | | | | | | | | |
|-----------------|----------------------|---------|------------|---------|------------|---------|------------|---------|------------|---------|------------|---------|
| | 0-0.05% | | 0.06-0.50% | | 0.51-1.00% | | 1.01-1.50% | | 1.51-2.00% | | 2.01-2.50% | |
| | n | LCMIS % | n | LCMIS % | n | LCMIS % | n | LCMIS % | n | LCMIS % | n | LCMIS % |
| 1-30 | Todos 0 | 0 | Todos 0 | 0 | Todos 0 | 0 | Todos 0 | 0 | Todos 0 | 0 | Todos 0 | 0 |
| 31-50 | 30 | 0.49 | 30 | 0.49 | 30 | 0.49 | 30 | 0.49 | 30 | 0.49 | 30 | 0.49 |
| 51-100 | 37 | 0.63 | 37 | 0.63 | 37 | 0.63 | 37 | 0.63 | 37 | 0.63 | 37 | 0.63 |
| 101-200 | 40 | 0.74 | 40 | 0.74 | 40 | 0.74 | 40 | 0.74 | 40 | 0.74 | 40 | 0.74 |
| 201-300 | 43 | 0.74 | 43 | 0.74 | 70 | 1.092 | 70 | 1.092 | 95 | 2.099 | 95 | 2.099 |
| 301-400 | 44 | 0.74 | 44 | 0.74 | 70 | 1.099 | 100 | 2.10 | 120 | 3.11 | 145 | 4.11 |
| 401-500 | 45 | 0.75 | 75 | 1.095 | 100 | 2.11 | 100 | 2.11 | 125 | 3.12 | 150 | 4.12 |
| 501-600 | 45 | 0.76 | 75 | 1.098 | 100 | 2.11 | 125 | 3.12 | 150 | 4.13 | 175 | 5.13 |
| 601-800 | 45 | 0.77 | 75 | 1.10 | 100 | 2.12 | 130 | 3.12 | 175 | 5.14 | 200 | 6.14 |
| 801-1000 | 45 | 0.78 | 75 | 1.10 | 105 | 2.12 | 155 | 4.14 | 180 | 5.14 | 225 | 7.15 |
| 1001-2000 | 45 | 0.80 | 75 | 1.10 | 130 | 3.14 | 180 | 5.16 | 230 | 7.17 | 280 | 9.18 |
| 2001-3000 | 75 | 1.11 | 105 | 2.13 | 135 | 3.14 | 210 | 6.17 | 280 | 9.19 | 370 | 13.21 |
| 3001-4000 | 75 | 1.11 | 105 | 2.13 | 160 | 4.15 | 210 | 6.17 | 305 | 10.20 | 420 | 15.22 |
| 4001-5000 | 75 | 1.11 | 105 | 2.13 | 160 | 4.15 | 235 | 7.18 | 330 | 11.20 | 440 | 16.22 |
| 5001-7000 | 75 | 1.11 | 105 | 2.13 | 185 | 5.17 | 260 | 8.19 | 350 | 12.22 | 490 | 18.24 |
| 7001-10,000 | 75 | 1.11 | 105 | 2.13 | 185 | 5.17 | 260 | 8.19 | 380 | 13.22 | 535 | 20.25 |
| 10,001-20,000 | 75 | 1.11 | 135 | 3.14 | 210 | 6.18 | 285 | 9.20 | 425 | 15.23 | 610 | 23.26 |
| 20,001-50,000 | 75 | 1.11 | 135 | 3.14 | 235 | 7.19 | 305 | 10.21 | 470 | 17.24 | 700 | 27.27 |
| 50,001-100,000 | 75 | 1.11 | 160 | 4.16 | 235 | 7.19 | 355 | 12.22 | 515 | 19.25 | 770 | 30.28 |

Reproducido de: H.F. Dodge and H.G. Romig "Sampling Inspection Tables-Single and Double Sampling"; 2a Ed. John Wiley & Sons, Inc. 1959. Con el amable permiso de los autores y el editor

A.10 Tabla de muestreo doble de Dodge-Romig para el porcentaje defectuoso tolerable en el lote, PDTL 1.0%

| Tamaño del lote | Promedio del proceso | | | | | | | | | | | | | | | |
|-----------------|----------------------|-------|---------|-------------|--------|-------------|-------|---------|-------------|--------|------------|-------|---------|-------------|--------|-------|
| | 0-0.010% | | | | | 0.011-0.10% | | | | | 0.11-0.20% | | | | | |
| | Trial 1 | | Trial 2 | | LCMS % | Trial 1 | | Trial 2 | | LCMS % | Trial 1 | | Trial 2 | | LCMS % | |
| | n_1 | c_1 | n_2 | $n_1 + n_2$ | c_2 | n_1 | c_1 | n_2 | $n_1 + n_2$ | c_2 | n_1 | c_1 | n_2 | $n_1 + n_2$ | c_2 | |
| 1-120 | Todos | 0 | — | — | — | 0 | Todos | 0 | — | — | Todos | 0 | — | — | 0 | |
| 121-150 | 120 | 0 | — | — | — | 0.06 | 120 | 0 | — | — | 120 | 0 | — | — | 0.06 | |
| 151-200 | 140 | 0 | — | — | — | 0.08 | 140 | 0 | — | — | 140 | 0 | — | — | 0.08 | |
| 201-260 | 165 | 0 | — | — | — | 0.10 | 165 | 0 | — | — | 165 | 0 | — | — | 0.10 | |
| 261-300 | 180 | 0 | 75 | 255 | 1 | 0.10 | 180 | 0 | 75 | 255 | 1 | 0.10 | 180 | 0 | 75 | 255 |
| 301-400 | 200 | 0 | 90 | 290 | 1 | 0.12 | 200 | 0 | 90 | 290 | 1 | 0.12 | 200 | 0 | 90 | 290 |
| 401-500 | 215 | 0 | 100 | 315 | 1 | 0.14 | 215 | 0 | 100 | 315 | 1 | 0.14 | 215 | 0 | 100 | 315 |
| 501-600 | 225 | 0 | 115 | 340 | 1 | 0.15 | 225 | 0 | 115 | 340 | 1 | 0.15 | 225 | 0 | 115 | 340 |
| 601-800 | 235 | 0 | 125 | 360 | 1 | 0.16 | 235 | 0 | 125 | 360 | 1 | 0.16 | 235 | 0 | 125 | 360 |
| 801-1,000 | 245 | 0 | 135 | 380 | 1 | 0.17 | 245 | 0 | 135 | 380 | 1 | 0.17 | 245 | 0 | 135 | 380 |
| 1,001-2,000 | 265 | 0 | 155 | 420 | 1 | 0.18 | 265 | 0 | 155 | 420 | 1 | 0.18 | 265 | 0 | 155 | 420 |
| 2,001-3,000 | 270 | 0 | 160 | 430 | 1 | 0.19 | 270 | 0 | 160 | 430 | 1 | 0.19 | 270 | 0 | 160 | 430 |
| 3,001-4,000 | 275 | 0 | 160 | 435 | 1 | 0.19 | 275 | 0 | 160 | 435 | 1 | 0.19 | 275 | 0 | 160 | 435 |
| 4,001-5,000 | 275 | 0 | 165 | 440 | 1 | 0.19 | 275 | 0 | 165 | 440 | 1 | 0.19 | 275 | 0 | 165 | 440 |
| 5,001-7,000 | 275 | 0 | 170 | 445 | 1 | 0.20 | 275 | 0 | 170 | 445 | 1 | 0.20 | 275 | 0 | 170 | 445 |
| 7,001-10,000 | 280 | 0 | 320 | 600 | 1 | 0.24 | 280 | 0 | 460 | 740 | 3 | 0.26 | 280 | 0 | 590 | 870 |
| 10,001-20,000 | 280 | 0 | 325 | 605 | 1 | 0.24 | 280 | 0 | 465 | 745 | 3 | 0.27 | 280 | 0 | 700 | 1,150 |
| 30,001-50,000 | 280 | 0 | 325 | 605 | 1 | 0.25 | 280 | 0 | 605 | 885 | 4 | 0.30 | 280 | 0 | 830 | 1,280 |
| 50,001-100,000 | 280 | 0 | 325 | 605 | 1 | 0.25 | 280 | 0 | 605 | 885 | 4 | 0.30 | 280 | 0 | 960 | 1,410 |

Reproducido de: H.F. Dodge and H.G. Romig "Sampling Inspection Tables-Single and Double Sampling", 2a Ed. John Wiley & Sons, Inc. 1959. Con el amable permiso de los autores y el editor

A.11 Tabla de Grubbs para $n_1 = n_2$ con $\alpha = 0.05$ y $\beta = 0.10$

| Numeros de plan | R = ρ_2/ρ_1 | Numeros de aceptación | | Valores aproximados de ρ_{n_1} | |
|--------------------|------------------------|--------------------------|-------|--|------------|
| | | c_1 | c_2 | $P = 0.95$ | $P = 0.10$ |
| 1 | 11.90 | 0 | 1 | 0.21 | 2.50 |
| 2 | 7.54 | 1 | 2 | 0.52 | 3.92 |
| 3 | 6.79 | 0 | 2 | 0.43 | 2.96 |
| 4 | 5.39 | 1 | 3 | 0.76 | 4.11 |
| 5 | 4.65 | 2 | 4 | 1.16 | 5.39 |
| 6 | 4.25 | 1 | 4 | 1.04 | 4.42 |
| 7 | 3.88 | 2 | 5 | 1.43 | 5.55 |
| 8 | 3.63 | 3 | 6 | 1.87 | 6.78 |
| 9 | 3.38 | 2 | 6 | 1.72 | 5.82 |
| 10 | 3.21 | 3 | 7 | 2.15 | 6.91 |
| 11 | 3.09 | 4 | 8 | 2.62 | 8.10 |
| 12 | 2.85 | 4 | 9 | 2.90 | 8.26 |
| 13 | 2.60 | 5 | 11 | 3.68 | 9.56 |
| 14 | 2.44 | 5 | 12 | 4.00 | 9.77 |
| 15 | 2.32 | 5 | 13 | 4.35 | 10.08 |
| 16 | 2.22 | 5 | 14 | 4.70 | 10.45 |
| 17 | 2.12 | 5 | 16 | 5.39 | 11.41 |

Reproducido de: A. J. Duncan Quality Control and Industrial Statistics, 4a Ed. Irwin Homewood, III .
1974. Con el amable permiso de los autores y el editor.

A.12 Tabla de letras código para el tamaño de muestra MIL STD 105D

| Tamaño de lote | Niveles de inspección especiales | | | | Niveles de inspección generales | | |
|----------------|----------------------------------|-----|-----|-----|---------------------------------|----|-----|
| | S-1 | S-2 | S-3 | S-4 | I | II | III |
| 2 | A | A | A | A | A | A | B |
| 3 | A | A | A | A | A | B | C |
| 16 | A | A | B | B | B | C | D |
| 26 | A | B | B | C | C | D | E |
| 51 | B | B | C | C | C | E | F |
| 91 | B | B | C | D | D | F | G |
| 151 | B | C | D | E | E | G | H |
| 281 | B | C | D | E | F | H | J |
| 501 | C | C | E | F | G | J | K |
| 1201 | C | D | E | G | H | K | L |
| 3201 | C | D | F | G | J | L | M |
| 10001 | C | D | F | H | K | M | N |
| 35001 | D | E | G | J | L | N | P |
| 150001 | D | E | G | J | M | P | Q |
| 500001 | D | E | H | K | N | Q | R |

Reproducido de: Norm Military STD 105D. Con el amable permiso de los autores y el editor

A.13 Tabla maestra para inspección normal: Muestreo simple MIL STD 105D

| Letra de código de tamaño muestral | Tamaño muestral | Niveles de calidad aceptable (inspección normal) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------------------------------------|-----------------|--|-------|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|------|----|----|
| | | 0.010 | 0.015 | 0.025 | 0.040 | 0.065 | 0.10 | 0.15 | 0.25 | 0.40 | 0.65 | 1.0 | 1.5 | 2.5 | 4.0 | 6.5 | 10 | 15 | 25 | 40 | 65 | 100 | 150 | 250 | 400 | 650 | 1000 | | |
| A | 2 | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |
| B | 3 | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |
| C | 5 | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |
| D | 8 | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |
| E | 13 | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |
| F | 20 | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |
| G | 32 | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |
| H | 50 | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |
| J | 80 | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |
| K | 125 | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |
| L | 200 | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |
| M | 315 | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |
| N | 500 | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |
| P | 800 | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |
| Q | 1250 | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |
| R | 2000 | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |

 Use el primer plan de muestreo indicado abajo de la flecha. Si el tamaño muestral es igual a o excede el tamaño del lote, se realiza una inspección al 100%.
 Use el primer plan de muestreo indicado arriba de la flecha.
 Ac: Numero de aceptación
 Re: Numero de rechazo

A.14 Tabla maestra para inspección estricta: Muestreo simple MIL STD 105D

| Letra código del tamaño muestral | Tamaño muestral | Niveles de calidad aceptable inspección estricta | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------------------|-----------------|--|-------|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|------|----|----|
| | | 0.010 | 0.015 | 0.025 | 0.040 | 0.065 | 0.10 | 0.15 | 0.25 | 0.40 | 0.65 | 1.0 | 1.5 | 2.5 | 4.0 | 6.5 | 10 | 15 | 25 | 40 | 65 | 100 | 150 | 250 | 400 | 650 | 1000 | | |
| A B C | 2 | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |
| | 3 | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |
| D E F | 8 | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |
| | 13 | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |
| G H I | 32 | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |
| | 50 | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |
| J | 80 | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |
| | 125 | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |
| K L M | 200 | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |
| | 315 | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |
| N P U | 500 | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |
| | 800 | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |
| V | 1250 | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |
| | 1500 | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |
| W | 2000 | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |
| | 3150 | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |

 En el primer plan de muestreo, un rechazo de la muestra. Si el tamaño muestral es igual a, o mayor que, tamaño del lote, se realiza una inspección al 100%.
 Use el primer plan de muestro indicado arriba de la flecha.
 Ac = Numero de aceptación
 Re = Numero de rechazo

A.18 Tabla maestra para inspección reducida: Muestreo doble MIL STD 105D

| Nivel de calidad aceptable (inspección reducida) | Niveles de calidad aceptable (inspección reducida) | | Niveles de calidad aceptable (inspección reducida) | | Niveles de calidad aceptable (inspección reducida) | | Niveles de calidad aceptable (inspección reducida) | | Niveles de calidad aceptable (inspección reducida) | | Niveles de calidad aceptable (inspección reducida) | | Niveles de calidad aceptable (inspección reducida) | | Niveles de calidad aceptable (inspección reducida) | | Niveles de calidad aceptable (inspección reducida) | | Niveles de calidad aceptable (inspección reducida) | | | | | | | |
|--|--|-------|--|-------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|--|------|------|------|------|------|------|------|
| | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | | | | | | |
| | 0.010 | 0.015 | 0.025 | 0.040 | 0.065 | 0.10 | 0.15 | 0.25 | 0.40 | 0.65 | 1.0 | 1.5 | 2.5 | 4.0 | 6.5 | 10 | 15 | 25 | 40 | 65 | 100 | 150 | 250 | 400 | 600 | 1000 |
| A | Primera | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| | Segunda | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| B | Primera | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| | Segunda | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| C | Primera | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| | Segunda | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| D | Primera | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| | Segunda | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| E | Primera | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 |
| | Segunda | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 | 13 |
| F | Primera | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 |
| | Segunda | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 | 20 |
| G | Primera | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 |
| | Segunda | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 | 32 |
| H | Primera | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 |
| | Segunda | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 | 50 |
| I | Primera | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 |
| | Segunda | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 | 80 |
| J | Primera | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 |
| | Segunda | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 | 125 |
| K | Primera | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 |
| | Segunda | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 |
| L | Primera | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 |
| | Segunda | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 | 315 |
| M | Primera | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 |
| | Segunda | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 | 500 |
| N | Primera | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 |
| | Segunda | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 | 800 |
| O | Primera | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 |
| | Segunda | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 | 1250 |
| P | Primera | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 |
| | Segunda | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 | 2000 |
| Q | Primera | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 |
| | Segunda | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 | 3150 |
| R | Primera | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 |
| | Segunda | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 |

- Use el primer plan de muestreo más abajo de la flecha. Si el tamaño muestral es igual a, o excede el tamaño del lote, se rechaza una inspección al 100%.
- Use el primer plan de muestreo indicado arriba de la flecha.
- Ac - Número de aceptación
- Re - Número de rechazo
- (Use el plan de muestreo simple correspondiente (o, en alternativa, el plan de muestreo doble que sigue abajo, cuando este disponible)
- † - Si después de la segunda muestra se excede el número de aceptación, pero son llegar al número de rechazo, se acepta el lote, pero se reinstaura la inspección normal

Reproducido de: Norm Military STD 105D. Con el amable permiso de los autores y el editor

A.19 Tabla maestra para inspección normal: Muestreo múltiple MIL STD 105D

| Letra código de tamaño muestral | Muestra | Tamaño muestral | Tamaño muestral acumulativo | Niveles de calidad aceptable (inspección normal) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------------------------------|---|-----------------|-----------------------------|--|-------|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|------|--|--|
| | | | | 0.010 | 0.015 | 0.025 | 0.040 | 0.065 | 0.10 | 0.15 | 0.25 | 0.40 | 0.65 | 1.0 | 1.5 | 2.5 | 4.0 | 6.5 | 10 | 15 | 25 | 40 | 65 | 100 | 150 | 250 | 400 | 650 | 1000 | | |
| A B C | Primera Segunda Tercera Cuarta Quinta Sexta Septima | 2 | 2 | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| D | Primera Segunda Tercera Cuarta Quinta Sexta Septima | 3 | 3 | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| E | Primera Segunda Tercera Cuarta Quinta Sexta Septima | 5 | 5 | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| F | Primera Segunda Tercera Cuarta Quinta Sexta Septima | 8 | 8 | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| G | Primera Segunda Tercera Cuarta Quinta Sexta Septima | 10 | 10 | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| H | Primera Segunda Tercera Cuarta Quinta Sexta Septima | 15 | 15 | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| I | Primera Segunda Tercera Cuarta Quinta Sexta Septima | 20 | 20 | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | | | | → | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

- Use el primer plan de muestro indicado abajo de la flecha cuando sea necesario referirse a la columna con de la tabla con la pasera superior. Si el tamaño muestral es igual a o excede el tamaño del lote, se realiza una inspección de 100%.
- ↔ Use el primer plan de muestro indicado arriba de la flecha.
- Ai - Número de aceptación
- Re - Número de rechazo

A.20 Tabla maestra para inspección estricta: Muestreo múltiple MIL STD 105D

Tabla 10-15 Tabla maestra para inspección estricta: muestreo múltiple (MIL STD 105D, Tabla IV-B)

| Letra código de tamaño muestral | Muestra | Tamaño muestral | Tamaño muestral acumulativo | Niveles de calidad aceptable (inspección normal) | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------------------------------|---------|-----------------|-----------------------------|--|-------|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|----|----|----|----|----|----|
| | | | | 0.010 | 0.015 | 0.025 | 0.040 | 0.060 | 0.10 | 0.15 | 0.25 | 0.40 | 0.60 | | | | | | |
| | | | | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re |
| D | Primera | 21 | 21 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Segunda | 21 | 21 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Tercera | 21 | 21 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Cuarta | 21 | 21 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Quinta | 21 | 21 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Septima | 21 | 21 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Primera | 21 | 21 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| E | Primera | 32 | 32 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Segunda | 32 | 32 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Tercera | 32 | 32 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Cuarta | 32 | 32 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Quinta | 32 | 32 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Septima | 32 | 32 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Primera | 32 | 32 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| F | Primera | 53 | 53 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Segunda | 53 | 53 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Tercera | 53 | 53 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Cuarta | 53 | 53 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Quinta | 53 | 53 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Septima | 53 | 53 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Primera | 53 | 53 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| G | Primera | 84 | 84 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Segunda | 84 | 84 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Tercera | 84 | 84 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Cuarta | 84 | 84 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Quinta | 84 | 84 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Septima | 84 | 84 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Primera | 84 | 84 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| H | Primera | 115 | 115 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Segunda | 115 | 115 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Tercera | 115 | 115 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Cuarta | 115 | 115 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Quinta | 115 | 115 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Septima | 115 | 115 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Primera | 115 | 115 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| I | Primera | 146 | 146 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Segunda | 146 | 146 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Tercera | 146 | 146 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Cuarta | 146 | 146 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Quinta | 146 | 146 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Septima | 146 | 146 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |
| | Primera | 146 | 146 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → |

- Use el primer plan de muestreo indicado abajo de la flecha (cuando sea necesario, referirse a la continuación de la tabla en la página siguiente). Si el tamaño muestral es igual a, o excede el tamaño del lote, se realiza una inspección al 100%.
- Use el primer plan de muestreo indicado arriba de la flecha.
- Ac - Numero de aceptación.
- Re - Numero de rechazo.

A.21 Tabla maestra para inspección reducida: Muestreo múltiple MIL STD 105D

| Letra código de tamaño muestral | Muestra | Tamaño muestral | Tamaño muestral acumulativo | Niveles de calidad aceptable (inspección reducida) † | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---------------------------------|---------|-----------------|-----------------------------|--|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|----|--|
| | | | | 010 | 015 | 020 | 025 | 030 | 035 | 040 | 045 | 050 | 055 | 060 | 065 | 070 | 075 | 080 | 085 | 090 | 095 | 100 | 105 | 110 | 115 | 120 | | |
| | | | | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | Ac | Re | |
| A | Primera | 2 | 2 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | | | |
| B | Primera | 3 | 3 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | | | |
| C | Primera | 5 | 5 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | | | |
| D | Primera | 8 | 8 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | | | |
| E | Primera | 13 | 13 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | | | |
| F | Primera | 20 | 20 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | | | |
| G | Primera | 32 | 32 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | | | |
| H | Primera | 50 | 50 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | | | |
| I | Primera | 80 | 80 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | | | |
| J | Primera | 125 | 125 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | | | |
| K | Primera | 200 | 200 | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | → | | | |

† Se el primer plan de muestra indicado abajo en el tamaño sea necesario, revisar a la continuación de la tabla en la página siguiente. Si el tamaño muestral es igual a, o excede el tamaño del lote, se realiza una inspección al 100%.

→ el primer plan de muestra indicado arriba de la flecha.

Ac Número de aceptación

Re Número de rechazo

A.22 Números límites para inspección reducida MIL STD 105D

| Número de unidades muestrales de los últimos 10 lotes | Nivel de calidad aceptable | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|----------------------------|-------|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|------|---|--|--|
| | 0.010 | 0.015 | 0.025 | 0.040 | 0.065 | 0.10 | 0.15 | 0.25 | 0.40 | 0.65 | 1.0 | 1.5 | 2.5 | 4.0 | 6.5 | 10 | 15 | 25 | 40 | 65 | 100 | 150 | 250 | 400 | 650 | 1000 | | | |
| 20 - 29 | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | | |
| 30 - 49 | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | | |
| 50 - 79 | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | | |
| 80 - 129 | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | | |
| 130 - 199 | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | | |
| 200 - 319 | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | | |
| 320 - 499 | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | | |
| 500 - 799 | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | | |
| 800 - 1249 | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | | |
| 1250 - 1999 | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | | |
| 2000 - 3149 | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | | |
| 3150 - 1999 | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | | |
| 5000 - 7999 | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | | |
| 8000 - 12149 | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | | |
| 12500 - 19999 | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | . | | |
| 20000 - 31499 | 0 | 0 | 2 | 4 | 8 | 14 | 22 | 40 | 66 | 115 | 181 | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 31500 - 49999 | 0 | 1 | 4 | 8 | 14 | 24 | 40 | 67 | 111 | 186 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 50000 & Over | 2 | 3 | 7 | 14 | 25 | 43 | 71 | 110 | 181 | 301 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Incluye que el número de unidades muestrales de los 10 últimos lotes no es suficiente para una inspección reducida según este NC A. En tal caso se pueden usar más de 10 lotes para el cálculo, siempre que dichos lotes sean los más recientes de la secuencia, que tengan todos inspeccionados y que no se haya rechazado ninguno durante la inspección original.

A.23 Tabla de cantidades características secuenciales de la distribución binomial. calculadas para varias combinaciones de p'_1 , p'_2 , $\alpha = 0.05$ y $\beta = 0.10$

| p'_1 | p'_2 | h_2 | h_1 | s | \bar{n}_0 | \bar{n}_1 | $\bar{n}_{p'_1}$ | \bar{n}_s | $\bar{n}_{p'_2}$ |
|--------|--------|--------|--------|----------|-------------|-------------|------------------|-------------|------------------|
| 0.005 | 0.01 | 4.1398 | 3.2245 | 0.007216 | 447 | 5 | 1,289 | 1,863 | 1,222 |
| | 0.02 | 2.0624 | 1.6064 | 0.01084 | 149 | 3 | 244 | 309 | 185 |
| | 0.03 | 1.5906 | 1.2389 | 0.01400 | 89 | 2 | 122 | 143 | 82 |
| | 0.04 | 1.3664 | 1.0643 | 0.01693 | 63 | 2 | 79 | 87 | 49 |
| | 0.05 | 1.2305 | 0.9585 | 0.01970 | 49 | 2 | 58 | 61 | 33 |
| | 0.06 | 1.1371 | 0.8857 | 0.02237 | 40 | 2 | 45 | 46 | 25 |
| | 0.07 | 1.0679 | 0.8318 | 0.02496 | 34 | 2 | 37 | 36 | 19 |
| 0.010 | 0.03 | 2.5829 | 2.0118 | 0.01824 | 111 | 3 | 216 | 290 | 181 |
| | 0.04 | 2.0397 | 1.5887 | 0.02172 | 74 | 3 | 120 | 153 | 92 |
| | 0.05 | 1.7510 | 1.3639 | 0.02499 | 55 | 2 | 81 | 98 | 58 |
| | 0.06 | 1.5678 | 1.2211 | 0.02811 | 44 | 2 | 60 | 70 | 40 |
| | 0.07 | 1.4391 | 1.1209 | 0.03113 | 37 | 2 | 47 | 53 | 30 |
| | 0.08 | 1.3426 | 1.0458 | 0.03406 | 31 | 2 | 38 | 43 | 24 |
| 0.015 | 0.03 | 4.0796 | 3.1776 | 0.02166 | 147 | 5 | 423 | 612 | 402 |
| | 0.04 | 2.8716 | 2.2367 | 0.02554 | 88 | 3 | 188 | 258 | 163 |
| | 0.05 | 2.3307 | 1.8153 | 0.02917 | 63 | 3 | 113 | 149 | 92 |
| | 0.06 | 2.0169 | 1.5710 | 0.03263 | 49 | 3 | 79 | 100 | 61 |
| | 0.07 | 1.8089 | 1.4089 | 0.03596 | 40 | 2 | 60 | 74 | 44 |
| 0.02 | 0.03 | 6.9527 | 5.4154 | 0.02467 | 220 | 8 | 1,027 | 1,565 | 1,073 |
| | 0.04 | 4.0495 | 3.1541 | 0.02889 | 110 | 5 | 314 | 455 | 300 |
| | 0.05 | 3.0509 | 2.3763 | 0.03282 | 73 | 4 | 164 | 228 | 146 |
| | 0.06 | 2.5348 | 1.9743 | 0.03655 | 55 | 3 | 106 | 142 | 89 |
| | 0.07 | 2.2146 | 1.7250 | 0.04012 | 43 | 3 | 76 | 99 | 61 |
| | 0.08 | 1.9941 | 1.5532 | 0.04359 | 36 | 3 | 58 | 74 | 45 |
| | 0.09 | 1.8315 | 1.4265 | 0.04696 | 31 | 2 | 47 | 58 | 35 |
| | 0.10 | 1.7056 | 1.3285 | 0.05025 | 27 | 2 | 39 | 47 | 28 |

Reproducido de: Tabla 2.23 of Statistical Research Group, Columbia University, Sequential Analysis of Statistical Data: Applications, Columbia University Press, New York, 1945. Con el amable permiso de los autores y el editor.

A.24 Tabla de números aleatorios

| | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 10 09 73 25 33 | 76 52 01 35 86 | 34 67 35 48 76 | 80 95 90 91 17 | 39 29 27 49 45 |
| 37 54 20 48 05 | 84 89 47 42 96 | 24 80 32 40 37 | 20 63 61 04 02 | 00 82 29 16 65 |
| 08 42 26 89 53 | 19 64 50 93 03 | 23 20 90 25 60 | 15 95 33 47 64 | 35 08 03 36 06 |
| 99 01 90 25 29 | 09 37 67 07 15 | 38 31 13 11 65 | 88 67 67 43 97 | 04 43 62 76 59 |
| 12 80 79 99 70 | 80 15 73 61 47 | 64 03 23 66 53 | 98 95 11 68 77 | 12 17 17 68 33 |
| 66 06 57 47 17 | 34 07 27 68 50 | 36 69 73 61 70 | 65 31 33 98 85 | 11 19 92 91 70 |
| 31 06 01 08 05 | 45 57 18 24 06 | 35 30 34 26 14 | 86 79 90 74 39 | 23 40 30 97 32 |
| 85 26 97 76 02 | 02 05 16 56 92 | 68 66 57 48 18 | 73 05 38 52 47 | 18 62 38 85 79 |
| 63 57 33 21 35 | 05 32 54 70 48 | 90 55 35 75 48 | 28 46 82 87 09 | 83 49 12 56 24 |
| 73 79 64 57 53 | 03 32 96 47 78 | 38 80 83 42 82 | 60 93 52 03 44 | 35 27 38 84 35 |
| 98 52 01 77 67 | 14 90 56 86 07 | 22 10 94 05 58 | 60 97 09 34 33 | 60 50 07 39 98 |
| 11 80 50 54 31 | 39 80 82 77 32 | 50 72 56 82 48 | 29 40 52 42 01 | 82 77 56 78 51 |
| 83 45 29 96 34 | 06 28 89 80 83 | 13 74 67 00 78 | 18 47 54 06 10 | 68 71 17 78 17 |
| 88 68 54 02 00 | 86 50 75 84 01 | 36 76 66 79 51 | 90 36 47 64 93 | 29 60 91 10 62 |
| 09 59 46 73 48 | 87 51 76 49 69 | 91 82 60 89 28 | 93 78 56 13 68 | 23 47 83 41 13 |
| 65 48 11 76 74 | 17 46 85 09 50 | 58 04 77 69 74 | 73 03 95 71 86 | 40 21 81 65 44 |
| 80 12 43 56 35 | 17 72 70 80 15 | 45 31 82 23 74 | 21 11 57 82 52 | 14 38 55 37 63 |
| 74 35 09 98 17 | 77 40 27 72 14 | 43 23 60 02 10 | 46 52 16 42 37 | 96 28 60 26 55 |
| 69 91 62 68 03 | 66 25 22 91 48 | 36 93 68 72 03 | 78 62 11 39 90 | 94 40 03 64 18 |
| 09 89 32 05 05 | 14 22 56 85 14 | 46 42 75 67 88 | 96 29 77 88 22 | 54 38 21 45 98 |
| 91 49 91 45 23 | 68 47 92 76 86 | 46 16 28 35 54 | 94 75 08 99 23 | 37 08 92 00 48 |
| 80 33 69 45 98 | 26 94 03 68 58 | 70 29 73 41 35 | 53 14 03 33 40 | 42 05 08 23 41 |
| 44 10 48 19 49 | 85 15 74 79 54 | 32 97 92 65 75 | 57 60 04 08 81 | 22 22 20 64 13 |
| 12 55 07 37 42 | 11 10 00 20 40 | 12 86 07 46 97 | 96 64 48 94 39 | 28 70 72 58 15 |
| 63 60 64 93 29 | 16 50 53 44 84 | 40 21 85 25 63 | 43 65 17 70 82 | 07 20 73 17 90 |
| 61 19 69 04 46 | 26 45 74 77 74 | 51 92 43 37 29 | 65 39 45 95 93 | 42 58 26 05 27 |
| 15 47 44 52 66 | 95 27 07 99 53 | 69 36 78 38 48 | 82 39 61 01 18 | 33 21 15 94 66 |
| 94 55 72 85 73 | 67 89 75 43 87 | 54 62 24 44 31 | 91 19 04 25 92 | 92 92 74 59 73 |
| 42 48 11 62 13 | 97 34 40 87 21 | 16 86 84 87 67 | 03 07 11 20 59 | 25 70 14 66 70 |
| 23 52 37 83 17 | 73 20 88 98 37 | 68 93 59 14 16 | 26 25 22 96 63 | 05 52 28 25 62 |
| 04 49 35 24 94 | 75 24 63 38 24 | 45 96 25 10 25 | 61 96 27 93 15 | 65 33 71 24 72 |
| 00 54 99 76 54 | 64 05 18 81 59 | 96 11 96 38 96 | 54 69 28 23 91 | 23 28 72 95 29 |
| 35 96 31 53 07 | 26 89 80 93 54 | 32 25 13 54 62 | 77 97 45 00 24 | 90 10 33 93 33 |
| 59 80 80 83 91 | 45 42 72 68 42 | 83 60 94 97 00 | 13 02 12 48 92 | 78 56 52 01 06 |
| 46 06 88 52 36 | 01 39 00 22 86 | 77 28 14 40 77 | 93 91 08 36 47 | 70 61 74 29 41 |
| 32 17 90 05 97 | 87 37 92 82 41 | 05 56 70 70 07 | 86 74 31 71 57 | 85 39 41 18 38 |
| 69 23 46 14 06 | 20 11 74 52 04 | 15 95 66 00 00 | 18 74 39 24 23 | 97 11 89 63 38 |
| 19 56 54 14 30 | 01 73 87 53 79 | 40 41 92 15 85 | 66 67 43 68 06 | 84 96 28 52 07 |
| 45 15 51 49 38 | 19 47 60 72 46 | 43 66 79 45 43 | 59 04 79 00 33 | 20 82 66 95 41 |
| 94 86 48 19 94 | 36 18 81 08 51 | 24 88 88 15 53 | 01 54 03 54 56 | 05 01 45 11 76 |
| 98 08 62 48 26 | 45 24 02 84 04 | 44 99 90 88 96 | 39 09 47 34 07 | 36 44 13 18 80 |
| 33 18 51 62 32 | 41 94 15 09 49 | 89 43 54 85 81 | 88 69 54 19 94 | 37 84 87 30 43 |
| 80 95 10 04 06 | 96 38 27 07 74 | 20 15 12 38 87 | 25 01 62 52 98 | 94 62 46 11 71 |
| 79 75 24 91 40 | 71 96 12 82 96 | 69 86 10 25 91 | 74 85 22 05 39 | 00 38 75 95 79 |
| 18 63 33 25 37 | 98 14 50 65 71 | 31 01 02 46 74 | 05 45 56 14 27 | 77 93 89 19 36 |

Reproducido de: Tablas de la RAND Corporation publicadas en "A Million Random Digits with 100 000 Normal Deviates" Glencoe Free Press Division of the Macmillian Company, New York, 1955. Con el amable permiso de los autores y el editor.